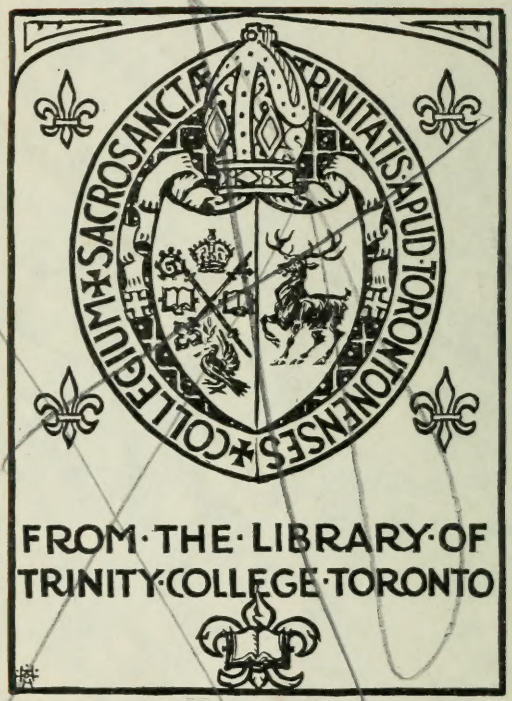
3 1761 06553231 9

BRIEF
BF
00 30347



FROM
THE WILLIAM CLARK
MEMORIAL LIBRARY
DONATED 1926 A.D.

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Toronto

http://www.archive.org/details/psychologischeun01herb

Psychologische

Untersuchungen

von

Herbart.

Erstes Heft.

Mit zwey lithographirten Tafeln.

Göttingen,
Druck und Verlag der Dieterichschen Buchhandlung.
1839.

131
HER
UN

BRIEF
BF
0030347

LIBRARY
MAR
29
1979
UNIVERSITY OF TORONTO

LIBRARY
JUL 24 1968
UNIVERSITY OF TORONTO

Vorrede.

Für die Psychologie sind zwey Klassen von Untersuchungen gleich nothwendig; die eine von den zugleich sinkenden, die andre von den zugleich steigenden Vorstellungen. Jene muss vorangehn, weil die ursprüngliche Klarheit, welche in der Wahrnehmung liegt, erst einen Verlust muss erlitten haben, bevor sich das Vorstellen der verlornen Klarheit wieder bemächtigen, oder wenigstens wieder annähern kann. Aber die zweyte Klasse von Untersuchungen muss folgen, wenn nicht eine Art von Einseitigkeit in der Wissenschaft entstehen soll, wodurch ihr praktischer Gebrauch, und selbst die richtige Auffassung des Ganzen leiden würde.

Der ersten Klasse einige mathematische Bestimmtheit zu geben, hatte der Verfasser schon vor vielen Jahren versucht; da er in einem grössern Werke die Begriffe der Statik und Mechanik des Geistes durch die ersten nothwendigen Grundformeln zu fixiren suchte. Was die zweite Klasse anlangt, so wird schon etwas dadurch gethan seyn, dass die Einseitigkeit, welche ohne sie entstehn

könnte, angezeigt wird; übrigens ist ein, freylich sehr schwacher, Keim dessen was hieher gehört, in jenem Werke zu finden *).

Etwas mehr auch hierin zu leisten, dazu wurde das jetzige Unternehmen anfänglich bestimmt; allein indem die Papiere, welche sich darauf beziehen, für den Druck zu ordnen waren, ergab sich, dass zuerst selbst der frühern Arbeit einige Erweiterungen von solcher Art nöthig seyn möchten, wodurch bestimmte Thatsachen könnten benutzt werden, um daran die Theorie erproben zu lassen. So ist das vorliegende erste Heft entstanden; welches seinen Werth hauptsächlich in der Auswahl der Thatsachen sucht. Nicht als ob dieselben an sich zu den am meisten interessanten gehörten. Sondern darum, weil es darauf ankommt, aus den Vorräthen der empirischen Psychologie solche Gegenstände auszuwählen, die sich mit Präcision aufstellen lassen; und deren giebt es nur sehr wenige, daher man eben diese wenigen sehr sorgfältig benutzen muss, wenn man wissen will, ob eine gegebene Theorie sich in der Anwendung bewähre oder nicht.

Mögen nun Andere, die eine bessere Theorie zu besitzen glauben, nicht bloss widersprechen,

*) Psychologie als Wissenschaft, neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik. §. 93.

sondern auch mit eignen Kräften sich auf diesen Uebungsplätzen hervorthun. Für einzelne Facta lassen sich leicht scheinbare Deutungen erkünsteln; wo aber ganze Systeme von Thatsachen auf einmal vorliegen, die man nicht vereinzeln kann, da muss es sich verrathen, ob die Erklärungen erkünstelt sind, oder sich ungezwungen auffinden liessen. Alsdann verliert die Frage, was Dieser oder Jener einräumen und bewilligen möchte, alle Bedeutung. Klare Thatsachen liegen ausser dem Bereiche der Wortgefechte; einmal richtig verstanden, reden sie lauter als irgend eine Schule reden kann *).

*) Gegen die eingebildete Herrschaft einiger Schulen zu protestiren wäre überflüssig; gegen die Streitsucht, die sich immer von neuem regt, und bey jedem neuen Anlauf wieder leichtes Spiel zu haben meint, soll hier bloss an den ersten Band der Metaphysik, nebst der — damit zu verbindenden — analytischen Beleuchtung des Naturrechts und der Moral, erinnert werden. Zur Fortsetzung dieser kritisch-historischen Schriften wäre Stoff genug vorhanden; die jetzige Absicht ist aber nicht darauf gerichtet, den Formwechsel alter Lehrmeinungen in seinem Gange zu stören. Wegen des allgemeinen Zusammenhanges der Untersuchungen ist auf des Verfs. kurze Encyklopädie zu verweisen. Dort ist einigermaassen für die Bequemlichkeit Derer gesorgt, die noch immer das Wort Metaphysik scheuen. Auf den allgemeinen Zusammenhang hinzuweisen, ist um desto nöthiger, je mehr man (wie in der vorliegenden Schrift geschieht) sich auf specielle Gegenstände einlässt, denn

Mathematische Psychologie steht der Natur der Sache nach zwischen Metaphysik und Erfahrung. Mit blosser Erfahrung allein würde sie nicht in Gang kommen; denn die Analysen der Erfahrung finden eine solche Verwickelung von Umständen vor, — das, was in uns geschieht, zeigt sich der Beobachtung so bunt und so schwankend, dass man nicht deutlich sieht, was für ein Gegenstand eigentlich vorliege, an welchen die Rechnung angebracht werden könne. Ob man durch glückliche Hypothesen den Eingang der Untersuchung hätte finden können, mag dahin gestellt seyn; es ist wenigstens Jahrhunderte lang nicht geschehen. Gesetzt aber auch, es geschähe: so würden Begriffe, welche der Metaphysik angehören, dabey nicht zu vermeiden seyn, nämlich die Causal-Begriffe. Alles kommt darauf an, welche Meinung von der gegenseitigen Wirksamkeit dessen was sich abwechselnd in uns regt, man zum Grunde lege. Für den Vortrag entsteht hieraus ferner die Schwierigkeit, dass, wie bestimmt auch diese Meinung gedacht seyn möge, sie auf neue Schwierigkeiten stösst, wenn sie in Worten ausgedrückt werden soll. Für metaphysische Gedanken bleibt der sprachliche Ausdruck allemal man-

über dem Einzelnen darf das Ganze nicht aus den Augen verloren werden.

gelhaft, weil er entweder von der gewöhnlichen Umgangssprache sich zu weit entfernt, oder, falls er populär seyn will, die Einmischung des populären Meinens und Denkens nicht abwehren kann. In dieser Beziehung können die mathematischen Formeln zu Hülfe kommen; nämlich in der Voraussetzung, dass man sie benutze, um von ihnen aus, nachdem sie einmal da stehn, auf die bey ihnen zum Grunde liegenden Causal-Begriffe zurückzuschliessen. Man wird in dem ersten der nachstehenden Aufsätze (womit noch der Schluss der dritten Abhandlung kann verglichen werden,) die Begriffe der Spannung, der Energie, und der Wirksamkeit zusammengestellt finden; und zwar gemäss der früher schon angegebenen Rechnung; dergestalt, dass aus der Rechnung erkannt werden möge, wie der Begriff des Gleichgewichts unter den Vorstellungen hier zu verstehen sey. Es zeigt nämlich die Rechnung kein Gleichgewicht unter den Spannungen, auch keins unter den Energien; sondern unter den Wirksamkeiten, welche darin bestehn, dass jede Vorstellung der Hemmung, die über alle verhängt ist, hinreichend entgegenstrebt, um nicht mehr als ihr zukommt davon zu übernehmen. Denn jede einzelne Vorstellung wehrt der Hemmung, und setzt ihr eine Gränze. Die Annäherung an diese Gränze geschieht allmählig; bey denjenigen Vorstellungen, die ganz aus dem

Bewusstseyn verdrängt werden, ist diese Gränze imaginär; (sie fällt ins Negative, was bey Vorstellungen nicht möglich ist,) die übrigen gelangen niemals ganz dahin. Würden die Gränzen erreicht, alsdann wäre Ruhe vorhanden; und nichts anderes, als diese Ruhe, verstehn wir unter dem Gleichgewicht der Vorstellungen. Dies wirft ein Licht zurück auf die der Rechnung zum Grunde liegenden Causal-Begriffe. Würde ein anderer Begriff von dem Causal-Verhältnisse der Vorstellungen zum Grunde gelegt, so würde derselbe ohne Zweifel in einer andern Form der Rechnung seinen Ausdruck finden; und hieraus zurückschliessend würde der Leser den Unterschied der Causal-Begriffe deutlicher erkennen, als ihm derselbe in blossen Worten könnte dargelegt werden. Welcher von den Causal-Begriffen aber nun der Wahrheit gemäss sey, dies würde nicht die Rechnung entscheiden, sondern einerseits müssten die Begriffe metaphysisch untersucht werden, andererseits käme es auf Erfahrung an, welche die Resultate der Rechnung zu erproben und zu bewähren hätte. Dass übrigens neue Untersuchungen der Prüfung und vielleicht der Berichtigung bedürfen, weiss Jedermann, und gilt hier wie es bey allen ähnlichen Unternehmungen gelten wird.

Inhalt.

Seite

I. Ueber die Wichtigkeit der Lehren von den Verhältnissen der Töne, und vom Zeitmaasse, für die gesammte Psychologie 1

II. Ueber die Tonlehre 39

III. Ueber die ursprüngliche Auffassung eines Zeitmaasses 143

IV. Bemerkungen über die Bildung und Entwickelung der Vorstellungsreihen 184

Ueber die Wichtigkeit der Lehre von den Verhältnissen der Töne, und vom Zeitmaasse, für die gesammte Psychologie.

Als Kant, die reine Vernunft kritisirend, den Verstand auf die Erfahrung verwies: da war es Zeit, den transscendenten Begriffen einstweilen Ruhe zu gönnen; und über die Möglichkeit der Erfahrung zuvörderst genauer nachzudenken, um später mit besserer Vorbereitung zu höhern Untersuchungen zurückzukehren.

Man würde bald gefunden haben, dass aus angenommenen Formen des Verstandes und der Sinnlichkeit sich keine Möglichkeit der Erfahrung ergiebt; weil Formen, die auf immer gleiche Weise in uns liegen, keine Unterschiede dessen, was sich zur Beobachtung darbietet, erklären können.

Man würde weiter gefunden haben, dass die Gränze zwischen Sinnlichkeit und Verstand unrichtig müsse gezogen seyn. Denn um die Formen des Verstandes, die Kategorien, vollständig aufzufinden, hatte sich Kant an die reine Logik gewendet; diese sollte ihm einen Leitfaden gewähren, welcher den Eintheilungen der Urtheile entlehnt war. Eben diese Logik nun, welche für die eigentliche Wissenschaft des Verstandes galt, verräth durch ihre ganze Kunstsprache ein Bedürfniss räumlicher Vorstellungsart; ohne welche weder von Gegensätzen

noch vom Umfang und Inhalt der Begriffe, weder von Sätzen noch Schlüssen, weder von Prämissen noch Conclusionen zu reden wäre. Das ganze Oben, Unten, Mitten, was bey Begriffen und Schlüssen uns überall begleitet, zeigt eine Gemeinschaft mit dem Raume, der vermeinten Form der Sinnlichkeit.

Nach solchen Bemerkungen gegen die Art, aus einer Zusammenwirkung der Sinnlichkeit und des Verstandes die Möglichkeit der Erfahrung zu erklären, musste auch die Frage, wie sind synthetische Urtheile a priori möglich? von neuem in Erwägung kommen. Das mindeste, was man dabey thun konnte, war, den Umfang des Feldes zu betrachten, worin dergleichen Urtheile sich darbieten. Gleich der Raum liefert nicht bloss mathematische, sondern auch ästhetische Urtheile in Menge. Die Zeit liefert dergleichen in Verbindung mit der Sprache und Musik. Die Musik hat an der Tonleiter eine Fülle von Verhältnissen, die als consonirend und dissonirend unmittelbar beurtheilt werden; mit einer Evidenz, wie bey geometrischen Axiomen. Woher diese synthetischen Urtheile? Sollte dafür eine neue Form der Sinnlichkeit, die Tonlinie, analog dem Raume, angenommen werden? Oder meinte man im Ernste, der Tonkünstler, welcher Musik nicht bloss hört sondern denkt, empfinde einen Nervenkitzel in Folge zusammentreffender Schallwellen? —

Diese kurzen Erinnerungen an Manches, was schon anderwärts gesagt worden, müssen hier als Anknüpfungspuncte genügen. Man gedenke dabey der Schwierigkeit, für die Psychologie solche Thatsachen aufzustellen, welche hinreichend scharf beobachtet sind, um der Untersuchung zu Stützpuncten zu dienen. Wo es an vesten

Puncten fehlt, deren Bedürfniss man lebhaft fühlt, da ist immer eine grosse Versuchung vorhanden, nach eigner Meinung solche Vestungswerke zu errichten, wie Kant und so Viele nach ihm unternahmen, indem sie jedes einzelne Seelenvermögen durch genaue Gränzbestimmungen veststellen wollten, und dabey besonders über Verstand und Vernunft in nicht geringe Streitigkeiten geriethen. Kein Wunder, dass späterhin es sehr übel genommen wurde, als der Verfasser die sämmtlichen Seelenvermögen für mythologische Wesen erklärte.

Giebt es aber wirklich gar keine vesten Puncte für die Psychologie? Oder müssen wir uns wohl gar nochmals auf das Fichtesche Ich einlassen, so wenig Vestigkeit dieses auch in der neuern Geschichte der Philosophie bewiesen hat?

Veste Puncte in der Psychologie wird man vor allem unter den stehend und bleibend gewordenen Producten des menschlichen Vorstellens zu suchen haben. Diese erzählen zwar nicht selbst die Geschichte ihres ersten Ursprungs und ihrer allmähligen Ausbildung; aber auch nicht bey allen ist diese Geschichte so verwickelt und so schwer zu finden, wie beym Ich; und nicht alle individualisiren sich so mannigfaltig wie das Selbstbewusstseyn. Auch stehen nicht alle so vereinzelt wie dieses, für welches man keine passenden Vergleichungen auffinden kann. Sondern es giebt deren, die gruppenweise beysammen liegen, so dass die Erklärung, nachdem sie irgendwo einen Anfang gewann, leicht von selbst fortläuft.

Als bleibende Erzeugnisse des menschlichen Geistes müssen besonders die ächten und anerkannten ästhetischen Urtheile angesehen werden. Diese Producte haben das Schwankende abgelegt, was sonst die Bewe-

gungen des Denkens und Fühlens charakterisirt; und die anderwärts so schwierige Frage: ob sie einen realen Gegenstand unmittelbar zu erkennen geben? — diese Frage, welche die Untersuchung über das Ich so unsäglich erschwerte, — findet bey ihnen gar nicht statt. Denn Jedermann weiss, dass ein ästhetisches Verhältniss das nämliche bleibt, ob es nun bloss vorgestellt oder äusserlich wahrgenommen werde.

Schon die Geschichte, wo sie Völker und Zeiten in deren Eigenthümlichkeit aufzufassen sucht, findet ein wichtiges Hülfsmittel der Charakteristik in den Werken der schönen Kunst, welche zu Documenten aus der Vorzeit dienen. Sie betrachtet diese als sprechende Repräsentanten der Bildungs-Stufe und Bildungsweise der Orte und Zeiten; während in den Thaten, ja selbst in den Gesetzen, viel mehr Schwebendes, Abhängiges, Zufälliges liegt; welches selbst, wenn es sich lange bleibend erhielt, doch oft nur blieb, weil es einmal da war. Was durch seine Schönheit bleibt, hat dagegen zugleich das Zeugniss der nachfolgenden Zeiten für sich, die es gegen den Untergang schützten.

Wiederum aber ist unter den ästhetischen Gegenständen ein grosser Unterschied für die Psychologie, je nachdem ihre Regel mehr oder weniger genau vestgestellt ist. Die Frage: worin liegt der Grund dieser Regel? wie hängt sie mit den Gesetzen der geistigen Thätigkeit (sowohl bey den Künstlern als den Zuschauern und Hörern) zusammen? diese psychologische Frage wird schwierig, wo die Regel noch schwankt; — hingegen veranlasst sie desto belehrendere Untersuchungen, je entschiedener die Ueberzeugung ist, dass die Regel nur so und nicht anders angenom-

men werden könne. Wäre hier von räumlichen Gegenständen zu reden, so würden wir eben deshalb der Psychologie früheren Gewinn von der Betrachtung architektonischer Regeln versprechen, als von Reflexionen über Plastik und Malerey. Nicht als ob den letztern ein geringerer Werth beyzulegen wäre! Aber die Architektur hat weit vestere Formen; und bey ihr kann man viel leichter das Fehlerhafte im Gegensatze des Richtigen erkennen.

Wer indessen bey der Wahl des Gegenstandes, woran die Untersuchung sich üben und bewähren soll, die Einfachheit und hiemit die Bestimmtheit der Probleme zu schätzen weiss, worauf eine anhaltende Meditation, fern von aller Zerstreuung durch ein buntes Vielerley, sich heften muss: der wird den Raum, mit den Verwickelungen seiner Gestalten in drey Dimensionen, gern so lange zur Seite legen, als ihm die Zeit, die nur eine Dimension hat, noch Fragepuncte genug darbietet. Und einfacher, möchte man glauben, lasse sich kaum etwas finden, als das Zeitmaass, welches zwischen zwey momentanen Wahrnehmungen eingeschlossen, sich gleichförmig wiederhohlt, wenn die nämlichen Wahrnehmungen stets in gleichen Zeitdistanzen erneuert werden.

Dennoch giebt es einen Gegenstand, der den ersten Elementarbegriffen der Psychologie noch näher liegt als die Zeit mit ihrer Continuität, und der Tact mit seinen Abtheilungen. Es sind die Zusammenstellungen einfacher Töne, wodurch die Tonkunst ihre charakteristisch verschiedenen Intervalle und Accorde bildet. Wir werden diesen Gegenstand zuerst ins Auge fassen. Denn hier lässt sich bestimmter, als irgendwo sonst, angeben:

Was soll die Psychologie erklären?

Wie genau trifft die Erklärung mit dem Erklärten zusammen?

Man bemerke wohl, in welchem Sinne hier von vesten Puncten für die Psychologie geredet wird. Die Meinung ist nicht etwa diese: als sollten die vesten Puncte als Principien der Erklärung gebraucht werden. Die Psychologie hat in demjenigen Gebiete, worin wir uns hier versetzen, nicht eigentlich zu lernen, sondern sie lehrt, in Folge der Principien, die sie schon besitzt; und ihre Lehre geht ohne allen Vergleich weiter, als bloss auf die Tonkunst, die vielmehr ein sehr untergeordneter Gegenstand für die Lehre im Ganzen genommen ist. Allein indem sie lehrt, — indem sie Constructionen a priori entwirft, — entsteht der uns wohl bekannte Zweifel, ob die Lehre nicht etwan ein Hirngespinnst sey, wie es viele giebt. Darum bedarf die Lehre einer Bestätigung; und hiezu werden in der Erfahrung veste Puncte gesucht, mit denen die Lehre zusammentreffen soll. Denn eben diese sind das, was sie erklären soll. Könnte man solcher vesten Puncte viele finden, so hätte die Tonlehre keinen besondern Vorzug. Allein während es der Bestätigungen viele und mancherley giebt, sind sie doch nicht alle von gleichem Werthe, weil in vielen andern Fällen die Lehren der Psychologie bestimmter lauten, als dasjenige sich beobachten lässt, was in der Erfahrung mit ihr zusammentreffen soll; indem es vielmehr so schwankend, zerfliessend, vieldeutig ist, dass für die Vergleichung keine sichern Resultate gewonnen werden. Was würde es nützen, wenn wir z. B. eine psychologische Lehre zur Erklärung des Unterschiedes zwischen dem Bittern, Schar-

fen, Gewürzhaften, besässen? Diesen Unterschied unabhängig von aller Lehre, schon bloss thatsächlich, vestzustellen, würde nicht gelingen; man würde die Theorie mit keiner sichern Erfahrung vergleichen können. Ganz anders verhält es sich mit dem Unterschiede zwischen einer Quarte, falschen Quinte, reinen Quinte; deren jede von der andern so weit getrennt ist, dass es lächerlich seyn würde, hier von einer Gefahr der Verwechselung auch nur zu träumen; und zwar dergestalt getrennt, dass lediglich das musikalische Denken, ohne leibliches Hören, und vollends ohne Theorie, hinreicht, um sie zu unterscheiden.

Jedoch wollen wir nicht verhehlen, dass eine absolute Genauigkeit auch hier nicht statt findet. Wenn wir die Lehren der Psychologie noch beyseite setzen, so finden sich schon zweyerley Bestimmungen der Tonverhältnisse, von denen nicht geläugnet werden kann, dass aus ihnen eine geringe Schwankung hervorgeht. Die erste Bestimmung ist das ästhetische Urtheil selbst, welches im blossen Hören oder Denken die musikalischen Intervalle von den dazwischen fallenden (deren Zahl unendlich ist) unterscheidet. Würde man aber verlangen, dass hiedurch alle Intervalle bis auf ein Tausendtheil der Octave sollten vestgestellt werden, so möchte wohl der geübteste Musiker, wenigstens bey Dissonanzen, sich dazu unfähig bekennen. Die zweyte Bestimmung ist vollkommen scharf, denn sie geht von den Schwingungen oder den Längen der tönenden Körper aus; und man verdankt sie den mathematischen Physikern. Indem sie aber praktisch angewandt wird, zeigt sich ein kleiner Unterschied zwischen dem leiblichen Hören und dem musikalischen Denken. Man hört schon

bey geringer Abweichung von den Angaben der Physiker ein gewisser Zittern der Töne, und hält dies leicht für das Zeichen unreiner Intervalle. Dennoch lässt man sich bey Tasten-Instrumenten die gleichschwebende Temperatur gefallen, (die nothwendige Bedingung freyer Bewegung durch alle Tonarten,) welches nicht möglich wäre, wenn das musikalische Denken, welches dem Hören von innen her appercipirend entgegenkommt, an jener vorausgesetzten Unreinheit Anstoss nähme. Hier bleibt nun zweifelhaft, ob das musikalische Denken aus Nachsicht einen Nothbehelf sich gefallen lässt; — oder ob insgeheim das ästhetische Urtheil mit der gleichschwebenden Temperatur näher, als man meinte, übereinstimmt; so dass es sehr zufrieden seyn würde, wenn sich tönende Körper fänden, die im Stande wären, ihre Schwingungen nach der gleichschwebenden Temperatur einzurichten. Ein solcher Zweifel fällt denen nicht ein, welche, um die Reinheit eines Intervalls zu prüfen, sich aufs Horchen legen, ob die leiblich gehörten Töne schwirren und zittern oder nicht. Darauf aber können wir die psychologischen Lehren nicht beschränken; vielmehr werden wir bey einigen geringen Differenzen das Zeugniss der gleichschwebenden Temperatur als Bestätigung anführen, wo die physikalische Angabe zugleich von ihr und von unserer Rechnung um ein Geringes abweicht.

Jetzt aber müssen wir fragen: welcher Zusammenhang ist überhaupt zwischen den Schwingungen tönender Körper, und dem musikalischen Denken? Ohne Zweifel hat man eher Töne gehört, als Töne gedacht; so wie man eher Körper sah und betastete, ehe man geometrische Körper dachte. Allein die synthetischen

Urtheile a priori, deren wir vorhin erwähnten, binden sich in der Musik eben so wenig als in der Geometrie an das äusserlich Angeschaute. Um dies bemerklich zu machen, und den Empirismus des leiblichen Hörens zu vermeiden, wollen wir einen Augenblick annehmen, Jemand bestünde auf der nicht ungewöhnlichen (beym Mangel aller bessern Erklärung nicht übel zu deutenden) Hypothese: Das Harmonische des reinen Accordes beruhe auf dem Zusammentreffen der Schallwellen im leiblichen Ohre. Wir könnten ihm etwa folgende Fragen vorlegen:

1) Wenn zwey reine Accorde einander in gleicher Lage unmittelbar folgen: warum sind die Quinten und Octaven unerträglich? Und zwar so ganz unleidlich, dass sogar die sogenannten verdeckten (nur als Uebergang hinzugedachten, keinesweges wirklich gehörten) Quinten und Octaven von den Tonkünstlern verboten und gemieden werden? Und warum doch nur dann verboten, wenn einerley Paar von Stimmen diese Fortschreitung macht? Was haben die Schallwellen mit den paarweise zusammengefassten Stimmen zu thun?

2) Woher der Unterschied zwischen den beyden gleich reinen Accorden, dem Dur und Moll? Was hat die kleine Terze düsteres, wenn sie vom Grundton bestimmt wird, da sie im Dur-Accorde doch auch vorhanden ist, nämlich zwischen der grossen Terz und der Quinte?

3) Warum bedient man sich in der Musik der Dissonanzen, deren schlecht zusammenstossende Schallwellen man ja vermeiden sollte?

4) Warum liegt in der Septime eine Nothwendigkeit, sie nach unten, — im Leitton, ihn nach oben aufzulösen?

5) Warum ist der übermässige Secundensprung verboten?

6) Warum bleibt ein Accord sich immer gleich, wie man auch die Lage desselben verändere; während die Veränderung eines einzigen Tones, nur um eine kleine Secunde, den ganzen Accord umschafft?

Am halben Dutzend Fragen mag es genug seyn, um anzudeuten, was Derjenige unternimmt, der die Tonlehre erklären will. Soviel möge man einstweilen glauben, dass hier mit Schallwellen wohl nimmermehr etwas auszurichten seyn dürfte. Wir gedenken uns ihrer gar nicht zu bedienen; denn Schwingungen der Körper sind keine Vorstellungen, keine innern Zustände der Seele; und die Angaben der Physiker kommen uns nur in sofern in Betracht, als das ästhetische Urtheil — welches uns die verlangten vesten Puncte darbietet, — damit unzweydeutig einverstanden ist.

Da nun die Wichtigkeit der Tonlehre für die Psychologie darin gesetzt wird, dass hiedurch eine Bestätigung zu gewinnen ist: so entsteht die zwiefache Frage:

Erstlich: was soll bestätigt werden?

Zweytens: worin liegt und wie weit reicht die Bestätigung?

Auf die erste Frage ist nur Weniges zu antworten. Man kennt die Schwellenformel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, welche in verschiedenen Schriften ist entwickelt worden; und auf deren Ableitung wir weiterhin noch zurückkommen müssen. Diese Formel kann in derjenigen Bedeutung, worin sie ursprünglich gefunden wird, unmöglich durch die Erfahrung bestätigt werden, — nämlich wenn man

Genauigkeit verlangt. Denn im Allgemeinen zwar ist gewiss, dass unsere Vorstellungen einander aus dem Bewusstseyn verdrängen; aber zu beobachten, ob zwey stärkere Vorstellungen a und b gerade hinreichen, um ein nur wenig schwächeres c, als das obige, verschwinden zu machen, diess würde erstlich eine unmögliche Abmessung der Stärke des a und des b, und noch obendrein die Beobachtung dessen erfordern, was sich der Beobachtung entzieht, indem es aus dem Bewusstseyn entweicht. Da wären wir also bey den Unmöglichkeiten, die oft genug der mathematischen Psychologie von Unkundigen sind vorgeworfen worden. Hätte man sich erinnert, was schon vor mehr als dreyssig Jahren in den Hauptpuncten der Metaphysik war gesagt worden, so würde man viel leere Worte gespart haben.

Die erwähnte Formel soll nun dennoch bestätigt werden; nämlich in solcher Anwendung, die sich beobachten lässt. Dazu gehört nicht das, was aus dem Bewusstseyn verschwindet, sondern was bey gewissen Verhältnissen des Drucks und Gegendrucks im Bewusstseyn bleibt. Und hiezu wiederum ist nöthig, dass die Vorstellungen in Gegenwirkung wider sich selbst versetzt werden; wie es erfolgen muss, wenn eine Vorstellung in Bezug auf eine andre gleichzeitige in Gleiches und Entgegengesetztes zerfällt. Solches geschieht schon bey zwey gleichzeitigen Tönen; es ereignet sich auf eine mehr verwickelte Weise bey drey gleichzeitigen Tönen, d. h. beym Dreyklange. Und die Folgen davon werden gefühlt, indem man den Dreyklang als harmonisch oder disharmonisch bezeichnet. Es ist nun auf vielfache Weise jene einzige Formel, welche den Aufschluss über den Unterschied der Intervalle und Accorde liefert. Noch

mehr: wir werden durchgehends nur zwey verschiedene Anwendungen gebrauchen, indem entweder a = b, oder a = 5 und b = 4 (beynahe, denn die genauere Bestimmung bleibt vorbehalten) zu setzen ist. Das Zusammentreffen der Rechnung mit den Thatsachen muss selbst Derjenige vor Augen sehn, der sich in die Begriffe nicht finden kann; und diess ist die Bestätigung, um welche es zu thun ist. Denn wenn die Formel sich in der Tonlehre bewährt, und zwar nicht bloss einmal, sondern sovielemal, dass die ganze Tonlehre davon erleuchtet wird, so ist sie, sammt dem ganzen Zusammenhange, in den sie gehört, bestätigt.

Die zweyte Frage war: worin liegt, und wie weit reicht die Bestätigung?

Hier ist Verschiedenes zu sondern. Erstlich, die Intervalle zweyer Töne. Dann die reinen Accorde. Darauf die nicht consonirenden, und besonders die Auflösung der Dissonanzen. Von den einzelnen Intervallen wurden zuerst die Erklärungen der Quinten, der Quarte, der Terzen und der Secunde gefunden, und schon in den Hauptpuncten der Metaphysik kurz angezeigt. Ganz neuerlich beym Rückblick auf die ältere Arbeit, bot sich die Erklärung der übrigen Intervalle, (der beyden Sexten und der Septime) dar, genau übereinstimmend mit jenen früher erklärten, welche auch als Umkehrungen der letztern können betrachtet werden.

In einem Aufsatze vom Jahre 1811 (im Königsberger Archiv) wurde die Erklärung der reinen Accorde gegeben; der wichtigste Punct von allen. Damals blieb aber noch im Dunkeln, worin der Unterschied beyder reinen Accorde bestehe; hierüber, so wie über einiges,

was die Dissonanzen und die Tonleiter betrifft, waren dort unrichtige Meinungen geäussert.

Die neuerliche Untersuchung hat nun auch hierüber Licht gegeben.

Wegen der Grundlage unserer, hier anzuwendenden, Theorie sollte es billig genügen, auf die früheren Schriften lediglich zu verweisen. Allein während hier auf die Frage: wie jene Grundlage gefunden sey, nichts ankommt (denn wir wollen hier nicht begründen sondern bestätigen, und dazu dienen die Thatsachen): ist dennoch dahin zu sehen, dass die Theorie in den Hauptpuncten richtig verstanden werde. An Misverständnissen aber ist kein Mangel. Und nicht alles Misverstehen rührt her von Uebelwollen oder Unverstand. Auch der Wohlwollendste sucht mit Recht eine neue Lehre mit seinem frühern Wissen in Zusammenhang zu bringen; darum werden Verknüpfungen gewagt, Analogien verfolgt, die allmählig den alten Vorurtheilen den Zugang öffnen, und ihnen das Uebergewicht verschaffen. Vieles thut auch die Sprache, vieles die Darstellung. Wo sich noch keine veste Kunstsprache gebildet hat, da kann man sich nicht in der Kürze verständlich machen; welche Darstellung man aber auch wähle, sie wird eine Quelle von Misverständnissen schon durch das Ueberflüssige, was sie, blosser Erläuterung wegen einmischt. So ist es namentlich der Lehre von der Hemmungssumme ergangen; wobey wir unsre eigne Darstellung einer Ungenauigkeit beschuldigen müssen, die freylich der Zusammenhang sehr leicht aufklären konnte *).

*) Psychologie §. 42. Es heisst dort: Die Hemmungssumme sey entweder a, oder b; und weiter: "das Zu-Hemmende würde = a seyn, wenn b ungehemmt bleiben sollte." Diese

Schon dies einzige Beispiel ermahnt uns, dass es nicht überflüssig seyn werde, die Begriffe von der Hemmungssumme und dem Hemmungs - Verhältnisse hier nochmals kurz zu entwickeln. Erreichen wir auch damit nur andre Worte, so mag man wenigstens diese mit den frühern vergleichen, um sich nicht so gar leicht an den einzelnen Ausdrücken und Rede - Wendungen zu stossen.

Jedermann weiss, dass unsre Vorstellungen im Bewusstseyn bald mehr bald weniger hervortreten. Die gewöhnlichsten Beyspiele abwechselnder Reflexionen können dies schon allenfalls vorläufig bezeugen. Denkt man sich eine Rose und eine Lilie, so kann man bald auf die Farben dieser Blumen, bald auf den Lilienstängel und den Dornstrauch der Rose die Aufmerksamkeit richten; betrachtet man die letztern, so vermindert sich das Vorstellen der Farben. Zufällig ist jedoch in diesem Beyspiele der Umstand, dass ein willkührliches Aufmerken angenommen wurde; denn unsre Gedanken wechseln oft genug auch ohne alle Willkühr so sehr, dass andre an die Stelle treten, während die frühern mehr oder minder schwinden; auch einige ganz verschwinden.

Ungeachtet dieser Veränderlichkeit aber, bleiben die Vorstellungen selbst (z. B. jene der Rosenfarbe und

Worte bezeichnen bloss eine vorläufige Reflexion dessen, der die H. S. noch sucht, und nicht gefunden hat. Gleich weiterhin zeigt sich, dass die wahre H. S. $= b$ ist, woraus unmittelbar folgt, die Vorstellung b bleibe ungehemmt, wenn auch von a nur ein Quantum $= b$ gehemmt wäre, so dass der Rest $a - b$ ebenfalls ungehemmt bleiben würde. Ein solches Hemmungs - Verhältniss ist zwar unmöglich, allein wir reden hier von der Hemmungssumme.

der Lilienfarbe) die nämlichen. Auch ihr Verhältniss (z. B. der Unterschied des Rosenroth und Lilienweiss) bleibt unverändert.

Wir wollen dieses unveränderliche Verhältniss jetzt zuerst in Betracht ziehn; und können dabey schon jetzt auch auf solche Beyspiele hinweisen, die uns weiterhin besonders beschäfftigen sollen; nämlich auf die unveränderlichen Unterschiede der Töne. Eine reine Quinte bleibt immer das nämliche Intervall, ob man nun den Grundton stärker, und die Quinte schwächer, oder umgekehrt, höre oder denke.

In dem Unveränderlichen liegt zunächst das, was wir die Hemmungssumme nennen. Unsre Theorie sagt nämlich, (gleichviel aus welchen tiefern Gründen, um die wir uns hier nicht bekümmern,) dass bey Vorstellungen, die im conträren Gegensatze stehen, (wie jene beyden Farben oder Töne) aus dem Gegensatze selbst eine Nothwendigkeit entstehe, vermöge deren die Vorstellungen an Klarheit verlieren müssen; ein Verlust, der oft so weit geht, dass die Vorstellungen völlig verdunkelt, und im Bewusstseyn nicht mehr gegenwärtig sind. Wie gross ist diese Nothwendigkeit? — Da sie gar nicht vorhanden ist bey ganz gleichartigen Vorstellungen, welche vielmehr zu einem einzigen ungetheilten Vorstellen verschmelzen, so bestimmen wir ihre Grösse nach der Abweichung von der Gleichartigkeit; also nach der Grösse jenes Unterschiedes oder conträren Gegensatzes; den wir den Hemmungsgrad nennen; erinnern uns aber dabey, dass die Vorstellungen auch schon ursprünglich eine verschiedene Stärke besitzen, (wie bey hellerem oder schwächerem Lichte die Farben, und bey stärkerem oder schwächerem Klange die Töne); welche

ursprüngliche Intensität nicht verwechselt werden darf mit jener veränderlichen Klarheit im Bewusstseyn. Die ursprüngliche Stärke und ihre Verschiedenheit, findet man in den Wahrnehmungen des Hörens, Sehens u. s. w. hingegen die veränderliche Klarheit in den Erinnerungen, welche nachbleiben; in den Gedanken, welche kommen und gehen. Soll nun die Nothwendigkeit jenes Verlustes, d. h. die Hemmungssumme, ihrer Grösse nach bestimmt werden, so kommt es zugleich auf den Hemmungsgrad und auf die ursprüngliche Stärke an. Je grösser der Hemmungsgrad, desto mehr Nothwendigkeit des Verlustes oder des Sinkens; je grösser die ursprüngliche Stärke, desto weniger Nothwendigkeit des Sinkens.

Allein hier droht schon eine Verwechselung. Die ursprüngliche Stärke ist das Eigenthum jeder einzelnen Vorstellung für sich; hingegen der Hemmungsgrad ist für keine einzelne an sich vorhanden; er beruhet auf ihrem conträren Gegensatz, also auf dem Verhältniss der einen zur andern. Welches von diesen beyden: — Hemmungsgrad, — ursprüngliche Stärke, — kommt nun zuerst in Betracht, wo das nothwendige Sinken soll bestimmt werden? Offenbar nicht die Stärke. Durch sie allein erfolgt kein Sinken; vielmehr, wenn schon die Nothwendigkeit des Sinkens da ist, dann widersteht jede Vorstellung um desto mehr, je stärker sie ist. Wohl aber kommt zuerst der Hemmungsgrad in Betracht; denn in ihm beginnt die Nothwendigkeit des Sinkens. Da nun, wie zuvor bemerkt, der Hemmungsgrad für keine einzelne Vorstellung allein, sondern nur für ein Paar derselben vorhanden ist; und in ihrem Unterschiede liegt: so kommt die Nothwendigkeit des Sinkens zuerst für das Paar in Betracht, und daraus

erst kann die nämliche Nothwendigkeit für jede einzelne Vorstellung abgeleitet werden. Man darf also die eine und die andre dieser Betrachtungen nicht verwechseln. Mit andern Worten: man muss die Hemmungssumme von dem Hemmungs-Verhältniss unterscheiden.

Möchte auch das Hemmungs-Verhältniss, worin jede einzelne Vorstellung an der Nothwendigkeit des Sinkens ihren Antheil bekommt, unbestimmt bleiben; möchte sich darüber nichts ausmachen lassen: nichts destoweniger müsste sich die Hemmungssumme erkennen lassen, wenigstens für ein Paar von Vorstellungen. Denn hat die Nothwendigkeit zu sinken einen Grad: so ist eben dieser auch der Grad des Gegensatzes, wenn man einstweilen die Stärke bey Seite setzt, das heisst, sie gleich annimmt. Und umgekehrt: caeteris paribus ist der Grad des Gegensatzes seinem Begriffe nach die Grössenbestimmung der Nothwendigkeit des Sinkens. Will man das leugnen, so hat man dem Begriffe etwas von Unterschieden beygemischt, wobey die Vorstellungen mit einander verträglich bleiben würden, wie bey disparaten Verschiedenheiten. Die conträr entgegengesetzten schliessen einander gegenseitig aus; und wie der Gegensatz erfahrungsmässig eine Grösse hat (wie bey höhern und tiefern Tönen) so soll hier, — das ist unsre Grund-Annahme — diese Grösse den Grad der Nothwendigkeit des Sinkens bestimmen. Realisirt sich diese Grösse in einem Paar schwacher oder starker Vorstellungen (die wir für jetzt als unter sich gleich betrachten): so ist sie dem gemäss weniger oder mehr realisirt. Sind also x und y ein paar veränderliche Grössen, wodurch wir die Stärke der beyden Vor-

stellungen bezeichnen, ist ferner $x = y$, und der Hemmungsgrad $= m$, einem ächten Bruche, der höchstens $= 1$ werden kann, so ist $mx = my$ die Hemmungssumme; und dass sie es ist, liegt unmittelbar in ihrem Begriffe.

Oder sollte etwan $mx + my$ die Hemmungsumme seyn? Das widerlegt schon der erste Blick. Wenn mx gehemmt ist, so braucht nicht auch noch my, weder ganz noch theilweise gehemmt zu werden; eins von beyden ist genug, weil der Nothwendigkeit des Sinkens Genüge geschah, und dieselbe aufhört, sobald von zweyen Entgegengesetzten das eine verschwindet.

Ist nun ferner $y < x$; so realisirt sich die Grösse des Gegensatzes darum nicht in einem grössern Paar. Der Ueberschuss des x über y vergrössert zwar x selbst, aber auf x allein passt kein Begriff eines Gegensatzes. Darum ändert sich auch nicht die Hemmungssumme, sondern sie bleibt $= my$; weil sie mit keiner einzelnen Vorstellung etwas zu thun hat.

Wenn dagegen $y > x$, so ist der Ueberschuss des y über x nicht für das Paar vorhanden; die Hemmungssumme ist nun $= mx$.

Sollen wir nun etwa diese Darstellung noch vereinfachen? Wir würden es können, wenn die Vorstellungen eben so wenig ein Quantum ursprünglicher Stärke in sich trügen, wie die Fixsterne für das Auge einen merklichen Durchmesser haben. Dann bliebe doch noch immer eine Gradbestimmung für Klarheit und Verdunkelung; so wie, im Gleichnisse, für die Fixsterne ein Unterschied der Klarheit in Folge der heitern oder trüberen Atmosphäre. Dann würden wir geradezu sagen: der Hemmungsgrad m ist selbst die Hemmungs-

summe; und zwar unmittelbar durch den Begriff, weil die Hemmungssumme eben nichts anderes seyn soll, als die gefoderte Negation der Klarheit, d. h. der Wirklichkeit des Vorgestellt-Werdens in dem gegebenen Paar. (Wir drücken uns so aus, damit man nicht eine Verdunkelung mit einer Verminderung der ursprünglichen Stärke verwechsele.)

Wie aber bey den uns näheren leuchtenden Körpern es einen Durchmesser, also eine Vervielfältigung der leuchtenden Puncte giebt, und ausserdem auch eine Intensität des Lichts für jeden einzelnen Punct: so giebt es für ein Paar Vorstellungen, die gleich stark sind, erstlich einen gemeinsamen Grad dieser gleichen Stärke (analog der scheinbaren Grösse der leuchtenden Fläche) und zweytens eine Intensität des, in diesem Paare liegenden Gegensatzes; (analog der Intensität des Lichts). Darum entsteht ein Product, worin beyde Grössenbestimmungen sich vereinigen. Den Grad der gleichen Stärke nannten wir oben x oder y; die Intensität des Gegensatzes m; daher das Product mx oder my. In diesem Product ist m der Multiplicandus; x oder y der Multiplicator; wären aber x und y etwan nicht gleich, so könnte der Ueberschuss des einen über dem andern sich mit dem Begriff m nicht verbinden, der überall, bey jedem Minimum seiner Anwendbarkeit, ein Paar voraussetzt.

Ungeachtet dessen nun, was hier vom Ueberschusse gesagt worden, liegt vor Augen, dass, falls $x > y$, die Hemmungssumme auch dann verschwindet, wenn mx gehemmt wird; lediglich darum, weil die wahre Hemmungssumme my in der Grösse mx als ein Theil derselben enthalten ist. Diese Ueberlegung gehört dahin,

wo für drey Vorstellungen die Hemmungssumme gesucht wird *); welches für jetzt in Ansehung der Schwierigkeit, die aus Verschiedenheit der Hemmungsgrade entstehen kann, nicht in Betracht kommt. Nur einen Punct müssen wir erwähnen.

Man könnte nämlich aus dem Vorstehenden den unrichtigen Schluss ziehen, bey drey Vorstellungen gäbe es drey Paare, folglich für jedes Paar eine Hemmungssumme, die sich solchergestalt aus drey Grössen zusammensetzen würde. Wenn z. B. $m = 1$, und für drey Vorstellungen a, b, c (wovon a die stärkste, c die schwächste) die H. S. zu suchen wäre: so hätte man in dem Paare ab, die H. S. $= b$; in ac wäre sie c, in bc nochmals c; mithin zusammen $b + 2c$.

Allein in dem Paare ab — wiewohl wir von dem Hemmungs-Verhältniss noch nichts Bestimmtes erwähnten, wird doch gewiss nicht a den grössten Theil der Hemmung erleiden, sondern mehr als die halbe Hemmungssumme wird auf das schwächere b fallen. Desgleichen in dem Paare ac mehr als die halbe Hemmungssumme wird auf c fallen. Also auf b und c zusammen mehr als $\frac{1}{2}(b + c)$, mithin mehr als $\frac{2c}{2} = c$. Daher ist die Hemmungssumme, welche in dem Paare bc anzunehmen wäre, schon überstiegen; wie könnte man denn dieses Paar noch von neuem in Rechnung nehmen? Die Hemmungssumme ist demnach $b + c$.

Was nun ferner das Hemmungs-Verhältniss anlangt, so ist der einfachste Gedanke, der sich sogleich darbietet, dieser: Nachgeben-Müssen ist Schwäche; das Gegentheil ist Stärke. Je mehr Stärke, desto geringer

*) Psychologie §. 52.

die Nothwendigkeit, nachzugeben. Also wenn die Hemmungssumme, die wir durch den allgemeinen Begriff der Nothwendigkeit des Sinkens dachten, jetzt auf jede einzelne Vorstellung bezogen wird: so entsteht — zwar nicht Vertheilung einer wirklichen Last, — aber eine solche Determination jenes allgemeinen Begriffs, dass es für die schwächeren Vorstellungen nothwendiger sey zu sinken (d. h. an Klarheit zu verlieren), als für die stärkeren. Auf den Comparativ: nothwendiger, kommt es hier an; denn der Positivus: nothwendig, liegt schon in der Hemmungssumme. Die Stärke hat Widerstand zur Folge gegen die Veränderung des Zustandes jeder Vorstellung; die stärksten Vorstellungen erleiden die geringste Veränderung, und zwar einfach in Folge der Stärke. Das heisst, sie erleiden die Verdunkelung im umgekehrten Verhältniss ihrer Stärke. Daher a, b, c in den Verhältnissen $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ oder bc, ac, ab; und weil die Hemmungssumme ein Quantum ist, welches den sämmtlichen einzelnen Verdunkelungen gleich kommen muss, so wird die Vertheilungsrechnung nöthig, welche so steht:

$$(bc + ac + ab): \begin{cases} bc \\ ac \\ ab \end{cases} = (b + c): \begin{cases} \frac{bc\,(b+c)}{bc+ac+ab} \\ \frac{ac\,(b+c)}{bc+ac+ab} \\ \frac{ab\,(b+c)}{bc+ac+ab}. \end{cases}$$

Daran knüpfen wir sogleich eine leichte Bemerkung.

Man multiplicire a mit dem was von ihm soll gehemmt werden; desgleichen b; endlich c. Man bekommt

$$\frac{a.bc\,(b+c)}{bc+ac+ab}, \quad \frac{b.ac\,(b+c)}{bc+ac+ab}, \quad \frac{c.ab\,(b+c)}{bc+ac+ab}.$$

Diese Grössen sind sämmtlich gleich. Auf ähnliche Weise kann man schon für zwey Vorstellungen gleiche Producte erhalten, wenn jede Vorstellung, sofern sie durch eine Zahl als Bezeichnung ihrer verhältnissmässigen Stärke ausgedrückt ist, multiplicirt wird in das Quantum Hemmung, was sie zu erleiden hat. Der Sinn hievon ist nicht schwer zu finden. Nach der Hemmung sind die Vorstellungen im Gleichgewichte. Die allgemeine Nothwendigkeit des Sinkens war für alle gleich; diese Gleichheit zeigt sich eben so wohl in dem geringeren Nachgeben der stärkeren, als in dem grössern der schwächern. Betrachtet man die Hemmung als Spannung, d. h. als einen Grad des Zurückstrebens in die ursprüngliche Klarheit, so ist die Wirksamkeit der zurückstrebenden Vorstellung theils abhängig von der ursprünglichen Stärke, theils von der Spannung; wenn nun jede Vorstellung gleich stark wirkt gegen die andern, um ihnen die allgemeine Nothwendigkeit des Sinkens aufzuerlegen; so ist Ruhe mitten in der Spannung. Weitere Aufklärung hierüber hängt ab vom Begriffe der Spannung. Zuvörderst aber können wir diejenige Formel erreichen, auf welche im Folgenden am meisten ankommt. Es ist diejenige, welche entsteht, wenn

$$c = \frac{ab\,(b+c)}{bc+ac+ab}$$

gesetzt wird. Daraus ergiebt sich

$$c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}.$$

Wir haben diese Formel mit dem Namen der Schwellenformel bezeichnet. Wäre die schwächste der drey Vorstellungen genau in dem Verhältniss zu beyden stärkern, wie die Formel anzeigt, so wäre das

Gehemmte gerade so gross wie die Vorstellung selbst; sie würde ganz gehemmt, doch so, dass der mindeste Zusatz ihr die Kraft geben würde, noch eine Spur von Klarheit neben den stärkern Vorstellungen zu behalten, also gleichsam sich auf der Schwelle des Bewusstseyns zu behaupten.

Die Bemerkung, dass für $a = b$ sich ergiebt

$$c = b\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

wird im Folgenden oft gebraucht werden.

Gegen die obige vorläufige Darstellung vom Gleichgewichte der Vorstellungen wird man vielleicht einwenden, sie passe nicht auf mehr als zwey Vorstellungen in den Fällen, wo ungleiche Hemmungsgrade vorkommen *). Die Quanta der Hemmung erscheinen nämlich dort unter der Form:

für a, für b, für c,

$$\frac{bc\varepsilon S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}, \quad \frac{ac\eta S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}, \quad \frac{ab\vartheta S}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$$

Multiplicirt man diese Grössen nach der Reihe mit a, b, c, so fallen die Producte ungleich aus, weil die Factoren ε, η, ϑ, ungleich sind. Allein diese Incongruenz ist blosser Schein.

Zwischen a und b sey der Hemmungsgrad p, zwischen a und c sey derselbe n, zwischen b und c sey er m; wo p, n, m, ächte Brüche oder höchstens $= 1$ sind. Alsdann bedeutet in den obigen Formeln allemal $\varepsilon = p + n$, $\eta = p + m$, $\vartheta = m + n$. Diese Werthe setze man in die Formeln, und überlege zugleich, dass dadurch das Gehemmte von a, b, c, jedesmal in zwey Theile zerfällt, und dass es darauf ankommt zu sehen, ob a mit b, a mit c, b mit a, b mit c, c mit a, c mit b,

*) Psychologie §. 54.

also sämmtliche Paare unter sich im Gleichgewichte seyen. Nach geschehener Multiplication der Hemmungsgrössen mit a, b, c, ergiebt sich, wenn wir den überall gleichen Divisor weglassen:

für a	für b	für c
1) a.bcSp	3) b.acSp	5) c.abSm
2) a.bcSn	4) b.acSm	6) c.abSn

wo 1 mit 3, 2 mit 6, und 4 mit 5 im Gleichgewicht, und hiemit Ruhe vorhanden ist.

Dies wirft ein Licht zurück auf die obige Rechnung für den überall gleichen Hemmungsgrad $m = 1$. Denn dort auch muss eigentlich a sowohl mit b als mit c, desgleichen b mit a und mit c, und c mit a sowohl als mit b ins Gleichgewicht treten. Ist $m = n = p = 1$, so wird $\varepsilon = \eta = \vartheta = 2$; und die Grössen $\frac{2bcS}{2bc + 2ac + 2ab}$ u. s. w. verlieren bloss den Factor 2, weil er im Nenner und Zähler gleich ist. Dagegen wenn m, n, p, ungleich sind, bestimmt jeder von diesen Hemmungsgraden in einem Paare die Hemmung.

Es bleibt jetzt noch übrig, dass wir den Begriff der Spannung genauer bestimmen. Er drückt das Verhältniss aus, welches zwischen der ganzen Vorstellung, in Hinsicht ihrer ursprünglichen Stärke, und ihrem Gehemmten statt findet. Man kann von einer Vorstellung $= 10$, wenn ein Quantum derselben $= 5$ gehemmt worden, sagen, sie sey eben so gespannt, wie eine andre $= 6$, wenn von derselben das Quantum $= 3$ gehemmt ist. Heisst das Gehemmte, oder die Depression, D, die Vorstellung A, so ist die Spannung $= \frac{D}{A}$. Wendet man dies an auf das Hemmungsverhältniss dreyer Vor-

stellungen a, b, c, also auf die Verhältnisszahlen

$$bc\varepsilon, \quad ac\eta, \quad ab\vartheta,$$

so ist das Verhältniss der Spannungen

$$\frac{bc\varepsilon}{a}, \quad \frac{ac\eta}{b}, \quad \frac{ab\vartheta}{c}$$

oder

$$b^2c^2\varepsilon, \quad a^2c^2\eta, \quad a^2b^2\vartheta,$$

so dass, wenn $\varepsilon = \eta = \vartheta$, alsdann die Spannungen dem Quadrate der Verhältnisszahlen gemäss bestimmt werden. Der Begriff der Spannung ist nun ein ganz abstracter Begriff von dem Zustande, worin eine Vorstellung sich befinde, indem sie mehr oder weniger gehemmt, also von der ursprünglichen Klarheit abgewichen, und in Verdunkelung gerathen ist. Das Quantum des Gehemmten sowohl als das Quantum des ursprünglich klaren Vorstellens ist hier durch die Abstraction bey Seite gesetzt. Will man den abstracten Begriff durch Determination zu demjenigen zurückführen, welcher die Wirksamkeit jeder Vorstellung im Gleichgewichte mit andern bestimmen soll: so gehören dazu zwey Schritte, und man kann sich dieselben in folgender Art deutlich machen. Erstlich ist die angegebene Spannung in jedem beliebigen Theile der von der Hemmung betroffenen Vorstellung zu finden; und die Energie, welche aus der Spannung hervorgeht, ist grösser oder kleiner, wenn bey gleicher Spannung die Vorstellung selbst grösser oder kleiner ist. Man multiplicire also die zuletzt angegebenen Verhältnisszahlen, welche der Spannung gelten, durch die Stärke der Vorstellungen selbst; so kommt

$$ab^2c^2\varepsilon, \quad ba^2c^2\eta, \quad ca^2b^2\vartheta.$$

Jetzt ist weiter zu überlegen, dass diese gefundenen Energie-Verhältnisse, (welche den Hemmungsverhältnissen $bc\varepsilon$, $ac\eta$, $ab\vartheta$, gleich sind, weil man durch abc

dividiren kann,) noch mit demjenigen müssen verglichen werden, was jede Energie zu bewirken hat, und worauf sie deshalb verwendet wird. Bey der schwächsten Vorstellung ist zwar die Energie, worin sie durch stärkere Spannung versetzt ist, am grössten; dagegen ist desto mehr von ihr gehemmt worden, und die Wirksamkeit der Energie fällt desto geringer aus, je mehr dadurch zu vollbringen ist. Umgekehrt verhält sichs bey den stärkern Vorstellungen. Was zu vollbringen ist, das bestimmt sich nach dem Quantum des Gehemmten; denn dies soll wo möglich wieder in die Klarheit zurückversetzt werden. Um also aus den Energieen die Wirksamkeiten zu finden, multiplicire man die Energie-Verhältnisse mit den umgekehrten Verhältnissen des Gehemmten. Man hat demnach

$$\frac{ab^2c^2\varepsilon}{bc\varepsilon}, \quad \frac{ba^2c^2\eta}{ac\eta}, \quad \frac{ca^2b^2\vartheta}{ab\vartheta}$$

oder $$abc, \quad bac, \quad cab,$$

das heisst, die Wirksamkeiten sind gleich; oder das Gleichgewicht ist vorhanden, während die Spannungen von dem umgekehrten Verhältniss der Quadrate der ursprünglichen Stärke abhängen.

Es war demnach nicht einmal nöthig, die Factoren ε, η, ϑ, in ihre Bestandtheile aufzulösen; jedoch war es dienlich, um das Gleichgewicht in sämmtlichen Paaren nachzuweisen. Sind die Hemmungsgrade gleich, so kann man, statt mit bc, ac, ab zu dividiren, auch mit a, b, c multipliciren. Dies dient zur Vergleichung mit dem Obigen.

Hiemit wird die Irrung vermieden seyn, welche aus einem minder behutsamen Gebrauche des Worts Spannung in dem grössern Werke, vielleicht dann ent-

stehen könnte, wenn man den Zusammenhang ausser Acht liesse *).

Die hier entwickelten Begriffe sind allgemein; und man mag sie in ihrer Allgemeinheit prüfen, um sich zu überzeugen, dass dabey auf keine specielle Anwendung gerechnet wird; während alle Proben, worin sie sich bewähren sollen, nur speciell seyn können.

Nur Weniges ist noch beyzufügen in Ansehung des zweyten der hier folgenden Aufsätze. Weniges kann genügen, weil die Wichtigkeit der Untersuchung über das Vorstellen des Zeitlichen für die gesammte Philosophie, allgemein bekannt und anerkannt ist. Wir erinnern kurz an Kant. Bey ihm hing die Religionslehre an der Freyheitslehre; die Freyheit aber, als ein Glaubens-Artikel (nicht als ein Gegenstand des eigentlichen Wissens, denn das sollte sie nach ihm überall nicht seyn,) hing am kategorischen Imperative. Wie war denn diese Verbindung beschaffen? Das kategorische Sollen trat in den schärfsten Gegensatz gegen alles Müssen; dem Müssen aber, das heisst, der Naturnothwendigkeit, wurde die gesammte Zeitlichkeit zugewiesen. In die Zeit fiel die Causalität, soweit Causal-Verhältnisse Gegenstände der Erkenntniss seyn möchten. Um der unbegreiflichen Causalität, welche daneben der Freyheit eingeräumt bleiben sollte, Respect zu verschaffen, musste ihr Zeitlosigkeit beygelegt werden. Dies stand in der genauesten Verbindung mit der Kantischen Lehre von der Zeit als einer reinen Anschauung,

*) Psychologie §. 58. weiset zurück auf §. 43., und hiemit auf den Satz: die Vorstellung wirkt in dem Verhältniss, in welchem sie leidet.

welche, man weiss nicht warum? und wie? nun einmal dem menschlichen Geiste inwohnen sollte.

Was wir gegen diese Lehre (sowohl in der Psychologie als in der Metaphysik) schon längst vorgetragen haben, bedarf für jetzt keiner Wiederholung noch weiteren Ausführung. Wir lassen auch hierüber die Thatsachen reden; Thatsachen, die man hätte genauer untersuchen können, wenn auch nur der mindeste Gedanke an Mechanik des Geistes dazu gekommen wäre. Scheut man sich freylich vor diesem Gedanken, so unterlässt man die Untersuchung; aber die Thatsachen bleiben.

Dass eine solche Untersuchung an die, in der Zeit fortlaufende, Evolution unserer Vorstellungsreihen erinnert, liegt vor Augen; und die Wichtigkeit der Reihenbildung wird immer mehr erkannt werden, je tiefer man in die Psychologie eindringt.

Auf der Reihenbildung, und der davon abhängenden reihenförmigen Reproduction, beruht auch, wie am gehörigen Orte gezeigt, die Auffassung des Räumlichen. Hiemit sind Hemmungen wegen der Gestalt verbunden; deren Untersuchung durchaus verschieden seyn muss von jener Bestimmung der Hemmungssumme und des Hemmungs-Verhältnisses in Ansehung derjenigen Wahrnehmungen, welche in unmittelbarer Empfindung bestehn. Wer nur im mindesten geübt ist, Form und Materie der Erfahrung zu unterscheiden, der sollte dies wissen; allein es scheint dennoch nöthig daran zu erinnern. Denn der Hauptgrund, weshalb die obigen Lehren von der Hemmungs-Summe und dem Hemmungs-Verhältniss so wenig sind begriffen worden, liegt allem Anschein nach darin, dass man versuchte, sie anzubringen wo sie nicht passen. Die Hemmung wegen der

Gestalt dringt sich jeden Augenblick als Thatsache auf; wer nur meint, diese Thatsache habe unmittelbar durch jene Principien erklärt werden sollen, der wendet die Principien falsch an, und es kann nicht fehlen, dass er in Verwirrung gerathe. Lediglich um solcher Verwirrung zu steuern, wollen wir hier einige Sätze nackt hinstellen, die man leugnen mag wenn man kann; ihren Dienst werden sie leisten, wenn sie begreiflich machen, dass Hemmung wegen der Gestalt etwas anderes seyn müsse, als Hemmung unter einfachen Empfindungen.

Ein Punct, auf einer gleichfarbigen Ebene gesehen, zieht den Blick von allen Seiten zu sich hin, und entlässt ihn nach allen Seiten.

Zwey Punkte, auf einer gleichfarbigen Ebene gesehen, ziehen den Blick gegen ihren Mittelpunct hin.

Eine gerade Linie lenkt den Blick von einem Puncte zum andern, und nach beyden Seiten über die Endpuncte hinaus zu einer unbestimmten Verlängerung der Linie.

Ein Winkel lenkt den Blick zwischen seine Schenkel, gegen den Winkelpunct hin, und von da zurück unbestimmt in den Sector hinaus, welcher dem Winkel zugehört.

Drey Puncte in einer Ebene können gleichmässig nur von dem Mittelpuncte des Kreises aus gesehen werden, in dessen Peripherie sie liegen. Nun entstehen grosse Unterschiede, wenn dieser Mittelpunct in der Fläche des Dreyecks, oder ausserhalb derselben liegt. Beym gleichseitigen Dreyeck findet das Auge ihn leicht; beym spitzigen gleichschenklichten Dreyeck sucht es ihn auf der Mittellinie, wird aber bald gegen die Mitte der

Grundlinie, bald gegen die Spitze hingelenkt; beym stumpfen gleichschenklichten Dreyeck gelangt es kaum über die, dem Dreyecke zugehörige Fläche hinaus; beym ungleichseitigen Dreyecke, besonders wenn darin ein stumpfer Winkel vorkommt, geräth es vollends in ein ungewisses Schwanken. Derjenige Punct, von welchem die Entfernungen der gegebenen drey Puncte zusammengenommen, ein Minimum ausmachen würden, sollte eigentlich das Gesichtsfeld, als Mittelpunct desselben, bestimmen; allein wenn auch der Blick sich auf diesen Punct heftete, so würde doch immer der entfernteste Punct des Dreyecks schwächer gesehen werden, als die beyden näher liegenden, die das Auge mehr für sich gewinnen, und es gegen den Mittelpunct ihrer Distanz hinziehn. Sobald dies geschieht, geht die Auffassung der Gestalt fühlbar verloren; der entfernteste Punct wird wieder gesucht; aber die ganze Auffassung pflegt eher abzubrechen, bevor jenes Hin- und Herschwanken völlig zur Ruhe gekommen ist.

Wir wollen nun nicht etwa noch bis zu unregelmässigen Vierecken und Fünfecken fortschreiten, deren Auffassung noch schwieriger, und mit grösserer Unruhe verbunden ist, weil sich der Mittelpunct desjenigen Gesichtsfeldes, welches dem Zusammenfassen zum gleichmässigen Sehen am günstigsten wäre, noch schwerer möchte bestimmen lassen; und weil selbst, wenn er gefunden wäre, doch immer noch an der Gleichmässigkeit etwas mangeln würde.

Regelmässige Polygone, je mehr Seiten sie haben, werden um desto leichter gefasst, weil sie sich dem Kreise nähern, und hiemit den Blick in dessen Mittelpunct lenken. Daraus ersieht man sogleich, dass die

Vorstellung eines regelmässigen Hunderteeks und eines regelmässigen Tausendecks sich fast gar nicht hemmen, weil beyde in der Vorstellung des Kreises beynahe zusammenfallen; während Quadrat und gleichseitiges Dreyeck einander noch stark entgegengesetzt sind, obgleich bey weitem nicht so sehr, als die Vorstellungen solcher ungleichseitigen Dreyecke, deren Winkel sehr verschieden sind.

Wie nun, wenn Jemand uns zwey ungleichseitige Dreyecke vorlegte, mit der Zumuthung, hier die Hemmungssumme und das Hemmungsverhältniss zu bestimmen? Wie vollends, wenn man eine solche Aufgabe in Bezug auf zwey verschiedene Gesichts-Bildungen, oder nur in Bezug auf die Mienen stellte, in welche ein und dasselbe Gesicht kann verzogen werden?

Fragen aufwerfen, um Zweifel zu erregen, ist leicht. Wer aber Fragen zu beantworten wünscht, muss zuerst Ordnung in die Fragen bringen.

Wer noch an dem Vorurtheil hängt, das Räumliche sey simultan, folglich auch die Vorstellung des Räumlichen ohne Succession, der enthalte sich aller Fragen an die Psychologie in Bezug auf das Räumliche. Die Kantische Meinung von den sogenannten reinen Anschauungen a priori, als den Schätzen, worin alle räumlichen und zeitlichen Constructionen enthalten wären, so dass man sie nach Belieben herausgreifen könne, hatten alle Untersuchung dieser Gegenstände erdrückt; aus dieser Befangenheit musste man zuerst herausgehn. Dann aber folgte die Ueberlegung, dass die Nachforschung in Ansehung des Zeitlichen wenigstens einfacher ist, als die des Räumlichen mit seinen drey Dimensionen; und dass selbst die des Zeitlichen nicht eher mög-

lich ist, als bis man die Reproductions-Gesetze kennt, nach welchen der Gedankenlauf sich zeitlich entwickelt und gestaltet.

Fragt z. B. Jemand, welche Hemmung statt finde zwischen einem Hexameter und einem Pentameter? so bietet sich leicht die Antwort dar: der Pentameter lässt in der Mitte und am Ende eine Sylbe vermissen, welche der Hexameter besitzt. Aber woher das Vermissen? Das setzt eine versuchte Reproduction voraus; und um dies zu verstehen, muss man erst Untersuchungen über die Auffassung der Rhythmen angestellt haben, zu welchen wieder die Untersuchung über das Zeitmaass den Weg bahnen muss.

Wäre die Rede von der Abschätzung räumlicher Grössen durchs Augenmaass, also, um beym Einfachsten stehen zu bleiben, davon, wie man es anfange, die Distanz zweyer Puncte so aufzufassen, dass man den dritten Punct finden könne, welcher vom zweyten eben so weit abstehn solle, als der zweyte vom ersten: so kämen drey Umstände in Frage. Erstlich: die Verschmelzung unter den Vorstellungen des ersten und zweyten Punctes; denn diese Verschmelzung wird geringer, wenn der Zwischenraum grösser ist. Zweytens das Einschieben des Umgebungsraums, den wir zu jedem sichtbaren Gegenstande, vermöge der unbestimmten Reproduction früherer Raum-Vorstellungen, hinzudenken. Drittens diejenige Reproduction des ersten Puncts, durch welche wir denselben in Gedanken an die Stelle des zweyten setzen, um von da aus noch einmal die nämliche Distanz zu wiederholen; auf ähnliche Weise, wie wenn man einen Maassstab, anstatt ihn umzuschlagen, vielmehr soweit fortrückt, als seine ganze Länge be-

trägt. Alle drey Umstände können beym Augenmaasse zusammen wirken. Man bemerkt leicht, dass es für jeden derselben eine Analogie beym Zeitmaasse giebt. Daher mag man Vergleichungen zwischen Augenmaass und Zeitmaass anstellen; nur ist nicht zu vergessen, wie viel schwieriger die Betrachtung des Zeitmaasses werden muss, weil für das Auge zwar die gegebene Raum-Distanz stehen bleibt, und der Beobachtung immer zugänglich ist, hingegen das Zeitmaass verloren geht, wenn es einmal verfehlt war und nicht von neuem gegeben wird.

Dass aber das Zeitmaass sich festhalten lässt, zwar nicht mit mathematischer Genauigkeit, jedoch zu mannigfaltigem Gebrauche hinreichend, ist Thatsache. Nun liegt jedes Maass zwischen zwey Gränzen, und bedarf sowohl der einen, als der andern, um vestgehalten zu werden. Also kann das Zeitmaass nicht eher gegeben seyn, als bis der zweyte Einschnitt in die Zeit zum ersten hinzukommt; und es wäre schon verloren noch ehe es gegeben ist, wenn der erste Einschnitt nicht vestgehalten wäre, indem der zweyte dazu trit.

Das blosse Vesthalten aber würde auch nichts helfen. Bliebe eine durchs Wahrnehmen gewonnene Vorstellung unverändert im Bewusstseyn, so würde sich dieselbe durch Wiederhohlung bloss verdoppeln, verdreyfachen, überhaupt verstärken. Also muss die Vorstellung, durch welche der erste Einschnitt in die Zeit gegeben, und der erste Zeitpunct vestgestellt wird, sich während der von nun an verlaufenden Zeit irgendwie verändern. Diese Veränderung muss nahe der Zeit selbst proportional seyn, weil sich das Zeitmaass innerhalb solcher Gränzen, die sich nicht genau angeben

lassen, beliebig veststellen lässt. Es giebt nämlich Zeitabschnitte, die zu nahe, andere, die zu fern stehn, als dass ihre Distanz sich unmittelbar schätzen, vollends sich zur Auffassung des Tacts gebrauchen liesse; es giebt aber zwischen Beydem noch eine ziemlich weit offene Möglichkeit schnellern und langsamern Tactes, worin die Zeit so abgemessen wird, wie man ihr Maass willkührlich bestimmt hatte.

Welche Veränderung ist es nun, die, proportional der Zeit, mit der Vorstellung des ersten Tactzeichens, während des ersten Zeit-Theils, vor sich geht; dergestalt, dass die Grösse dieser Veränderung zum Maasse wird, dessen Gleichheit sich wieder erkennen lässt, wenn zum zweyten Tactzeichen das dritte, zum dritten das vierte, und so ferner, hinzukommt? — Wenn der Arzt den Puls fühlt, so sind die Pulsschläge die Tactzeichen. Wie weiss nun der Arzt, ob der Puls gleichmässig geht oder nicht? Sein Vorstellen dessen, was er fühlt, muss während der Zwischenzeiten beharren, aber auch sich verändern; die Veränderung muss bestimmt seyn durch den langsamern oder schnellern Puls; und die Gleichheit der Veränderungen muss ihm bemerklich seyn, mit hinreichender Genauigkeit, damit er den Zustand des Kranken darnach beurtheile. Welches sind diese Veränderungen? Das ist die Frage.

Man kann an qualitative oder an quantitative Veränderungen denken. Eine qualitative Veränderung ereignet sich bey solchen Vorstellungen, die an Schärfe der Bestimmtheit verlieren. Man hat etwa eine Person im blauen Kleide gesehn; sollte man aber dem Kaufmann, der viele blaue Tuchproben vorzeigt, angeben, welches Blau? so würde man schwanken zwischen

mehrern Nüancen. Man weiss etwa, dass eine eben gehörte Musik in C dur gesetzt ist; brächte aber nun Jemand mehrere Stimmgabeln herbey, und man sollte sagen, nach welcher von diesen Stimmgabeln die Instrumente gestimmt waren, so bemerkt man, dass die Vorstellungen, die man aufbehalten hat, nicht so vest bestimmt sind, um hierüber zu entscheiden.

Vielleicht also ist jene Veränderung während des Verlaufs einer kurzen Zwischenzeit, nach welcher beim Pulsschlage gefragt wurde, auch schon ein anfangendes Übergehn aus Bestimmtheit in Unbestimmtheit; und die Erneuerung der Pulsschläge ist eine Wiederkehr zur vorigen Bestimmtheit. Die Auffassung des Tacts wäre dann zum Theil eine Art von Grad-Messung solches Übergangs, nämlich wegen der Zeit, welche der Übergang verbraucht.

Man wird tiefer unten die verworrenen Neben-Vorstellungen berücksichtigt finden *), durch welche die Tactzeichen ihre Bestimmtheit verlieren können. Wir haben geglaubt, diesen Umstand von der Untersuchung nicht ausschliessen zu dürfen; jedoch wir sind weit entfernt, uns auf ihn allein zu verlassen. Nicht sowohl deshalb, weil die Unbestimmtheit eben unbestimmt ist, denn wenn sie in den nach einander folgenden Zeit-Abschnitten nur gleich bleibt, so kann sie auch deren Gleichheit fühlbar machen. Es ist nicht einmal nöthig, dass sie ganz gleich bleibe; die entferntern Nebenvorstellungen können durch die Hemmung abgeschnitten

*) Dass man die verworrenen Vorstellungen dessen, was zum Umfange eines Allgemein-Begriffs gehört, von den bloss verdunkelten sorgfältig unterscheiden muss, haben wir längst bemerklich gemacht. Psychologie §. 122.

werden, während die nähern, fast gleichartigen, sich mehr emporheben; im Aufmerken auf den Tact liegt überdies ein absichtliches Abstrahiren von dem, was nach dem Tacte geschieht oder gethan wird. Es ist auch gewiss, dass der Tact wirklich nicht immer, wo er vorkommt, auch wahrgenommen wird; vielmehr wird er leicht verloren, und es gehört nicht geringe Übung dazu, ihn vestzuhalten; zunächst aber kommt nur das in Betracht, was der Möglichkeit einer solchen Übung ursprünglich zum Grunde liegt. Endlich darf man die Frage, ob Jemandem die Zeit lang oder kurz vorkomme, hier nicht einmischen, denn was lang oder was kurz scheint, kann gleich gefunden werden; auch hängen die Gränzen, innerhalb deren im Allgemeinen der Tact bemerkbar ist, nicht von subjectiven Gemüths-Stimmungen ab.

Allein es giebt eine Klasse von Thatsachen, die uns erinnerten, auf jene qualitative Veränderung des Vorstellens nicht zuviel zu rechnen. Diese Thatsachen sind dem Zeitmaasse so eigenthümlich, dass schwerlich beym Auffassen gleicher Grössen im Raume etwas Ähnliches kann nachgewiesen werden. Es sind die Unterschiede der guten und schlechten Tactzeiten, die in der Metrik und Musik eine so wichtige Rolle spielen. Diese aus irgend welchen Einschiebungen verworrener Nebenvorstellungen zu erklären, scheint unmöglich. Mag immerhin das Eingeschobene, und hiemit der Übergang aus Bestimmtheit in Unbestimmtheit, gleich gross seyn; und mag damit das Einschieben eines Vorstellens des Umgebungs-Raumes zwischen zwey Raumpuncte (etwa zwischen zwey Sterne, während man den nächtlichen Himmel betrachtet,) noch so genau correspondiren: so

werden doch die guten und schlechten Tactzeiten ungleich aufgefasst; und diese Ungleichheit bey aller Gleichheit der Zeitdistanzen, welche gerade dem Zeitlichen selbst beygelegt wird, und keineswegs etwan aus andern, fremden Umständen hergeholt ist, scheint das Problem in solchem Grade zu erschweren, dass wir von jedem Versuch der Auflösung hätten abstehen müssen, wären uns nicht die Principien der Mechanik des Geistes zu Hülfe gekommen.

Auch hier aber musste erst ein Zweifel überwunden werden. Es konnte nämlich scheinen, als wäre das Fortsetzen einer Zeitreihe nach gegebenem Zeitmaasse bloss ein besonderer Fall der Reproduction gegebener Reihen überhaupt; auch lässt sich nicht leugnen, dass Verse oder Melodien, die man aus dem Gedächtnisse wiederholt, zur Evolution der Reihen gehören. Aber nach allem, was wir von dieser Evolution erforscht haben, geschieht sie durch ein continuirliches Heben und Sinken der Reihen-Glieder; und so blieb in Frage, woher denn die bestimmten, plötzlichen Einschnitte in die Zeit kommen sollen, welche man durch Tactschläge bezeichnet? Dieser Umstand wies uns endlich dahin, das Zusammentreffen einer sinkenden und einer steigenden Vorstellung, die, in wiefern sie in Gemeinschaft gerathen sind, auch eine gemeinschaftliche Bewegung zu machen hätten, genauer zu untersuchen. Bey dieser Gelegenheit hat sich das Resultat herausgestellt, dass man für die psychologische Rechnung die Einheit der Zeit mit Wahrscheinlichkeit auf zwey bis drey Secunden setzen kann; schwerlich viel kürzer und gewiss nicht viel länger. Die Frage nach den Einheiten, welche den Zahlen zum Grunde liegen, ist dem-

nach kein Medusenhaupt, womit man die mathematische Psychologie schrecken könnte.

Diejenigen, welche gewohnt sind, in ihren Betrachtungen über das Zeitliche mit der unendlichen Zeit anzufangen, mögen zusehn, wie sie in ihrem Herabsteigen zum Endlichen das Zeitmaass erreichen, und die angeführten Thatsachen erklären wollen. Können sie das nicht, oder begnügen sie sich mit Allgemeinheiten, die sich nicht ins Einzelne verfolgen lassen, so mögen sie begreifen, dass sie vom Unendlichen nicht hätten ausgehen sollen. Ferner mögen sie alsdann begreifen, dass ihnen der unendliche Raum eben so wenig dienen kann, ihm bestimmte Constructionen abzugewinnen; am wenigsten solche, die einen ästhetischen Werth oder Unwerth in sich tragen. Das Abwerfen der Schranken bezeichnet in der Philosophie den Anfänger; Maass und Gestalt wieder zu gewinnen, ist die Aufgabe für die Meister.

Nicht anders verhält sichs im Gebiete der Begriffe. Leere Allgemeinbegriffe treiben sich überall herum; damit ist weder die geistige noch die körperliche Natur zu erkennen.

Unser Zweck war, die Quellen der Psychologie weiter als bisher zu eröffnen. Darum haben wir uns bequemt, aus der Höhe der Allgemeinheiten so tief als möglich herabzusteigen, und bestimmte Thatsachen in Betracht zu ziehn. Gelangt man einmal zu der Einsicht, wie viel diese zu denken geben, so wird man ja hoffentlich auch überlegen, wie viel noch zu thun, und wie die Hülfsmittel des Denkens zu benutzen sind.

Ueber die Tonlehre.

1. Erste Thatsache. Von jedem beliebigen Tone aus kann man continuirlich zu höhern und zu tiefern Tönen fortschreiten, ohne dass die höchsten oder tiefsten Töne, die man hören, vollends die man sich denken könne, sich bestimmt angeben liessen.

2. Zweyte Thatsache. Die Unterschiede je zweyer Töne lassen sich als Maasse gebrauchen, nach welchen man andre gleich grosse, grössere oder kleinere Unterschiede abmessen kann. Solche Maasse sind unter dem Namen der Intervalle bekannt.

3. Anmerkung. Für die Musik sind alle gleichnamigen Intervalle gleich gross. Innerhalb einer jeden Octave befinden sich die kleine und grosse Secunde, kleine und grosse Terze, Quarte, falsche Quinte, reine Quinte, kleine und grosse Sexte, kleine und grosse Septime, — völlig auf gleiche Weise, ob nun der Grundton, von welchem anfangend diese Intervalle bestimmt werden, höher oder tiefer liege. Eine Octave liefert genau eben so viele und eben solche zu unterscheidende Intervalle, als eine andre. Die geometrischen Verhältnisse der Physiker verwandeln sich für die Musik in arithmetische.

4. Folgerung. Da zwischen je zwey Tönen ein Continuum möglicher Übergänge vom tiefern zum höhern liegt: so muss jedes endliche Intervall sich

dividiren und multipliciren lassen; und jeder endliche Divisor oder Multiplicator muss eine endliche Grösse liefern.

5. Frage: Gesetzt, man habe ein Intervall, welches nicht unendlich klein, sondern schon zu gross sey, als dass die Töne, zwischen denen es liegt, für völlig einerley genommen werden könnten: mit welcher Zahl würde man es multipliciren oder dividiren müssen, um dasjenige Intervall zu finden, dessen Töne völlig verschieden seyen?

6. Anmerkung: Es lässt sich leicht errathen, dass, wenn jenes Intervall ein Bruch der Octave ist, es mit dem umgekehrten Bruche müsse multiplicirt werden, um die Octave, und hiemit das Intervall der völligen Verschiedenheit zweyer Töne zu ergeben. Um aber dieses zu beweisen, müssen wir weiter gehn.

7. Dritte Thatsache. Zwey Töne, deren Distanz eine Octave ist, haben gegen jeden mittlern Ton die gleiche harmonische Bedeutung in sofern, als sie zu einem und demselben Accorde gehören.

Das heisst: die Secunden sind umgekehrte Septimen, die Terzen umgekehrte Sexten, die Quarte ist die umgekehrte Quinte.

Damit man nicht bloss das, worauf es hier ankommt, sich genau vergegenwärtige, sondern auch an eine weiterhin ganz unentbehrliche Bezeichnung sich gewöhne: dienen zunächst die ersten vier Figuren auf beyliegender Tafel. Der Ton *c* ist hier immer durch eine Querlinie angedeutet, welche dreyzehn senkrechte Parallelen durchschneidet. Zu diesem *c* ist das obere *d* die Secunde; das untere *d* die Unter-Septime; der Abstand beyder beträgt eine Octave; und der Secunden-

Accord von *c* gilt gleich dem Septimen-Accorde von *d*. In der Figur ist das obere *d* durch einen Strich nach oben, das untere durch einen Strich nach unten angedeutet; man darf aber nicht an der Stelle des Strichs den Ton *d* selbst suchen, welcher hier lediglich in so fern betrachtet wird, als *c* demselben nahe, hingegen von *e*, *f*, *fis* weiter entfernt liegt. Die Absicht der Figur wird klärer werden, wenn man sich *c* auf einem Tasten-Instrumente liegend denkt, wo rechtshin *d* folgt, aber linkshin, weiter abwärts, das um eine Octave tiefere *d* seinen Platz hat. Vergleicht man nämlich jetzt die zweyte Figur mit der ersten, so ist leicht zu bemerken, dass ein paar Striche, deren einer, aufwärts gerichtet, das obere *e*, der andre abwärts gehende, das untere *e* bezeichnen, beyde weiter rechtshin liegen, als die ähnlichen Zeichen für *d* in der ersten Figur. Eben so liegt *f* in der dritten Figur noch weiter rechts; desgleichen *fis* in der vierten Figur, während man auch hier sich hüten muss, die Töne an den Stellen zu suchen, wo ihre Zeichen stehn; da vielmehr die ganze Länge der Querlinie nur den Ton *c* bedeutet.

Dasjenige, worauf es in diesen figürlichen Darstellungen am meisten ankommt, ist dies: für den gegenwärtigen Zweck kann ein solcher Ton, der, wie hier *c*, als liegend zwischen höhern und niedern soll aufgefasst werden, nicht bloss als ein Punct in der Tonlinie (was er eigentlich ist), sondern er muss so betrachtet werden, als wäre er auseinandergezogen, und als besässe er eine Ausdehnung in die Länge. Denn es soll in ihm seine Verschiedenheit von einem höhern und von einem niedern, als ein Quantum angesehen werden, auf dessen Bestimmung sein

harmonischer Werth beruhet. Die Ausdehnung rechtshin nun bedeutet Gleichheit mit Tönen, die rechts liegen, und Gegensatz gegen Töne die links liegen; die Ausdehnung linkshin bedeutet Gleichheit mit Tönen, die links liegen, und Gegensatz gegen Töne zur Rechten. In der vierten Figur, wo *c* als liegend zwischen dem obern und dem untern *fis* erscheint, sieht man sogleich, dass dem *c* gleich viel Ausdehnung rechtshin und linkshin musste geliehen werden, um anzudeuten, dass in ihm der Unterschied von dem untern *fis* und dem obern *fis* gleich gross sey. Hat dagegen *c* mit dem untern *fis* noch etwas gemein, — welches als das Gleiche in beyden betrachtet werden könne, — so hat es mit dem obern *fis* gerade eben so viel gemein, denn es soll hier als der genaue Mittelpunct zwischen beyden angesehen werden.

Geht man nun rückwärts zu den vorigen Figuren, so sind auch diese leicht zu verstehen. Hat *c* mit dem obern *fis* noch etwas gemein, so ist seine Gemeinschaft mit dem, ihm näher liegenden *f*, *e*, *d*, gewiss grösser und grösser; darum giebt ihm jede Figur, von dem aufwärts gerichteten Theilstriche an, mehr Ausdehnung rechtshin, das heisst, dorthin, wo auf Tasten-Instrumenten der höhere Ton zu suchen ist. Umgekehrt, hat *c* mit dem untern *fis* noch etwas gemein, so ist seine Gemeinschaft mit dem, ihm ferner liegenden, untern *f*, *e*, *d*, gewiss kleiner und kleiner; darum giebt ihm jede Figur, von dem abwärts gerichteten Theilstriche an, weniger Ausdehnung linkshin, das heisst, dorthin, wo auf Tasten-Instrumenten der tiefere Ton zu suchen ist. Wie nun die Ausdehnung rechtshin, Gemeinschaft mit höhern, so bezeich-

net die Ausdehnung linkshin, Verschiedenheit von höhern, — und wie die Ausdehnung links hin, Gemeinschaft mit niedern, so bezeichnet die Ausdehnung rechtshin, Verschiedenheit von niedern Tönen.

Worin besteht aber das Merkwürdige der oben angegebenen dritten Thatsache? Darin, dass die Ausdehnungen rechts und links sich allemal zur Octave ergänzen müssen, wenn sie für den mittlern Ton (hier beyspielsweise den Ton *c*) seine Gemeinschaft oder seine Verschiedenheit mit zwey solchen Tönen bezeichnen sollen, die, gegen ihn, die gleiche harmonische Bedeutung haben.

8. Könnte denn nicht ein gleicher Abstand nach oben und nach unten, einen gleichen harmonischen Werth ergeben? Etwa wie in Figur 5, das obere *g* und das untere *f* nach entgegengesetzten Seiten gleichen Abstand von *c* haben? Die Erfahrung verneint dies durchaus; es wäre denn, dass man, wie in Figur 4, die halbe Octave, oder auch die ganze Octave zur Bestimmung des Abstandes wählte.

9. Oder könnte nicht dasjenige Intervall, zu welchem die beyden Abstände sich ergänzen sollen, kleiner oder grösser seyn, als die Octave? Etwa wie in Fig. 6, wo die Querlinie immer noch den Ton *c* bedeutet, aber statt der vorigen dreyzehn Senkstriche, zwischen denen zwölf kleine Abstände Platz hatten, nur zehn Senkstriche mit neun Abständen übrig gelassen sind. Das Intervall, zu welchem sich ergänzend die beyden andern den gleichen harmonischen Werth bekämen, wäre also nicht mehr die Octave, sondern die grosse Sexte. Die übermässige Secunde *c* — *dis* ist davon ein Drittheil; und die falsche Quinte *dis* — *a*

zwey Drittheil. Nach unten hin würde man zur Ergänzung die falsche Quinte *c—fis* nehmen, um die übermässige Secunde bis zur Sexte zu erweitern; und die Gemeinschaft zwischen *c* und *fis* betrüge nicht mehr (wie oben) gleichviel wie die Verschiedenheit, sondern nur noch halb soviel, nämlich soviel als die Distanz von *fis* bis zum untern *dis*. Demnach sollten in Bezug auf *c* nunmehr die beiden Töne *dis* und *fis* den gleichen harmonischen Werth haben; eine musicalische Ungereimtheit der ärgsten Art. Ähnliche Ungereimtheit wird man unter ähnlichen Voraussetzungen überall finden.

Es ist hier für das Verstehen der Figur immer genau vestzuhalten, dass der Querstrich allemal den nämlichen Ton *c* bezeichnet. Diesem hat man die Ausdehnung gegen *dis* rechtshin, gegen *fis* linkshin geliehen, um nach Abzug der Verschiedenheit, das übrige Gemeinschaftliche darzustellen. Die Unwahrheit der Figur liegt in der Unwahrheit der Voraussetzung. Der Wahrheit gemäss müsste die Figur für *dis*, welches von *c* rechts liegt, rechtshin; für *fis*, welches von *c* links liegt, linkshin, um die weggelassenen drey Senkstriche erweitert werden; dann aber käme sogleich zum Vorschein, dass *fis* und *dis* keineswegs für *c* die nämliche harmonische Bedeutung haben; denn zählte man die Senkstriche von links nach rechts, so käme, wie sichs gebührt, das Zeichen von *dis* zwar auf den vierten, hingegen das für *fis* auf den siebenten.

10. Jetzt lässt sich die (unter 5) aufgeworfene Frage zuvörderst nach ihrem Sinne näher bestimmen. Sie betrifft dasjenige Intervall, bei welchem die Gleichheit, die im continuirlichen Fortschreiten oder vielmehr

Fortfliessen der Töne nicht plötzlich verschwinden konnte, ganz aufhört. Dies Aufhören kann nur da eintreten, wo die Verschiedenheit, oder besser gesagt, der Gegensatz (weil die Töne nicht disparat, sondern conträr sind) vollständig wird. Denn die Intensität der Töne wird hier überall als gleich angenommen; und so muss das Entgegengesetzte wachsen, wie das Gleiche abnimmt.

Gleichheit und Gegensatz als wirklich abgesondert vorstellen zu wollen, als ob jedes einzeln wahrnehmbar wäre, ist desto unzulässiger, da offenbar beydes die Relation zu einem willkührlichen Grundton voraussetzt. Die Absonderung geschieht nur in Begriffen; ist aber durchaus nothwendig, weil man das continuirliche Fliessen, welches bey vollkommner Gleichheit der Töne seinen Anfangspunct hat, nicht ableugnen kann.

11. Satz. Das Intervall des vollkommenen Gegensatzes ist die Octave.

Beweis. Obere und untere Töne können in Ansehung eines mittlern niemals einerley Gleichheit oder Gegensatz erlangen; denn gerade der Unterschied des Oben und Unten besteht darin, dass jeder positive Zuwachs nach der einen Seite einen negativen nach der andern in sich schliesst. Nichtsdestoweniger lehrt die Thatsache, dass obere und untere Töne harmonisch gleichgeltend für den mittlern seyn können; sie lehrt hiemit, dass es zwar auf die Eintheilung, aber nicht darauf ankomme, welcher Theil gleich, und welcher entgegengesetzt sey. Da nun der mittlere Ton in beyden Fällen in Gleiches und Entgegengesetztes zerlegt wird, ob nun ein oberer, oder ob ein unterer

Ton die Eintheilung bestimme: so kann die Zerlegung, die von beiden Seiten herrührend gleiche Wirkung thut, nur in Ansehung des Theilungspunctes, wohin sie fällt, mithin des Verhältnisses unter den Theilen, von solcher Bedeutung seyn, dass der harmonische Werth dadurch bestimmt wird. Die Einerleyheit des Theilungspuncts aber ist nur möglich, wenn das, was von der einen Seite als Gleichheit abgeschnitten wird, von der andern Seite als Gegensatz zurückbleibt; und umgekehrt. Nun ist der mittlere Ton der Nullpunct, zu dessen beyden Seiten Grössen liegen, deren jede, negativ genommen, zu der andern positiven kann addirt werden. Diese Addition, bezogen auf die Gleichheit, muss anzeigen, wie weit die Gleichheit, hingegen auf den Gegensatz bezogen, anzeigen, wie weit der von der Gleichheit noch nicht völlig befreyte Gegensatz sich erstrecke. Bey den Tönen ergiebt sich aus solcher Addition allemal die Octave. Also ist die Octave das Intervall verschwindender Gleichheit und vollgewordenen Gegensatzes.

12. Folgerung. Wenn wir bloss um jenen harmonischen Werth uns bekümmern, so ist einerley, welcher von zwey gleichnamigen (um eine Octave entfernten) Tönen über oder unter dem mittlern liege. In so fern kann also z. B. die Figur 1, anstatt den Ton *c* zweymal darzustellen, so verändert werden, dass ein einziger Querstrich genügt, in welchem das Theilungszeichen zugleich aufwärts und abwärts geht; wie Fig. 7 anzeigt; wo man sich *d* oberwärts oder unterwärts denken mag.

13. Der Umstand, dass alle Verschiedenheit der harmonischen Werthe innerhalb der Octave liegt (3),

und dass in höhern und niedern Octaven sich immer dieselben Werthe wiederhohlen, — während vom Grade des Gegensatzes einzig und allein solche Werthbestimmung abhängt, — reicht eigentlich schon hin, um den obigen Satz zu beweisen. Denn über die Gränze hinaus, welche die Octave gesetzt hat, können Unterschiede des grössern und geringern Gegensatzes nicht mehr unmittelbar statt finden; so gewiss es übrigens ist, dass ein nur einigermaassen geübtes Ohr sie noch mittelbar (vermöge eingeschobener, d. h. hinzugedachter Octaven) recht gut vernimmt. Allein die vorstehenden Entwickelungen waren für das Nachfolgende durchaus unentbehrlich.

14. Weitere Folgerung. Zwey Töne zerlegen sich allemal gegenseitig; und da das Gleiche in beyden gleich gross, so muss allemal nach Abzug desselben auch das rein-Entgegengesetzte des einen, der Quantität nach gleich seyn dem rein-Entgegengesetzten des andern. Es giebt demnach allemal zum mindesten drey Grössen für eine Hemmungs-Rechnung; nämlich zwey gleiche Quanta des rein-Entgegengesetzten, und das Quantum der Gleichheit welche als Gleichheit nur eine ist, und von den gleichen Theilen, die dem einen und dem andern zukommen, noch unterschieden werden muss.

15. Satz. Die Gleichheit widerstrebt, als Eine, den beyden Gegensätzen.

Beweis. Wären die Töne ganz gleich: so würde ihre Gleichheit der Grund ihres völligen Zusammengehens in Ein Vorstellen seyn; da es in der Seele keine Scheidewände giebt. Dasselbe sollte statt finden, in wie weit die Gleichheit vorhanden ist. Aber dann müsste das Entgegengesetzte, weil es sich in den ein-

fachen Tönen nicht von den Gleichen absondern kann, in dieselbe Einheit hineingezogen werden. Die Gleichheit findet also Widerstand, und ist hierin jedem der beyden rein-Entgegengesetzten auch ihrerseits rein und vollkommen entgegen. Die gleichen Theile, einzeln genommen, gelangen entweder gar nicht, oder doch nur unvollkommen, zur Vereinigung; und können deshalb nicht unmittelbar als Eine Summe in Rechnung kommen, welche als eine durchaus ungetheilte Kraft wirksam wäre. Ob und wie fern eine solche Summe dennoch in Betracht zu ziehn sey, wird sich in der Folge zeigen.

16. Vierte Thatsache. Wenn die Octave in zwey, oder drey, oder vier gleiche Theile zerlegt wird: so entsteht allemal Dissonanz. Diese Dissonanzen sind, wenn *c* für den Grundton genommen wird:

a. Bey zwey gleichen Abständen: *c* und *ges*, die falsche Quinte; oder *c fis*, die übermässige Quarte.

b. Bey dreyen: *c*, *e*, *gis*, *c*, drey grosse Terzen. Den Unterschied der grossen Terze von der verminderten Quarte *gis c* können wir hier, wo es nur auf den Abstand ankommt, bey Seite setzen.

c. Bey vieren: *c*, *dis*, *fis*, *a*, *c*; vier kleine Terzen; (der verminderte Septimen-Accord von *dis*.) Auch hier kommt der Unterschied der übermässigen Secunde von der kleinen Terz nicht in Betracht.

17. Anmerkung. Dieser Umstand ist von der grössten Wichtigkeit in Ansehung des Unterschiedes zwischen Musik und den ästhetischen Bestimmungen über räumliche und zeitliche Verhältnisse; für welche die Symmetrie allemal von Bedeutung, und meistens Bedingung des Schönen ist.

Im Allgemeinen ist der Grund der Disharmonie nicht weit zu suchen. Die gleichen Theile, worin eine jede Vorstellung zerlegt wird, streiten mit gleichen Kräften wider einander. Wir betrachten zuvörderst näher

18. die falsche Quinte. Hier sind nicht bloss die Theile des einen und des andern Tones gleich, sondern die Gleichheit beyder (15) strebt, das Entgegengesetzte von beyden zusammen zu ziehen; so entsteht ein Conflict unter drey gleichen Kräften; ein Streit ohne Übergewicht auf einer Seite.

19. Fünfte Thatsache. Die reine Quinte wird als die vollkommenste Consonanz nächst der Octave allgemein anerkannt.

20. Fragen: *a*) Da die reine Quinte (z. B. *c*, *g*) von der falschen Quinte (z. B. *c fis* oder genauer ausgedrückt *c ges*) sich nur um einen halben Ton (*fis g*) unterscheidet, wie kann bey solcher Nähe ein so grosser Contrast entstehn, wie der zwischen einer harten Dissonanz und einer vollkommenen Consonanz?

b) Da die reine Quinte von der Octave beynahe um die Hälfte der ganzen Octave entfernt ist: wie kann sie der Beschaffenheit nach, nämlich als Consonanz, der Octave zunächst stehen?

21. Vorbereitung zur Antwort. Wenn die Antwort völlig klar und zureichend seyn soll: so muss aus einem und demselben Grunde erhellen: *a*) derjenige Streit, an welchem die falsche Quinte leidet, sey bey der reinen Quinte auf ein *minimum* reducirt; und *b*) die Gleichheit, welche bey der Octave gar nicht statt findet, (indem sie gerade das Intervall der verschwindenden Gleichheit ist, nach 11,) sey bey der reinen Quinte der Wirkung nach aufgehoben.

Antwort. Beydes findet in der That zugleich statt, weil die Gleichheit der reinen Quinte zu beyden Gegensätzen gerade in dem Verhältnisse steht, nach welchem unter drey geistigen Kräften, deren beyde stärksten gleich sind, die dritte schwächere auf die Schwelle des Bewusstseyns getrieben wird; nämlich die Gleichheit verhält sich zu jedem der Gegensätze wie $\sqrt{\frac{1}{2}}$ zu 1. Hiemit haben die Gegensätze vollkommnes Übergewicht.

Dies kann man, einstweilen nur die Octave in zwölf gleiche Distanzen theilend (genauere Rechnung bleibt vorbehalten,) schon daran erkennen, dass in Fig. 8. beyde Gegensätze durch 7 von jenen Distanzen ausgedrückt werden, mithin nur 5 für die Gleichheit übrig bleiben*). Es ist nämlich $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1 = 1 : \sqrt{2} = 10 : 14,14$ oder nahe 5 : 7.

23. Vergleichung mit der Angabe der Physiker. Gestützt auf Schwingungs-Verhältnisse tönender Körper, oder auf Saiten-Längen, giebt man gewöhnlich das geometrische Verhältniss der Quinte zum Grundton an wie $3 : \dot{2}$. Nun sind im musicalischen Gebrauche nicht nur alle Octaven gleich gross, sondern es müssen überhaupt anstatt der von den Physikern be-

*) Die Figur kann benutzt werden, um die Art der Bezeichnung nochmals in Betracht zu ziehn. Der Ton *g* ist eigentlich ein Punct in der Tonlinie; man denke ihn sich ursprünglich da, wo der mit *c* bezeichnete Theilungsstrich steht. Von hier an ist er auseinander gezogen, um linkshin die Gleichheit mit *c*, rechtshin den Gegensatz gegen *c* bemerklich zu machen. Aber auch *c* ist ein Punct in der Tonlinie; diesem musste wegen der Gleichheit mit *g* die Ausdehnung rechtshin, wegen des Gegensatzes linkshin geliehen werden.

stimmten geometrischen Verhältnisse die entsprechenden arithmetischen gesetzt werden; (nach 3.) Das heisst: wenn die Physiker den Grundton durch 1, die Octaven durch 2, die reine Quinte durch $\frac{3}{2}$ ausdrücken, so muss gesetzt werden

statt	1,	2,	$\frac{3}{2}$
hier	0,	*log* 2,	*log* $\frac{3}{2}$

wo, weil es nur auf Verhältnisse der Logarithmen ankommt, mit gemeinen Logarithmen eben so gut als mit natürlichen kann gerechnet werden. Es ist nun *l* 2 $=0{,}30103$; *log* $\frac{3}{2} = 0{,}17609$; dem gemäss verhält sich der volle Gegensatz der Octave zu dem Gegensatz der Quinte wie $30103 : 17609 = 1 : 0{,}58496$; zieht man nun 0,58496 ab von 1, so ergiebt sich 0,41504 als die Gleichheit der Quinte. Es ist aber $0{,}41504 : 0{,}58496 = 1 : 1{,}4094$, nahe wie $1 : \sqrt{2}$, oder $0{,}58496 : 0{,}41504 = 1 : 0{,}70952$, nahe wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Der Unterschied beyder Berechnungen ist an sich unbedeutend; er kommt vollends deswegen nicht in Betracht, weil bey Tasten-Instrumenten die sogenannte gleichschwebende Temperatur nöthig ist, wenn man sich in den verschiedenen Tonarten frey bewegen will; wäre aber der einen oder andern Rechnung ein Vorzug zu geben, so hat man zu überlegen, dass Bestimmungen, welche den tönenden Körpern gelten, eigentlich ganz verschieden sind von psychologischen Erklärungen dessen, was im Vorstellen sich ereignet; und dass die letztern sich nicht im mindesten auf jene stützen, obgleich sie nahe genug damit zusammentreffen, um von daher eine Bestätigung zu empfangen. Weiterhin wird sich noch eine, etwas weniges abweichende, Berechnung aus einem andern psychologischen Grunde ergeben.

24. Anmerkung. Nachdem die reine Quinte bestimmt worden, scheinen die übrigen Intervalle sich aus dem Quinten-Cirkel (*c*, *g*, *d*, *a*, u. s. w. bis zu *his*, welches auf Tasten-Instrumenten mit *c* zusammen fallen muss) von selbst zu erzeugen. Allein das ist viel zu weit hergeholt. In der Musik werden die Intervalle nicht erst abgeleitet, sondern unmittelbar empfunden, und eine psychologische Erklärung kann sich auf Ableitungen weiter nicht einlassen, als nur in wiefern wirklich eins zum andern hinzugedacht, wenn auch nicht leiblich gehört wird. Dagegen aber ist allerdings das musikalische Denken die Hauptsache; und der thörichten Einbildung, als wäre die Musik ein Nervenkitzel, widerspricht die Untersuchung schon dadurch, dass sie Fragen aufgiebt und beantwortet, die sonst nicht aufs entfernteste angeregt wurden.

25. Sechste Thatsache. Die Quarte wird zwar oft als umgekehrte Quinte vernommen; dennoch consonirt sie weit weniger als diese; ja es giebt Einige, die ihr kaum den Rang einer Consonanz zugestehen mögen.

26. Erklärung. In der reinen Quarte verhält sich der Gegensatz zur halben Gleichheit wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$. Sollte nämlich die Gleichheit in der That das Entgegengesetzte vereinigen: so müsste sie den einen Ton zum andern, aber auch den andern zu jenem fügen; ihr Streben müsste demnach in eine zwiefache, ja selbst entgegengesetzte Wirksamkeit übergehn. Diese Wirksamkeit wird bey der Quarte im Entstehen gehemmt; denn die Stärke der rein entgegengesetzten Theile ist hier noch hinreichend, um die Hälften der Gleichheit auf die Schwelle des Bewusstseyns zu treiben. Die Quarte macht daher eine Gränze zwischen dem Gebiete,

wo die Gleichheit vorherrscht (bey den engern Intervallen) und der Gegend, worin sie streitet und weiterhin bald unterliegt. Davon mehr bey der Melodie. (95.)

Das angegebene Verhältniss leicht zu erkennen, theile man zuerst nur wie vorhin, die Octave in zwölf gleiche Abstände. Fig. 9 zeigt 7 Theile Gleichheit gegen 5 Theile Gegensatz. Die halbe Gleichheit verhält sich demnach, obenhin genommen, zum Gegensatze wie $\frac{7}{2} : 5 = 7 : 10 = 0{,}7 : 1$, nahe wie $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1$.

27. Vergleichung mit den Angaben der Physiker. Wie oben in Bezug auf schwingende Saiten giebt man der Quarte das geometrische Verhältniss zum Grundton wie $\frac{4}{3} : 1$, also zur Octave wie $\frac{4}{3} : 2$. Nach (23) ist nun zu setzen

anstatt	1,	2,	$\frac{4}{3}$
hier	0,	*log.* 2,	*log.* $\frac{4}{3}$

Es ist $l\,2 = 0{,}30103$; *log* $\frac{4}{3} = 0{,}12494$. Dem gemäss verhält sich der volle Gegensatz der Octave zu dem Gegensatze der Quarte wie $30103 : 12494 = 1 : 0{,}41504$. Zieht man 0,41504 ab von 1, so ergiebt sich 0,58496 als die Gleichheit der Quarte. Davon soll aber hier die Hälfte genommen werden, weil es darauf ankommt, die ältere Bestimmung in die Vergleichung mit obiger Theorie einzuführen. Also die halbe Gleichheit ist $= 0{,}29248$; und diese nun verhält sich nach der alten Lehre zu jedem Gegensatze wie $0{,}29248 : 0{,}41504 = 0{,}7047 : 1$, d. h. nahe wie $\sqrt{\frac{1}{2}} : 1$.

28. Siebente Thatsache. Nach der gleichschwebenden Temperatur, welche bey Tasten-Instrumenten die Bedingung ihres gleichmässigen Gebrauchs für alle Tonarten ist, müssen drey grosse Terzen (wie *c, e, gis, c*) und vier kleine Terzen (wie *c, es, ges* oder *fis, a, c*)

die Octave gleichmässig ausfüllen. Demnach hat die grosse Terz ein Drittheil Gegensatz gegen den Grundton, und zwey Drittheile Gleichheit; die kleine Terz aber ein Viertheil Gegensatz und drey Viertheile Gleichheit. Hievon weichen die Bestimmungen der Physiker in so weit ab, dass auch dem Gehör einiger Unterschied merklich wird.

29. Zusatz. Die psychologische Bestimmung der Terzen kann zwey verschiedene Wege einschlagen, welche nicht genau dasselbe Resultat liefern. Allein bevor dies gezeigt wird, ist derjenige Unterschied zu bemerken, welcher zwischen dem leiblichen Hören und dem musikalischen Denken statt findet. Die psychologische Bestimmung gründet sich auf letzteres allein; jenes hingegen hängt zum Theil von den Schwingungsgesetzen der tönenden Körper ab. Daher kann man, leiblich hörend, ein Verhältniss als disharmonisch empfinden, wo im musikalischen Denken keine Disharmonie vorhanden ist. Und so hat die gleich-schwebende Temperatur für einen Nothbehelf der Tasten-Instrumente gelten können, während sie dem musikalischen Denken mehr angemessen war, als man glaubte. Indessen ist in diesem Puncte eine Überlegung von allen Seiten nöthig.

30. Frage. Lassen sich die beyden Terzen unabhängig vom Dur und Moll der reinen Accorde zulänglich bestimmen?

31. Antwort. Einerseits sind die reinen Accorde die Hauptstützen der Musik; anderentheils sind doch die beyden Terzen nicht auf reine Accorde beschränkt, sondern von weiterem Gebrauche. Kommt es nun einstweilen bloss darauf an, die Terzen durch bestimmte Merkmale als gewisse Puncte auf der Tonlinie von al-

len anderen Puncten zu unterscheiden: so hat man nicht nöthig, die Terze bloss als den dritten Ton zu zweyen schon gegebenen (Grundton und Quinte) zu betrachten. Daher muss die obige Frage verneint werden; allein mit dem Vorbehalt, auch die Bedingungen des reinen Accordes zu erwägen, und diese nicht etwan von jenen Merkmalen, als durchaus vestgestellt, abhängig zu machen.

Was nun zuvörderst die grosse Terze anlangt, so ist ohne Zweifel der Punct der Tonlinie, wo die halbe Gleichheit dem Gegensatze gleich, und ihre vereinigende Wirkung mit jedem Gegensatze im Gleichgewichte ist,— als ein von anderen Puncten der Tonlinie verschiedener, sich auszeichnender, zu betrachten. Dies trifft zusammen mit der gleichschwebenden Temperatur, nach welcher, wie schon gesagt, (28) die ganze Gleichheit zwey Drittheile gegen ein Drittheil Gegensatz beträgt. Hieraus allein aber würde sich das Harmonische der grossen Terz, was sie im reinen Dur bekommt, nicht erklären lassen.

Was zweytens die kleine Terz anlangt: so hat man den Punct aufzusuchen, wo die beyden Hälften der Gleichheit gegen die beyden Gegensätze stark genug sind, um letztere auf die Schwelle zu drängen. Nach der bekannten Formel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ oder wenn $b = a$, $c = b\sqrt{\frac{1}{2}}$, muss hier, wenn jeder Gegensatz $= x$, die Gleichheit $= 1 - x$, die halbe Gleichheit $= \frac{1-x}{2}$, angesetzt werden

$$x = \frac{1-x}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

woraus $$x = \frac{1}{1+2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{7}$$

$= 0{,}261203,$

und die halbe Gleichheit $= 0{,}36939$.

32. Vergleichung mit den Angaben der Physiker. Nach ihnen verhält sich die grosse Terz zum Grundton wie 5 : 4, die kleine zum Grundton wie 6 : 5. Diese geometrischen Verhältnisse mit Hülfe der Logarithmen auf arithmetische zurückführend, haben wir

1) für die grosse Terz, anstatt des Verhältnisses der Terze zur Octave wie 5 : 8, oder $\frac{5}{4} : 2$, das Verhältniss $log\ \frac{5}{4} : log\ 2 = 9691 : 30103 = 0{,}32193 : 1$, mithin, da der Gegensatz $= 0{,}32193$, die Gleichheit $= 0{,}67807$, und deren Hälfte $= 0{,}33903$, etwas grösser als den Gegensatz.

2) für die kleine Terz, anstatt des Verhältnisses der Terz zur Octave, wie 6 zu 10, oder $\frac{6}{5} : 2$, hier das Verhältniss $log\ \frac{6}{5} : log\ 2 = 7918 : 30103 = 0{,}26303 : 1$, welches nach obiger psychologischer Bestimmung (31) hätte seyn sollen 0,261203 : 1, also nahe damit zusammentrifft.

33. Frage. Da die beyden Sexten als umgekehrte Terzen vernommen werden (nach der dritten Thatsache in 7): müssen sie nur hiedurch bestimmt werden; oder gibt es für sie auch unmittelbar solche Gründe der Bestimmung, dass füglich die Terzen als umgekehrte Sexten zu betrachten wären?

34. In Ansehung der grossen Terze liegt sogleich am Tage, dass, was bey ihr Gleichheit, bey der kleinen Sexte Gegensatz ist, und umgekehrt. Also ist bey der letztern zwischen dem ganzen Gegensatz jedes Tons, und der Summe ihrer gleichen Theile, Gleichgewicht vorhanden. Rechnet man nach Zwölfteln der Octave, so hat beym Intervall der kleinen Sexte jeder Ton acht

Zwölftel Gegensatz und vier Zwölftel Gleichheit relativ gegen den andern Ton; gesetzt also, man könne die beyden gleichen Theile addiren, so ist ihre Summe gleich gross wie jeder von den Gegensätzen.

Bey der kleinen Terze kann ebenfalls in Bezug auf die grosse Sexte bemerkt werden, dass Gleiches und Entgegengesetztes ihre Stellen vertauschen; und dies führt hier zu folgender Rechnung.

Die Summe der gleichen Theile sey zu jedem der rein-entgegengesetzten Theile in dem Verhältniss, dass sie auf die statische Schwelle gedrängt werde: so hat man, wenn jeder gleiche Theil $= x$, jeder entgegengesetzte $= 1 - x$,

$$2x = (1-x)\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

oder

$$x = \frac{1}{1+2\sqrt{2}}$$

welches genau mit der Angabe in (31) zusammentrifft, nur dass hier Gleiches ist was dort Entgegengesetztes war.

Sind die Vorstellungen der Töne nach der Hemmung sattsam verschmolzen, so hat die vorausgesetzte Addition kein Bedenken; man kann also dann auch die Terzen für umgekehrte Sexten nehmen; eine nothwendige Abhängigkeit der Sexten von den Terzen ist nicht zu behaupten.

35. Frage. Kann man auf ähnliche Weise, wie über Terzen und Sexten, auch über die Septimen und Secunden Aufschluss erlangen?

36. Antwort. *a*) In Folge der Verschmelzung kann jeder einzelne Ton als verbunden mit dem, was im andern ihm gleich ist, betrachtet werden. So entstehn durch die Addition jedes Tons zu der Gleichheit, zwey Kräfte, neben welchen die entgegengesetzten Theile

auf die Schwelle mögen gedrängt werden. Das Gleiche heisse x, das Entgegengesetzte $1-x$; so entsteht folgende Rechnung:

$$(1+x)\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 1-x$$

woraus $x = (\sqrt{2}-1)^2 = 0{,}17158$

b) Oder man nehme an, die Vorstellungen, welche durch die halben Gleichheiten zur Vereinigung getrieben werden, seyen, durch diese halbe Gleichheit verstärkt, im Conflicte mit den einzelnen dergestalt, dass jede verstärkte wider die andere einzelne, aber auch jede gegen die andere verstärkte dränge. Das Entgegengesetzte heisse jetzt x, also die halbe Gleichheit $= \frac{1-x}{2}$, so hat man $(1+\frac{1-x}{2})\sqrt{\frac{1}{2}} = 1$; wenn 1 auf die Schwelle fallen soll; woraus wiederum

$$x = 1-2\sqrt{2}+2 = (\sqrt{2}-1)^2 = 0{,}17158.$$

Von diesen beyden Rechnungen dient die erste zur Bestimmung der kleinen Septime; die zweyte bestimmt die grosse Secunde; und beyde, unabhängig von einander, treffen genau zusammen. Es ist nämlich, wenn man den Gegenstand obenhin nach Zwölfteln der Octave betrachtet, leicht zu sehen, dass die kleine Septime nur noch zwey Zwölftel Gleichheit enthält. Addirt man diese zwey Zwöftel der einen Vorstellung zu der andern ganzen, so entsteht das bekannte Verhältniss zum Gegensatze wie 14 : 10; und hievon ist die erste der beyden Rechnungen nur der genauere Ausdruck. Bey der grossen Secunde beträgt die Gleichheit nahe zehn Zwölftel; davon die Hälfte, nämlich fünf, addirt zu jeder ganzen Vorstellung, so kommt das Verhältniss zur andern unverstärkten wie 17 : 12, nahe wie 14 : 10; und dies ists, was die zweyte Rechnung ge-

nauer bestimmt. Der Buchstabe x bedeutet in der ersten Rechnung das Gleiche, in der zweyten das Entgegengesetzte, weil Septime und Secunde sich zur Octave ergänzen.

37. Vergleichung mit den Angaben der Physiker. Die kleine Septime, als Quinte der kleinen Terz, (eine ganz unpassende Voraussetzung, weil die ursprüngliche kleine Terz von der des reinen Accordes bedeutend abweicht,) soll sich zum Grundton verhalten wie $\frac{9}{5} : 1$; also zur Octave wie $\frac{9}{5} : 2$. Nach einer andern Angabe (wobey richtiger die Septime als Quarte der Quarte betrachtet wird) soll das Verhältniss zum Grundton $= \frac{16}{9} : 1$, also zur Octave $= \frac{16}{9}$ zu 2 seyn. Nun ist

$$log\ \tfrac{16}{9} : log\ 2 = 0{,}24988 : 30103 = 0{,}83008 : 1,$$

mithin bey der Septime der Gegensatz $= 0{,}83008$, also die Gleichheit $= 0{,}16992$, welches von unserer Bestimmung, $= 0{,}17158$, nur sehr wenig abweicht.

Die grosse Secunde wird so angegeben, dass ihr Verhältniss zum Grundton sey $= \frac{8}{9} : 1$, also zur Octave $= \frac{8}{9} : 2$. Aber

$$l\ \tfrac{8}{9} : l\ 2 = 5115 : 30103 = 0{,}16992 : 1$$

also stimmt diese Angabe der Secunde mit jener der Septime genau zusammen, wie es seyn muss, weil der Secunden-Accord nichts anderes ist als der umgekehrte Septimen-Accord.

Dass hier die Abweichung zwischen der Aussage der Physiker und der psychologischen Bestimmung äusserst unbedeutend ist, erhellt sogleich, wenn man sich erinnert, dass sich die angegebenen Brüche, welche um etwa anderthalb Tausendtel verschieden sind, auf diejenige Einheit beziehen, welche den Ausdruck der

Octave ausmacht. Bey einer Septime oder Secunde, also einer Dissonanz, ein paar Tausendtel der Octave mehr oder weniger zu unterscheiden, möchte schwerlich selbst geübten Ohren gelingen. Und bey allen diesen Rechnungen darf man nicht einen Augenblick ausser Acht lassen, dass (nach obigem Beweise, 11,) die Octave dasjenige Intervall ist, wo der Gegensatz voll, oder $= 1$ wird; so dass von dieser Einheit die sämmtlichen Bestimmungen so wohl der Gleichheit als des Gegensatzes abhängen.

38. Schon oben (31) blieb vorbehalten, der reinen Accorde wegen, den bisherigen Bestimmungen der Intervalle einige andre an die Seite zu setzen, von denen man nicht voraussetzen darf, dass sie, auf eigenthümlichen Gründen beruhend, mit jenen ganz genau zusammen treffen werden. Bevor wir jedoch dazu kommen, ist hier noch die Frage nach der kleinen Secunde oder grossen Septime zu erheben, welche den sogenannten halben Ton ergeben muss. Wäre der Unterschied des Entgegengesetzten überall gleich bey zwey nächsten der zuvor bestimmten Intervalle: so könnte man diesen Unterschied als den halben Ton betrachten.

Das Entgegengesetzte — was wir manchmal der Kürze wegen den Gegensatz nennen, — muss zuerst nachträglich für die reine Quinte und Quarte aufgesucht werden.

Nach (22) soll bey der reinen Quinte der Gegensatz $= x$ sich zur ganzen Gleichheit $= 1-x$ verhalten wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$. Also

$$x : 1-x = 1 : \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

woraus $$x = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{1}{2}}} = 2\,(1-\sqrt{\tfrac{1}{2}}) = 0{,}58578.$$

Nach (26) soll bey der reinen Quarte der Gegensatz $= x$ zur halben Gleichheit sich verhalten wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$. Also

$$x : \frac{1-x}{2} = 1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$$

woraus $$x = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 = 0{,}41421.$$

Hiermit stellen wir die obigen Angaben (31, 34, 36,) zusammen, und erhalten folgende Tafel, woraus das Fortschreiten des Gegensatzes von einem Intervall zum andern hervorgeht:

Gegensatz der		Unterschiede
grossen Secunde	= 0,17158	
	— —	0,08962
kleinen Terze	= 0,26120	
	— —	0,07213
grossen Terze	= 0,33333	
	— —	0,08088
Quarte	= 0,41421	
	— —	0,08579
falschen Quinte	= 0,50000	
	— —	0,08579
reinen Quinte	= 0,58578	
	— —	0,08088
kleinen Sexte	= 0,66666	
	— —	0,07213
grossen Sexte	= 0,73879	
	— —	0,08962
kleinen Septime	= 0,82841.	

Man sieht, dass die Abweichung in diesen Unterschieden hauptsächlich von der kleinen Terz und grossen Sexte herrührt; es entsteht daraus die Frage, ob beyde nicht in anderer Hinsicht einer andern Bestimmung entgegengehen werden? Dies muss sich bey der Untersuchung über die Accorde aufklären. Giebt es hier eine Bedenklichkeit, so liegt sie darin, dass unsre Tasten-Instrumente, deren gleichmässige Temperatur glei-

che Unterschiede mit sich bringt, dem Gehör keine so bedeutenden Fehler, als daraus anscheinend entstehen müssten, fühlbar machen. Die Bestimmung der Physiker, (32), nach welcher anstatt 0,26120 vielmehr 0,26303 zu setzen wäre, macht die Abweichung nicht geringer sondern grösser; daher kann von dorther keine Abhülfe der anscheinenden Schwierigkeit erfolgen. Wir müssen erst weiter gehn.

39. Fragen. *a*) Worin liegt das Harmonische der reinen Accorde?

b) Warum giebt es nur zwey reine Accorde?

c) Worin liegt der Grund, dass, bey gleich vollkommner Harmonie, doch das Dur einen Vorzug der grössern Ruhe besitzt, das Moll dagegen mehr einer getrübten Gemüths-Stimmung entspricht?

40. Vorläufige Bemerkungen. Die ersten beyden Fragen laufen in einander zurück; so dass, wenn die erste vollständig beantwortet ist, sich die zweyte von selbst erledigen muss. Wir werden daher die zweyte als Anlass benutzen, der Antwort auf die erste einige nähere Bestimmungen beyzufügen. Denn wenn das Harmonische des reinen Accordes genau erklärt ist, so kann die Erklärung nicht weiter passen als nur auf die beyden reinen Accorde; sonst würde es deren mehr als zwey wirklich geben.

Glaubt man aber im Zusammentreffen der Schallwellen, (welches, beyläufig, eine unausführbare Genauigkeit und Reinheit, sowohl des Gesanges als der Instrumental-Musik erfodern würde,) den Grund der reinen Accorde zu finden: so bleibt die dritte Frage unbeantwortet. Denn ob im reinen Accorde die kleine Terz (wie *c*, *es*) unten, und die grosse Terz oben liege (wie

es, g) oder umgekehrt, (wie *c, e, g*): immer haben beyde auf gleiche Weise Platz in der Quinte (wie *c, g*); da immer, nach den angenommenen Verhältnissen, $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{2}$ giebt. Unsre frühern Bestimmungen offenbaren dagegen eine scheinbare Schwierigkeit. Der Gegensatz der Quinte soll seyn $= 0{,}58578$, aber die beyden Gegensätze der Terzen addirt geben $0{,}26120 + 0{,}33333 = 0{,}59453$; mithin hat die Quinte nicht Raum genug für die beyden Terzen. Es wird sich zeigen, dass daraus für das Moll etwas anderes folgt als fürs Dur. Im leiblichen Hören kann übrigens der Grund des Unterschiedes um desto weniger gesucht werden, da auch die Tasten-Instrumente bei gleichschwebender Temperatur keinen Unterschied offenbaren; denn sie geben der grossen Terz ein Drittheil, der kleinen ein Viertheil der Octave; und immer ist $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$, wie man die beyden Terzen auch legen möge. Man muss das musikalische Denken untersuchen.

41. Beantwortung der ersten Frage. Indem je zwey Vorstellungen von Tönen sich gegenseitig brechen, (nämlich in Gleiches und Entgegengesetztes,) müssen drey solche Vorstellungen sich doppelt brechen; dergestalt dass in jeder drey Theile zu unterscheiden sind. Im reinen Accorde verhalten sich die drey Theile allemal wie die Zahlen 3, 4, 5, beynahe; sucht man nun zu 4 und 5 die dritte auf der statischen Schwelle, so ergiebt die Formel $c = b \sqrt{\frac{a}{a+b}}$, wenn $b = 4$, $a = 5$, für c den Werth $= 2{,}9814$; das heisst, beynahe 3; dergestalt, dass bey höchst geringer Abänderung der Zahlen 3, 4, 5, vollkommen ein solches Verhältniss statt finden wird, wie schon oben bey den Intervallen als

der Grund der Consonanz erkannt wurde. Jedoch ist hier ein wichtiger Unterschied. Bey den Intervallen befanden sich solche Kräfte im Conflict, die von den Vorstellungen zweyer Töne herrührten; hingegen hier enthält jeder einzelne Ton des reinen Accordes in Folge der doppelten Brechung alle drey Theile, unter denen das angegebene Verhältniss sich findet.

42. Erläuterung. In Figur 10 sieht man die Brechungen in sämmtlichen Tönen des reinen Accordes von *c dur*. In Figur 11 dagegen die Brechungen in sämmtlichen Tönen des reinen Accordes von *c moll*. Die Figuren stellen dasjenige als abgesondert vor Augen, was man abgesondert nicht hören kann, aber, als wäre es abgesondert, denken muss, um die Art des innern Streits zu überlegen, worin eine an sich einfache Vorstellung begriffen ist, indem sie von zwey andern zugleich zerlegt wird in Gleiches und Entgegengesetztes.

43. Zusatz. Der angegebene Grund der Harmonie ist so allgemein, dass er nicht bloss in jeder Lage, die man dem reinen Accorde geben kann, der nämliche bleibt, sondern auch die von jenem abgeleiteten Accorde, den Sexten- und Sext-Quarten-Accord, sammt ihrem Unterschiede, erklärt. Die veränderten Lagen, welche entstehen, wenn man entweder die Octave, oder die Terz, oder die Quinte oben legt, verändern in den Figuren bloss die Richtung derjenigen Striche, welche die Brechung anzeigen, in so fern, dass man sie jenen Abänderungen gemäss nach oben oder nach unten ziehen kann, je nachdem die Brechung von einem obern oder untern Tone herrührt. Damit ändert sich an der Brechung gar nichts; das heisst, der Unterschied ist nicht harmonisch, sondern er hat nur Bedeutung für die

Melodie, von der wir hier nicht sprechen. Was aber den Sexten- und Sext-Quarten-Accord anlangt, so entstehn diese durch Hinzufügung einer Bass-Note, welche entweder der Grundton, oder die Terze, oder die Quinte ist. Dies nun verstärkt wohl eine oder andre Brechung, verändert sie aber auch nicht. Wird eine Brechung durch die Terze oder Quinte verstärkt, so ist die Art der Auffassung des Harmonischen nicht im Gleichgewichte; (man kann sich das an den Figuren vor Augen stellen, wenn man von den Strichen, welche die Brechung anzeigen, einen oder den andern etwas dicker oder länger zeichnet.) Daher gewähren die abgeleiteten Accorde nicht die vollkommene Ruhe, wie der reine Accord besonders dann, wenn der Grundton unten, und zugleich die Octave oben liegt. Die Octave bringt keine neue Brechung hervor; sie sichert aber dem Grundton das Übergewicht, indem sie nicht ihn, wohl aber gemeinschaftlich mit ihm die beyden andern Töne bricht. Wer etwa fragen möchte, welcher Ton das Vorrecht habe, der Grundton zu seyn, der müsste vergessen haben, dass die Quinte die vollkommenste Consonanz ist, und dagegen die Quarte, welche aus ihrer Umkehrung entsteht, ihr in der Consonanz nicht gleich kommt. Im Accorde von *c* muss *c* selbst der Grundton seyn, damit *g* als Quinte deutlich vernommen werde, nicht aber etwa die Quarte bilde; und so bey jedem andern reinen Accorde. Man vergleiche, was oben (22 und 26) von der Quinte und Quarte gesagt worden. Die Quarte endigt nur die Wirksamkeit der halben Gleichheit, die Quinte erst endigt den Streit der Gleichheit wider die Gegensätze; und dadurch kommt sie der Octave als Consonanz am nächsten.

44. Bestätigung durch eine Thatsache. Besonders merkwürdig ist, dass unter allen Lagen, die man dem reinen Accorde geben kann, diejenige am vollkommensten das Harmonische fühlbar macht, welche entsteht, wenn man den Accord nicht in die Distanz einer Octave einschliesst, sondern ihn dergestalt in zwey Octaven vertheilt, dass zunächst über dem Grundton die Quinte liegt, dann statt der Terze die Decime folgt, und oben die zweyte Octave den Accord abschliesst. Die Folge davon ist, dass der Grundton unmittelbar nur durch die Quinte gebrochen wird, und hiemit vollkommen consonirt; dann aber bey der Quinte sowohl als bey der Decime sich ein Umstand ereignet, den wir näher beleuchten müssen.

Man vergleiche Fig. 12 mit Fig. 10, und eben so Fig. 13 mit Fig. 11. Der einzige Unterschied in Ansehung der Töne *e* und *g*, *es* und *g*, scheint darin zu bestehen, dass die Richtung der Brechungsstriche etwas verändert ist. Allein hiemit hängt eine Erinnerung zusammen an die Bedingung, unter der die allgemeine Schwellenformel zur Anwendung gelangt. Soll $c = b \sqrt{\frac{a}{a+b}}$ auf der statischen Schwelle seyn: so müssen *a*, *b*, *c* im vollkommenen Gegensatze stehen. Nun ist zwar jeder Brechungsstrich das Zeichen des vollkommenen Gegensatzes, denn er sondert die Mischung des Gleichen und Entgegengesetzten, und die Mischung ist damit rein aufgehoben. Allein in Fig. 10, wo der Accord als innerhalb einer einzigen Octave eingeschlossen erscheint, ist der mittlere Theil zwischen den beyden Brechungsstrichen zwiefach in Betracht zu ziehen. Einerseits als Entgegengesetztes, anderntheils als ein Stück

der Gleichheit. Um dieses für einen Fall beyspielweise vollends zu beleuchten, nehme man in Fig. 10 die Darstellung des Tones *e*. Der Theil zwischen beyden Brechungsstrichen ist einerseits ein Stück von dem, was *e* mit *g* Gleiches hat, und in so fern demjenigen, was von ihm links liegt, rein entgegengesetzt; er ist andererseits ein Stück von dem, was *e* mit *c* Gleiches hat, und in so fern demjenigen, was von ihm rechts liegt, rein entgegengesetzt: aber in anderer Rücksicht ist er gleichartig dem, was links liegt, wiefern beydes zusammen die Gleicheit mit *c* bezeichnet; und eben so gleichartig dem, was rechts liegt, wiefern beydes zusammen die Gleichheit mit *g* bezeichnet. Dieses In-wiefern und In-sofern verschwindet bey der vollkommensten Lage des reinen Accordes. In Fig. 12 sind die Theile rechts und links die Gleichheiten nach unten und nach oben, daher unter einander entgegengesetzt wie Unten und Oben; der mittlere Theil aber ist nun Gegensatz in doppeltem Sinne; zugleich nach oben und nach unten. Dasselbe bemerkt man ohne Mühe bey Fig. 11 und 13.

45. Antwort auf die zweyte Frage. Da der Grund der Harmonie durch die Schwellenformel angegeben worden: so kann es scheinen, dieser Grund wäre nicht ausschliessend, wie er doch seyn soll. Denn in der Formel $c = b \sqrt{\frac{a}{a+b}}$ sind a und b beliebig anzunehmende Grössen; man kann demnach für c unzählige Werthe finden. Nun kommt zwar hier eine zweyte Gleichung hinzu, nämlich $a + b + c = 1$, indem a, b, c als entstanden aus einer einzigen Vorstellung zu denken sind, welche Vorstellung durch Brechung in die Theile a, b, c, weder grösser noch kleiner wird, son-

dern das Eine und Ganze ist, worauf jene, als Brüche desselben, sich beziehen. Allein wo bleibt die, zur völligen Bestimmung nöthige dritte Gleichung? — Nach einer solchen darf man hier gar nicht fragen; wir haben der Bestimmungen nur zu viele. Es sollen nämlich so genau als möglich diejenigen Bestimmungen vestgehalten werden, welche in den einzelnen Intervallen, wo die Töne paarweise genommen wurden, schon liegen. In diesem Betracht ist die Aufgabe, den reinen Accord zu construiren, sogar mehr als bestimmt, und eine ganz genaue Auflösung überall nicht möglich. Für den praktischen Gebrauch genügt eine Annäherung vollkommen; aber sie ist nur in den beyden reinen Accorden erreichbar.

46. Ausführlichere Beantwortung der zweyten Frage. Da die Quinte nächst der Octave die vollkommenste Consonanz ist, (22) so nehme man zuvörderst in der Schwellenformel für a die Gleichheit der Quinte. Der Gegensatz ist $= 0{,}58578$, also die Gleichheit $= 0{,}41421$. Man versuche, ob sich hieraus, in Verbindung mit jenen beyden Gleichungen, für b und c solche Werthe gewinnen lassen, welche der Voraussetzung entsprechen, dass die reine Quinte aus einer grossen und einer kleinen Terze bestehen, und dieselben in sich fassen solle.

Die drey Bestimmungen sind also:

$$a + b + c = 1$$

$$a = 0{,}41421$$

$$c = b \sqrt{\frac{a}{a+b}}$$

Nun ist $c = 1 - (a + b)$

Man setze $a + b = x$; und $b = x - a$, so kommt

$1 - 2x + x^2 = \frac{(x-a)^2\, a}{x}$, woraus die Gleichung

$$x^3 - (2+a)\, x^2 + (1+2a^2)\, x - a^3 = 0$$

Diese Gleichung förmlich aufzulösen ist nicht nöthig, denn man kennt x schon sehr nahe. Man weiss, dass b fast $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, und a fast $= \frac{5}{12}$; also sehr nahe $a + b = x = \frac{3}{4}$; daher ist nur die gewöhnliche Annäherung zur Wurzel noch übrig. Also setze man $x = \frac{3}{4} + u$. Nach gehöriger Rechnung findet man

$u = 0{,}0003\ldots$ woraus $b = 0{,}3361$; $c = 0{,}2497$

so dass b noch über $\frac{1}{3}$, c noch nicht völlig $= \frac{1}{4}$ wird. Das heisst: die grosse Terze müsste (freylich sehr wenig) mehr betragen, als ihr die gleichschwebende Temperatur, einstimmig mit unserer obigen Angabe, einräumt; dagegen weicht die kleine Terze merklich ab sowohl von unsrer frühern Rechnung als von der Angabe der Physiker, während ihr die gleichschwebende Temperatur, nach der sie $= \frac{1}{4}$ seyn muss, so nahe kommt als man irgend verlangen kann. Unsre frühere Rechnung, da wir die kleine Terz unabhängig vom reinen Accorde bestimmten, gab ihr den Gegensatz, d. h. die Entfernung vom Grundton, $= 0{,}2612$; eine so grosse Distanz passt aber nicht in den reinen Accord, nämlich nach der jetzigen Voraussetzung, welche sich darauf stützt, die Quinte solle vollkommen rein seyn. Bekanntlich wird ihr dies von der gleichschwebenden Temperatur nicht zugestanden, sondern sie muss um ein Weniges, was jedoch dem Gehör schon merklich ist, abwärts schweben; also dem Grundtone sich annähern. Dass dies einen sehr guten Grund hat, wenn man ihn gleich in etwas weiterer Ferne suchte, als da, wo er zu allernächst liegt, wird sich bald vollends aufklären.

47. Zweytens nehme man die kleine Terz als schon bestimmt an, nach (31). Ihr Gegensatz ist dort $= 0{,}2612$ gefunden worden. Nun lässt sich zwar schon voraussehn, dass dies die schlechteste Bestimmung des reinen Accordes seyn wird. Denn wenn $c = 0{,}2612$, mithin grösser als vorhin, so zeigt schon die Schwellenformel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, dass b ziemlich nahe proportional mit c wachsen muss, welches die grosse Terz noch grösser, die Gleichheit der Quinte kleiner, also die Quinte selbst nicht kleiner, sondern grösser, und über den Punct der Reinheit hinaufgetrieben geben würde. Indessen wollen wir die Rechnung dennoch ausführen, da für die Untersuchung dieser Gegenstand bedeutend ist. Man hat also

$$a + b + c = 1$$
$$c = 0{,}2612$$
$$c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$$

Nun ist $a = 1 - (b + c)$, und $a + b = 1 - c$

Daher $c^2\,(1-c) = b^2\,(1-b-c)$, oder

$$b^3 - b^2\,(1-c) = c^2\,(1-c) = 0$$

wo b die unbekannte Grösse ist.

Da b nahe $= \frac{1}{3}$, so setze man $b = \frac{1}{3} + u$; die Rechnung ergiebt $u = 0{,}0336$, also $b = 0{,}3669$, und $a = 0{,}3719$, so dass der Gegensatz der Quinte $= 0{,}628$, welcher seyn soll $= 0{,}58578$, sogar die Hälfte der Distanz von hier bis zum Gegensatz der kleinen Sexte — welcher $0{,}6666$ beträgt, — noch übersteigen würde.

48. Drittens nehme man die grosse Terz als schon bestimmt an; nach (31). Ihr Gegensatz ist dort $= \frac{1}{3}$ gefunden. Man hat demnach

$$a + b + c = 1$$
$$b = 0{,}3333$$
$$c = b \sqrt{\frac{a}{a+b}}$$

Man setze $a + b = x$, also $c = 1 - x$, und

$$(1-x)^2 = b^2 . \frac{x-b}{x}, \text{ woraus}$$
$$x^3 - 2x^2 + (1-b^2)\, x + b^3 = 0$$

Wiederum sey $x = \frac{3}{4} + u$, so findet sich $u = 0{,}00136$, $x = 0{,}75136$, $a = x - b = 0{,}4180$, der Gegensatz der Quinte $= 0{,}5819$; da er nun seyn sollte $= 0{,}5857$, so braucht man die Quinte nur kaum merklich abwärts schweben zu lassen. Der Gegensatz der kleinen Terz wird jetzt $c = 0{,}2486$, also sehr wenig kleiner als $\frac{1}{4}$; daher nunmehr Alles ganz nahe mit der gleichschwebenden Temperatur übereinkommt, welche nach dem, was hier entwickelt worden, wohl nicht mehr für einen Nothbehelf gelten dürfte.

49. Beantwortung der dritten Frage (in 39). Die sehr befremdende und schwer scheinende Frage, weshalb das Moll völlig gleich consonirend wie das Dur, dennoch — man weiss nicht recht wie? — minder befriedigt, wie jenes, (so dass vortreffliche Musiker selbst in Werken, die dem Moll angehören, oft ganz am Ende anstatt des Moll noch im Dur schliessen, um den letzten Ruhepunct zu gewinnen); weshalb es überdies mehr geeignet ist, Trauer, Schwermuth, Zorn, selbst Grillen und Humor auszudrücken, als das Dur, während es zur reinen Heiterkeit und zum Frohsinn nicht passt: diese Frage kann auf dem jetzigen Standpuncte der Untersuchung auf eine Weise beantwortet werden, die ins Auge fällt, sobald man nur auf die

schon bekannten Zeichnungen zurückblickt. Beym Dur-Accorde, wie ihn Fig. 10 darstellt, entsteht der schwächste unter den drey Theilen, worin jede Ton-Vorstellung gebrochen wird, allemal dadurch, dass er übrig bleibt, nachdem in Bezug auf den Grundton die grosse Terz und die Quinte vestgestellt worden. Beym Moll hingegen ist es der Grundton, gegen welchen die kleine Terz unmittelbar bestimmt wird. Hätte nun dies Intervall freyen Raum im reinen Accorde, — oder dürfte der Accord ihm genügend construirt werden, so läge hierin nichts, was dem Dur nachstände. Allein es ist (in 47) gezeigt worden, dass alsdann die grosse Terz und die Quinte unerträglich müssten überspannt werden. Demnach ist nicht bloss die kleine Terz gepresst, sondern im Moll fällt die Abweichung, die sie erleidet, auf den Grundton selbst, welcher sich vertiefen müsste, wenn dem wahren Verhältnisse sollte genügt werden. Dies kann eben so wenig geschehen, als die Quinte darf erhöhet werden.

50. Vergleichung mit der Angabe der Physiker. Was die kleine Terz anlangt, so ist diese, wie oben schon bemerkt, nach der Bestimmung durch die Schwingungen tönender Körper sogar noch grösser, als wir sie fanden; nämlich ihr Gegensatz beträgt nicht bloss 0,2612, sondern 0, 26303. So hätte sie noch weniger Platz im reinen Accorde. Dagegen verengt die Angabe der Physiker die grosse Terz so sehr, dass, wenn solches dem musikalischen Denken gemäss wäre, die gleichschwebende Temperatur unerträglich seyn müsste. Während nun diese ein unverwerfliches Zeugniss gegen das Verfahren, Töne nach Schwingungen der tönenden Körper zu bestimmen, ablegt: versperrt die physikalische

Ansicht sich ganz und gar den Weg, zwischen Dur und Moll einen wesentlichen Unterschied zu finden. Ihr ist der reine Accord immer recht, denn immer giebt 0,26303 den Abstand der kleinen, 0,32193 den Abstand der grossen Terz; und immer ist $0{,}32193 + 0{,}26303 = 0{,}58496$, dem Gegensatz der Quinte, ob nun die kleine Terz unter oder über der grossen liege. Die Täuschung, dass hierin kein wesentlicher harmonischer Unterschied liegen könne, wird desto vollständiger, da die bekanntesten Thatsachen es bezeugen, dass durch Umkehrungen, wie man sie auch anstellen möge, kein Intervall seinen harmonischen Werth verändert; — nämlich wenn das Intervall selbst umgekehrt wird.

51. Frage. Woher rührt es, dass die Musik bey einiger Abweichung von der strengen Reinheit (die sich in der Ausführung ohnehin nicht mit mathematischer Genauigkeit erreichen lässt) noch verständlich und selbst wohlklingend bleibt? Und wie lassen sich dafür mit einiger Bestimmtheit die Gränzen angeben?

52. Jenes rührt nicht bloss her von Unvollkommenheiten des Gehörs, sondern wesentlich auch davon, dass einige Verschiedenheit in der Art, den reinen Accord zu bestimmen, (vergl. 46 und 48) und einige Abweichung der hieraus hervorgehenden von den ursprünglichen Intervallen muss zugelassen werden. Was innerhalb der Gränzen solcher Verschiedenheit und Abweichung schwebt, kann nicht schlechthin als unrein verworfen werden.

53. Zusatz. Indem wir zu den beyden Gleichungen $a + b + c = 1$ und $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$ noch eine Bestimmung für ein schon vestgestelltes Intervall,

also für *a*, oder für *b*, oder für *c* hinzunahmen: erschöpften wir die ganze Sphäre der Möglichkeit reiner Accorde; (denn dass nicht daran zu denken war, etwa die falsche Quinte oder die Secunde mit den Bedingungen des reinen Accordes zu vereinigen, übersieht man auf den ersten Blick) wenn wir also jetzt weiter fortgehn, so verlassen wir gewiss diese Sphäre; aber es fragt sich, ob wir damit sogleich in das Gebiet der Dissonanz eintreten werden, oder ob es noch etwas Mittleres gebe? Dies veranlasst zunächst, an Thatsachen zu erinnern.

54. Thatsachen. Es giebt Accorde, denen die Ruhe der reinen Accorde fehlt, bey denen man also nicht bleiben kann, sondern auf welche etwas folgen muss. In einigen dieser Accorde sind Töne, die eine bestimmte Richtung anzeigen, wohin man, von ihnen ausgehend, sich wenden müsse. Diese Töne heissen Dissonanzen im engern Sinne. Dasjenige Beispiel, was sich als das nächste, gewöhnlichste darbietet, ist die kleine Septime im Septimen-Accorde mit der grossen Terz.

Die Frage, wie sind Dissonanzen möglich? zerfällt hiemit in die allgemeinere: wie kann es Accorde geben, denen eine solche Unruhe inwohnt, dass man bei ihnen nicht bleiben könne? und in die mehr specielle: wie kann es in diesen Accorden Töne geben, die als Dissonanzen eine bestimmte Art von Auflösung erfodern?

55. Thatsache. Derjenige Accord, welcher aus dem Moll entspringt, wenn man in ihm anstatt der reinen Quinte die falsche nimmt, enthält keine Dissonanz im engern Sinne (54); aber es liegt in ihm eine unbestimmte Unruhe, vermöge deren man bey ihm nicht bleiben, dagegen aber auf verschiedene Weise von ihm

aus fortschreiten kann. Man sehe die bekannten Fortschreitungen in Fig. 14, 15, 16, welchen, wenn man die Melodie nicht zu verletzen fürchtet, der übermässige Secundensprung Fig. 17 um so mehr beygefügt werden kann, da das Harmonische in Fig. 18 eigentlich das nämliche ist.

56. Frage. Was ist der Grund der Unruhe in dem verminderten Dreyklange?

57. Vorbereitung der Antwort. Innere Unruhe, vermöge deren etwas nicht bleiben kann, enthält eine Negation, die nicht auf etwas Äusseres, also auf einen Punct im Innern gerichtet seyn muss. So lange man nicht Eins vom Andern im Innern dergestalt unterscheiden kann, dass klar werde, wie und warum jenes diesem widerstreite, lässt sich der Grund der innern Unruhe nicht angeben. Im vorliegenden Falle kennt man nun zwar die falsche Quinte, bey welcher jeder Ton in zwey gleiche und entgegengesetzte Kräfte gebrochen wird; allein diejenige Unruhe, welche daraus entsteht, ist nicht nothwendig dieselbe wie im erwähnten Accorde; denn sie nimmt einen ganz andern Charakter an, und gewinnt die Bestimmtheit einer eigentlichen Dissonanz, wenn man einen Grundton hinzufügt, gegen welchen die falsche Quinte zur Septime wird; z. B. wenn man zu *h f* den Grundton *g* oder *gis* hinzudenkt. Auch kann zu den nämlichen Tönen, die wir *h f* nannten, *cis* hinzukommen, dann entsteht eine ganz andre Bestimmtheit; nun wird *f* als übermässige Quarte gegen *h*, die aufwärts strebt, vernommen, unter dem Namen *eis*, ohne dass der Ton selbst merklich braucht verändert zu werden; den wir vielmehr gemäss der gleichschwebenden Temperatur, beständig als in der

Mitte der Octave von *h* zum höhern *h* stehend voraussetzen. Die falsche Quinte allein würde also die unbestimmte Unruhe des Accordes *h d f* nicht erklären, viel weniger die Verschiedenheit seiner Fortschreitungen begreiflich machen.

58. Antwort. Man kennt aus dem Obigen den Gegensatz der kleinen Terz. Beyde kleine Terzen *h d* und *d f* sollen hier passen in die Distanz der falschen Quinte *h f*. Allein wenn wir den Gegensatz der kleinen Terz = 0,2612 verdoppeln, so giebt dies 0,5224; welches sehr merklich grösser ist als die Distanz der falschen Quinte = 0,5. Um diese Grösse zu schätzen, muss man sie mit der Distanz der falschen und reinen Quinte vergleichen, die wir oben = 0,08578 fanden. Die Überschreitung der falschen Quinte, welche zwey kleine Terzen hervorbringen würden, beträgt, wie man sieht, 0,0224, nähme man sie vierfach, so käme 0,0896; also nähert sich eine so arg überschrittene falsche Quinte um mehr als ein Viertel der Distanz, ihrer Nachbarin, der reinen Quinte. Eine solche Abweichung von der ursprünglichen Bestimmung der Intervalle ist unmöglich; sie würde allen Zusammenhang der Musik aufheben. Also die falsche Quinte bleibt; aber jede der kleinen Terzen wird beynahe in den nämlichen Raum eingeengt, den im reinen Accorde eine einzelne bekommt. Hiezu kommt noch ein andrer Umstand, den die Figur bemerklich macht.

In Fig. 19 sieht man die Brechung des Grundtons *h* durch *d* und *f*. Die drey Theile sind im Verhältnisse von 6, 3, 3; oder 2, 1, 1. War schon Gleichheit der Kräfte zwischen den Theilen, welche in der falschen Quinte gebrochen sind; so ist nun wiederum

Gleichheit der Kräfte, also grösst-möglicher Streit ohne Sieg, zwischen den beyden kleinern, unter sich entgegengesetzten Theilen.

Demnach, während das Streben, die kleinen Terzen rein zu hören, wider die falsche Quinte wirkt, sind auch noch die beyden Terzen unter sich im Widerstreit.

Kennte man nicht thatsächlich diesen Accord: würde man es einer Theorie wohl glauben, dass die blosse Veränderung der reinen Quinte in die falsche, durch Erniedrigung eines Tones um ein Zwölftheil der Octave, eine solche Corruption des reinen Accordes hervorbringen könne? Vermuthlich eben so wenig, als der Unkundige das, worauf es ankommt, in den Zeichnungen erblicken wird.

Was nun die Fortschreitungen anlangt: so hat zwar derjenige Ton, der einer eigentlichen Dissonanz am nächsten kommt, nämlich die falsche Quinte, eine vorwiegende Neigung nach unten, aber nicht mit der Entschiedenheit, wie wenn derselbe zur Septime wird. Wollte man in Fig 15 den Grundton *g* hinzufügen oder hinzudenken, so würde die Fortschreitung *f g* nicht ertragen werden. Dagegen, dass die Fortschreitung *f gis* nur des Secundensprunges wegen gern vermieden wird, während sie in der Umkehrung (Fig. 18) höchst gewöhnlich ist, — dies zeigt gerade, dass ein, für die Harmonie zufälliger, Umstand den Grund der vorherrschenden Neigung nach unten enthält. Setzt man, wie in der Tonleiter, von *a moll*, *fis* statt *f*, so ist durch diese, der Tonart fremdartige Erhöhung der Weg nach oben geöffnet, und es fehlt nicht am Streben, ihn zu betreten.

In dem Allen ist nichts Anderes zu erkennen, als

eine Compression der Terzen durch die falsche Quinte, wobey es auf Nebenumstände der Tonart und dessen was vorhergeht, ankommt, nach welcher Seite hin der Druck gelüftet werde. Der Druck entsteht hier aus dem Bestreben, das Intervall in seiner eigenthümlichen Bestimmtheit zu vernehmen.

59. Thatsachen. In den verschiedenen Septimen-Accorden, sammt deren Umwandlungen, sind die Septimen selbst Dissonanzen im engeren Sinne; das heisst, sie bestimmen die Fortschreitung, durch welche sie aufzulösen sind.

Dies aber gilt in ganz vorzüglichem Grade von der kleinen Septime in Verbindung mit der reinen Quinte und grossen Terz, welche letztere dann zum Leitton wird.

60. Frage. Woher rührt diese Entschiedenheit, womit der eben erwähnte Septimen-Accord die ihm gebührende Auflösung anzeigt und fordert?

61. Vorbereitung zur Antwort. In der kleinen Septime, für sich allein betrachtet, kann der Grund nicht liegen. Denn:

Erstlich: für sich allein lässt sich die kleine Septime von der übermässigen Sexte nicht zulänglich unterscheiden. Wenn man in (38) zum Gegensatze der grossen Sexte $= 0{,}73879$ einen halben Ton als Erhöhung derselben addirt und den halben Ton (dessen Grösse, wie dort gezeigt, sich nicht bestimmt angeben lässt,) auch nur zu $0{,}08088$ annimmt, so kommt schon $0{,}81967$ als Gegensatz der übermässigen Sexte; nimmt man ihn, was eben so füglich geschehen kann, $= 0{,}08578$ (der Unterschied der falschen Quinte von der reinen,) so ergiebt sich für die übermässige Sexte der Gegensatz, oder die Distanz vom Grundton, $= 0{,}82457$. Beydes

ist von 0, 82841, dem Gegensatze der kleinen Septime, nicht hinlänglich verschieden, um zu erklären, weshalb die Septime, wie *c b*, nach innen zu *c a*, hingegen die übermässige Sexte, wie *c ais*, nach aussen zu *h h* hindrängt.

Zweytens. Die kleine Septime sowohl als ihr Umgekehrtes, die grosse Secunde, sind nicht ursprünglich verständliche Intervalle. Überlegt man die Weise, wie ihre Bestimmungen, unabhängig von einander und doch genau zusammentreffend, oben gewonnen wurden (36), so sieht man gleich, dass die Auffassung eines solchen Intervalls nicht unmittelbar geschehn kann. Soll die kleine Septime aufgefasst werden, so müssen die Töne dergestalt abwechselnd vernommen seyn, dass jeder sich in der Verschmelzung das Gleiche des andern zueignen konnte; dann müssen sie wieder zusammen klingen, damit nun erst das Übergewicht der vorhin verstärkten Vorstellungen über dem Entgegengesetzten der einzelnen empfunden werde. Soll die grosse Secunde zur Auffassung gelangen, so müssen zuvor beyde Töne zugleich vernommen, und durch die halbe Gleichheit möglichst vereinigt seyn; dann müssen sie wieder abwechselnd gehört werden, damit sie als einzelne der vorigen zwiefachen Vereinigung widerstehend noch eben aus derselben hervortauchen.

Zusatz. Der hier gefoderte Wechsel kann einige Modification dadurch erleiden, dass bey längerem Hören verweilend die Empfänglichkeit für das Gleiche allmählig abnimmt, und das Entgegengesetzte sich mehr verstärkt. *) Darauf kann hier nicht eingegangen werden.

*) Psychologie §. 98.

62. Antwort. Zuerst kommt es auf den Zusammenhang an, damit man nicht die übermässige Sexte zu hören glaube. In Fig. 20 hört Jedermann *ais*, und nicht *b;* denn man ist im Zusammenhange von *e moll.* Hingegen in Fig. 21, wo *b* zum reinen Accorde von *c dur* hinzutritt, denkt Niemand an *ais.* Nur von Fällen wie der letzten reden wir hier.

Wir setzen demnach den reinen Dur-Accord voraus, zu welchem die kleine Septime hinzutrete; und betrachten zuerst die Veränderung, die sie hervorbringt.

Zuvörderst zeigt die Fig. 22, verglichen mit Fig. 10, dass durch den Einbruch der Septime der reine Accord in seinem stärksten Theile verletzt, — also gewiss verunreinigt wird. Denn sowohl in *c*, als in *e*, als in *g* kommt der Theilungsstrich, welcher *b* bezeichnet, fast in die Mitte der fünf Zwölftel hinein, welche das Übergewicht hatten.

Zweytens: nun gewinnt der Theil, welcher vier Zwölftel beträgt, und durch die grosse Terz abgeschnitten ist, das Übergewicht.

Drittens: wiewohl auch der kleinste Theil, welchen im reinen Accorde Terz und Quinte übrig liessen, jetzt aus dem Drucke, der ihn zur statischen Schwelle trieb, auftaucht: so ist doch sein Hervortreten geringer, als das der vier Zwölftel; dadurch wird an der Gränze, welche die grosse Terz bezeichnet, nur der Conflict vermehrt.

Endlich viertens: der kleinste Theil von zwey Zwölfteln, welchen jetzt die Septime abschneidet, sollte auf die statische Schwelle fallen, und zwar schnell, so dass er bald ganz aufhören würde, zu der Bestimmung dessen, was vorgestellt werde, mitzuwirken. Allein die

Vorstellung jedes Tons, wie sie auch gebrochen werde, bleibt immer eine und dieselbe; und so lange sie selbst nicht ganz gehemmt oder verändert ist, kann auch kein Theil von ihr sich so absondern, als ob unabhängig von ihm das Übrige den Zustand des Vorstellens bestimmte. Daher muss in Ansehung dieses kleinsten Theils die ganze Vorstellung in einen Zustand gerathen, den wir nur nach einer entfernten Analogie mit dem, was in der Metaphysik Selbsterhaltung heisst, mit der gleichen Benennung bezeichnen können.

63. Fortsetzung. Es folge die Auflösung, wie Fig. 23 zeigt: was geschieht dadurch?

Erstlich, der Theil, welcher schon mit seinem Übergewicht die andere drängte, wird noch verstärkt, indem die grosse Terz (durch die Fortschreitung des Leittons) sich zur Quarte erweitert, (welche Quarte bey gehöriger Bewegung des Basses zur Octave des neuen Grundtons wird.) Dadurch geschieht, was dem Übergewichte gemäss ist; es wird gleichsam seiner Forderung entsprochen.

Zweytens, die beyden kleinen Terzen geben der Compression (58) nach, indem sie in eine grosse zusammenfallen. Sie gehorchen dem Drucke.

Drittens: dem Streben der Selbsterhaltung in Ansehung des kleinsten Theils wird ebenfalls genügt, indem derselbe sich bis zu dem Raum der kleinen Terze (statt deren die grosse Sexte eintrit,) erweitert. Hiezu folgende Erläuterungen:

64. Was die eben erwähnte Compression anlangt, so ist sie noch grösser als aus (58) schon erhellet. Man addire den Gegensatz der grossen Terz zu den Gegensätzen zweyer kleiner Terzen, um zu sehn, ob daraus

die kleine Septime entstehn könne. Wir wissen, dass im reinen Accorde die grosse Terz mindestens $\frac{1}{3}$ betragen muss; (46, 47, 48); aus 0,3333 + 0,2612 + 0,2612 wird aber 0,8557, während der Gegensatz der kleinen Septime nur 0,82841 gefunden wurde. Nicht einmal eine grosse Terz und falsche Quinte hat Raum genug in der kleinen Septime, denn jene beyden ergeben 0,8333. Also wird selbst die falsche Quinte gepresst, da, wie wir gesehn haben, (und wie das Gefühl des Leittons Jeden lehrt) die grosse Terz im Septimen-Accorde sich ein Übergewicht aneignet, indem die Septime den reinen Accord stört. Die Terz giebt nicht nach; die falsche Quinte muss sich in die Septime fügen; sie thut es, indem sie sich zusammenzieht.

65. Aber man könnte fragen, ob denn der Septime eine Kraft eigen sey, die falsche Quinte zu unterwerfen?

Zuvörderst, wenn die Töne, welche die kleine Septime bilden, des Zusammenhanges wegen als übermässige Sexte vorkommen werden, — nicht leiblich sondern im musikalischen Denken, in welchem allein der Unterschied liegt, — so erfolgt das Umgekehrte. Die übermässige Sexte wird gesprengt wie von einer ausdehnenden Gewalt. Vgl. Fig. 20. Der Septime braucht indessen nicht der Zusammenhang mit schon früher angeregten musikalischen Gedanken die Kraft zu geben, comprimirend sowohl auf die falsche Quinte als auf die darin enthaltenen Terzen zu wirken; sondern die übermässige Sexte ist es, welche erst aus dem Zusammenhange erhellet, wenn sie vorkommt; alsdann aber ist zugleich die falsche Quinte nicht vorhanden, sondern die Töne, aus denen sie besteht, werden als übermässige Quarte vernommen. Das Umgekehrte der übermässigen

Sexte ist die verminderte kleine Terz (wie *ais c*,) diese aber kann gleichfalls nur in Folge des Zusammenhangs vernommen werden; die Töne, aus denen sie besteht, bilden an sich eine grosse Secunde. Da nun dies factisch veststeht, so kann auch die Thatsache, dass die kleine Septime im Septimen-Accorde gegen die darin liegende falsche Quinte zusammenziehend wirke, nicht bezweifelt werden. Unter den Erklärungsgründen aber, die schon oben (62) dafür angegeben worden, ist einer, der einer Auseinandersetzung bedarf, nämlich der, welcher davon hergenommen ist, dass der kleine Theil von zwey Zwölfteln, welchen die Septime in dem Grundtone und in allen Tönen des reinen Accordes abschneidet, auf die statische Schwelle gedrängt wird.

66. Dass neben dreyen geistigen Kräften, die sich verhalten wie 4, 3, 3, eine vierte, die nicht stärker ist als die Verhältnisszahl 2 anzeigt, nicht bestimmend wirksam bleiben könne, zeigt sich in Folge der Schwellenformel

$$d = \sqrt{\frac{abc\,(b+c)}{bc+ac+ab}}$$

welche gefunden wird, wenn man in der bekannten Hemmungs-Rechnung für a, b, c, d erstlich berechnet, wieviel von d, der schwächsten Kraft, zu hemmen ist, und dies alsdann $= d$ setzt.*) Nehmen wir in der Formel $b = c$, so wird kürzer

$$d = \sqrt{\frac{2ab^2}{2a+b}}$$

und dies giebt für $a = 4$, $b = 3$, den Werth $\sqrt{\frac{72}{11}} = 2{,}5584$. Hätte der kleinste Theil unter denen, welche beym Septimen-Accorde aus der Brechung in jedem

*) Psychologie §. 51.

Tone entstehn, diese Grösse, und könnten dabey (was unmöglich) die andern bleiben wie sie sind: so wäre hier etwas Ähnliches wie beym reinen Accorde. Eine geistige Kraft, die gerade nur auf die statische Schwelle gedrängt zu werden geeignet ist, kommt nur in unendlicher Zeit, d. h. niemals dahin; sie wird nicht wirklich unterdrückt, sondern, sie vermag nur nicht, den Conflict der andern unter sich zu vergrössern; deren Hemmungs-Summe vielmehr desto langsamer sinkt, je mehr davon auf die schwächste fällt. So ists beym reinen Accorde. In dem Falle des Septimen-Accordes aber kann man fragen, wieviel wohl daran fehle, dass es sich hier eben so verhalte? Gesetzt, der kleine Theil von zwey Zwölfteln würde vergrössert, und in Fig. 22 rückte der Theilungsstrich, welcher von *b* herrührt, (im Septimen-Accorde von *c*) etwas weiter vor, um die Vergrösserung auszudrücken: so würde derjenige Theil, welcher von der kleinen Terze *b g* herrührt, um eben so viel kleiner. Angenommen ferner, die grosse Terze erweitere sich um eben so viel, und die kleine Terz *g e* werde dadurch verengt: so lässt sich bestimmen, welche Veränderung mit dem Septimen-Accorde vorgehn müsste, wenn er jener Bedingung der Harmonie, dass der schwächste Theil auf die Schwelle zu sinken bestimmt, und hiemit gegen die andern Theile entwaffnet sey, — Genüge leisten sollte. Nennen wir das kleine Quantum der Veränderung, die mit jedem der vier Theile vorgehn soll, x, da es noch unbekannt ist: so ist $4+x$ anstatt 4, $3-x$ anstatt 3, und noch $2+x$ statt 2, in die Formel für d zu setzen. Also

$$d = \sqrt{\frac{2\,(4+x)\,(3-x)^2}{2(4+x)+(3-x)}} = 2+x$$

Geordnet: $28 - 78x - 19x^2 + x^3 = 0$

Da man weiss, dass x nur ein kleiner Bruch seyn kann, so lasse man x^3 einstweilen weg, und behandle die Gleichung wie eine quadratische. Oder, da man aus den ersten Gliedern schon sieht, dass x nahe $= \frac{28}{78} = \frac{14}{39}$, mithin wenig über 0,3 seyn müsse, so nehme man x^3 0,027; alsdann hat man $28{,}027 - 78x - 19x^2 = 0$, oder

$$x^2 + 4{,}1053x = 1{,}4751$$

und $$x = -2{,}0526 \pm \sqrt{(2{,}0526)^2 + 1{,}4751}$$

$$= 0{,}3324$$ (wobey $\frac{1}{12}$ als Einheit zu denken ist.)

Sollte um so viel die grosse Terz erhöhet, und zugleich die Septime erniedrigt werden, so würde die falsche Quinte sich einer Quarte um mehr als die Hälfte eines Zwölftels der Octave (also eines halben Tons) nähern. Eine so gewaltsame Veränderung der Intervalle würde sich zu keinem Versuche eignen; man kann aber ziemlich nahe dasselbe Resultat auf eine weit glimpflichere Weise erreichen. Die gesuchte Quadratwurzel wird nicht viel grösser ausfallen, wenn die grosse Terz nur um ein Fünftheil eines halben Tons erhöhet, die Septime um etwas mehr als ein Viertheil desselben erniedrigt wird. Man hatte ursprünglich die gegebenen Zahlen 4, 3, 3, 2; nun setze man

anstatt	4	3	3	2
jetzt	4,2	2,8	2,7	$2 + x$

so findet man durch Ausziehung der Quadratwurzel aus dem Bruche, der jetzt durch bekannte Grössen gegeben ist, $x = 0{,}386$, welches anzeigt, dass bey der angenommenen Bestimmung der kleinste Theil nicht mehr weit von der statischen Schwelle entfernt ist.

Um dem gemäss einen leichten Versuch nur obenhin, (denn grosse Genauigkeit würde die Mühe nicht

lohnen), anzustellen, kann man auf einem Pianoforte etwan die Töne *e* und *b* des Septimen-Accordes von *c*, um etwas verstimmen; es ist nicht schwer, nach dem Gehör die grosse Terz *e* ungefähr um ein Fünftel des halben Tons zu erhöhen, und zugleich die falsche Quinte *b* reichlich um ein Viertheil des halben Tons zu erniedrigen. Schlägt man den so verstimmten Septimen-Accord an, so ist der erste Eindruck wegen der schreyend-überspannten grossen Terz sehr widrig; da aber dieses seinen Hauptgrund in den Schwingungen der Saiten hat, also dem leiblichen Hören zur Last fällt, so suche man den Versuch davon zu befreyen. Dies gelingt meistens, wenn man gleichzeitig im Basse ein paar untere Octaven des Grundtons *c* stark anschlägt, und nach einer kleinen Weile die linke Hand aufhebt, während die rechte noch den verstimmten Accord vesthält. Man vernimmt nun das Nachtönen desselben. Der verdorbene Septimen-Accord ist noch zu erkennen; aber die Dissonanz hat ihr Salz verloren; das Getön ist nicht gerade beleidigend, es klingt vielmehr etwas süsslich-fade. Lässt man die gewöhnliche Auflösung des Septimen-Accordes folgen (*c f a*): so vermisst man die gewohnte Befriedigung. Und dies gerade bestätigt unsre obige Darstellung. Denn darauf kam es an, zu zeigen, worin die treibende, und zwar in bestimmter Richtung zur Auflösung treibende Kraft der Dissonanz liege. Die Begriffe hievon lassen sich nun noch etwas mehr auseinandersetzen.

67. Erstlich: die vier Kräfte, worin der Septimen-Accord jede einzelne Tonvorstellung bricht, sind weit vom Gleichgewichte entfernt. Wird eine geistige Kraft von den übrigen so stark gehemmt, dass sie beträcht-

lich unter die statische Schwelle fallen soll, so giebt ihr dies einen Antrieb, welchem gemäss sie nicht etwan in unendlicher Zeit (wie wenn sie bloss auf die Schwelle gedrängt würde), sondern in sehr kurzer Zeit aus dem Bewusstseyn verdrängt werden muss, falls dies an sich möglich ist *). Nun ist im Septimen-Accorde eine so starke Hemmung des kleinsten Theils vorhanden, denn eben zuvor wurde berechnet, dass neben 4, 3, 3, auf die Schwelle schon eine Grösse = 2,5584 würde getrieben werden; folglich ist die Grösse = 2 gewiss beträchtlich unter der Schwelle.

Zweytens. Geschähe das völlige Verdrängen wirklich: so würden in demselben Augenblick auch die beyden Theile, welche durch die Verhältnisszahl 3 bezeichnet wurden, einen plötzlich verstärkten Stoss zum Sinken **) bekommen; den man erfahrungsmässig bemerken müsste. Diesen bemerkt man nicht, während die innere Unruhe jenes Accordes sehr fühlbar ist.

Drittens: Da es unmöglich ist, von der an sich einfachen Vorstellung eines Tons ein bestimmtes Stück so abzuschneiden, wie wir dies in der Zeichnung thaten; vollends es dergestalt abzusondern, dass es dem ferneren Andringen der entgegenwirkenden Kräfte unzugänglich würde (wie dies der Fall bey den ganzen Vorstellungen ist, sobald sie wirklich auf die Schwelle gesunken sind): so ist an ein wirkliches Versinken jenes kleinsten Theils nicht zu denken. Gleichwohl ist wirklich ein so starker Druck vorhanden, der ein solches Versinken, soviel an ihm ist, hervor zu bringen ge-

*) Psychologie §. 75, wo die Beispiele zu vergleichen sind.

**) Ebendaselbst.

eignet wäre. Dieser Druck kann nur durch eine Gegenwirkung aufgehalten werden, welche in demselben Maasse, als der Druck andringt, zunehmen muss. Solche Gegenwirkung muss in der Vorstellung selbst sich erzeugen, denn das ganze Verhältniss, von dem wir hier reden, ist ein inneres in jeder einzelnen Vorstellung, weil jeder Ton in jene vier Kräfte gebrochen wurde. Diese Gegenwirkung nun ist es, die wir Selbsterhaltung nannten, weil etwas Ähnliches unter diesem Namen in der Metaphysik vorkommt, wiewohl unter andern Umständen und nähern Bestimmungen.

Viertens: Dem Streben, was in dieser Gegenwirkung liegt, kann von aussen Genüge geschafft werden, wenn der kleinste Theil, den die stärkste Hemmung traf, durch veränderte Brechung verstärkt wird. Dann hört die Selbsterhaltung auf.

Fünftens: Dasselbe Streben aber entsteht gar nicht, wenn die Brechung gleich Anfangs darauf eingerichtet wird, dass der Druck nicht hinreiche, es zu erzeugen. Es wird abgespannt, indem man durch eine minder wirksame Brechung den Druck schwächt. Das ist der Fall des vorerwähnten Versuchs, welcher die Dissonanz entkräftet, anstatt sie durch Auflösung in reine Harmonie zu befriedigen.

68. Jetzt fällt ein neues Licht auf den Grund der Harmonie in den reinen Accorden.

Wir haben zwar schon oben auf's Bestimmteste gezeigt, dass der Schwellenwerth des kleinsten unter drey Theilen, worin drey Ton-Vorstellungen einander gegenseitig brechen, der allgemeine Charakter des reinen Accordes ist; dergestalt dass dieses Kennzeichen bey jedem einzelnen Tone des Accordes, in jeder Lage,

in allen abgeleiteten Accorden, und gleicherweise beym *dur* und *moll*, zutrifft. Wir haben ferner die Schwierigkeit gezeigt, dieses Kennzeichen mit der vorgängigen Bestimmung der einzelnen Intervalle zu vereinigen; dergestalt, dass bey den reinen Accorden, aber auch nur bey ihnen, eine genügende Annäherung möglich ist; daher dies zugleich als das ausschliessende Kennzeichen der reinen Accorde muss anerkannt werden. Und schon hierüber verbreitet die nächst vorhergehende Untersuchung ein helleres Licht. Denn man sieht nun in bestimmten Fällen, (dem verminderten Dreyklange und dem Septimen-Accorde) unmittelbar vor Augen, wie weit andre Brechungen abweichen von dem Schwellenwerthe des kleinsten Theils.

Allein bey der frühern Darstellung konnte man sagen: man sey zwar genöthigt, einzuräumen, der allgemeine und zugleich ausschliessende Charakter des reinen Accordes müsse den Grund des Harmonischen, was in ihm eigenthümlich liegt, enthalten; man begreife aber den Zusammenhang des Grundes mit der Folge noch immer nicht.

Nun ist gewiss, dass nimmermehr eine speculative Erklärung ästhetischer Urtheile aus sich das Gefühl, was in diesen liegt, erzeugen kann. Aus dem Fühlen wird man herausversetzt durchs Denken. Wohl aber wird gerade umgekehrt bey solchem Denken gefodert und vorausgesetzt, man habe längst schon gefühlt was zu fühlen war, sonst würde man nicht einmal wissen, wovon die Rede sey, und welcher Gegenstand solle erklärt werden.

So wenig wir demnach jetzt erst das vorausgesetzte Fühlen hintennach erzeugen wollen; so können wir doch

jetzt nachweisen, welchen Contrast der dissonirende Accord gegen den consonirenden macht.

Erstlich ist schon die Compression der kleinen Intervalle, durch die grössern, in denen jene Platz finden sollen, — oder überhaupt die Incongruenz der Intervalle zum Accorde — von welcher schon der reine Accord nicht ganz frey, doch grösser beim dissonirenden. (Man vergleiche 64 mit 48).

Zweytens und hauptsächlich. Beym reinen Accorde vermag einerseits der kleinste Theil nicht, den Conflict unter den stärkern zu vermehren; denn beym Schwellenwerthe der dritten, kleinsten Grösse ist die Hemmungssumme für die grössern die nämliche als ob der kleinste nicht da wäre*). Andrerseits aber wird auch das zuvor beschriebene Streben der Selbsterhaltung vermieden, welches nur eintreten könnte, wenn der kleinste Theil geringer wäre, als der Schwellenwerth anzeigt. Wir erkennen demnach die Harmonie des reinen Accordes als die richtige Mitte, zu welcher die Musik bey allen Bewegungen eben so oft zurückkehrt, als sie den reinen Accord hören lässt.

Drittens: Da diese richtige Mitte sich in allen Tönen erzeugt, die zum reinen Accorde gehören, und da sie dieselbe durch gegenseitige Brechung bestimmen: so unterstützen sie sich gegenseitig darin, — ihre verschiedene ursprüngliche Eigenheit verschmilzt darin; und man könnte sagen, dass die richtige Mitte sich in jeder von ihnen abspiegelt, um überall als die gleiche erkannt zu werden.

Hier aber soll uns eine Bemerkung nicht entgehen,

*) Psychologie §. 47, 50.

die sich in der Vergleichung des kleinen Septimen-Accordes (mit grosser Terz), und aller andern dissonirenden Accorde, leicht darbietet.

69. Thatsache. Der Accord der kleinen Septime mit der grossen Terz ist, obgleich dissonirend, doch heiterer, und einer Consonanz ähnlicher, als der verminderte Dreyklang, und als alle andern Septimen-Accorde.

70. Frage. Da sich die dissonirende Septime, und das von ihr gestörte Verhältniss des reinen Accordes in allen Tönen des Septimen-Accordes vervielfältigt, und gleichsam abspiegelt (wie in Fig. 22 überall die Theile 4, 3, 3, 2, wiederkehren); wo kann dennoch eine Ähnlichkeit mit der allgemeinen Bedingung der Consonanz vorkommen?

71. Vorbereitung zur Antwort. Man durchmustere den Accord, um zu bemerken, ob bey Weglassung eines oder des andern der vier Töne, derjenige zu finden ist, auf welchem der erwähnte Vorzug beruhe.

Erstlich: die Septime kann man nicht weglassen; ohne sie wäre der Accord ein reiner.

Zweytens: die Quinte wird oft genug weggelassen; sie wird in Gedanken so leicht ergänzt, dass es beynahe scheinen könnte, sie wäre überflüssig. Das Heitere des Accordes wird auch so noch empfunden.

Drittens: die Terze darf nicht fehlen; der Accord wird sonst unbestimmt, da die kleine Terz eine ganz andre Harmonie bildet, wenn sie hinzu gedacht wird. Aber in ihr kann dennoch jene Heiterkeit nicht hinlänglich begründet seyn, denn:

Viertens, wenn man den Grundton weglässt, so bleibt nur der trübe verminderte Dreyklang.

Nach dieser Vorerinnerung ist leicht zu errathen, dass in dem Grundton ein harmonisches Verhältniss liegen möge, welches sichtbar werde, wenn man die Quinte weglässt.

72. Antwort. Man untersuche in Fig. 22 den Grundton dergestalt, dass der Gegensatz desselben gegen die Septime, ferner die Gleichheit mit der Terze, und derjenige Theil, welchen jeder dieser Theile in dem andern absondert, verglichen werden.

Der erste ist nahe $= \frac{10}{12}$, der zweyte $= \frac{8}{12}$, der dritte mittlere $= \frac{6}{12}$. Das Verhältniss ist wie 10 : 8 : 6 d. h. wie 5 : 4 : 3; also gleich dem Verhältniss der Theile, welche im reinen Accorde aus der Brechung entstehn.

Bekanntlich kommt nichts darauf an, welcher von diesen Theilen eigentlich Gleichheit oder Gegensatz sey, da sich dies durch die verschiedenen Lagen des Accordes umkehrt. Die Theilung bleibt die nämliche; und mit ihr das Verhältniss der Theile, welches allein in Betracht zu ziehen ist. Nachdem dies einmal empfunden worden, bleibt die Reminiscenz auch noch, wenn die Quinte wieder hinzugefügt wird.

73. Thatsache. Der Septimen-Accord mit der kleinen Septime und kleinen Terze (wie *c*, *es*, *g*, *b*) Fig. 24, lässt sich nicht unmittelbar auflösen, sondern, indem die Septime sich auflöset, entsteht aus ihm ein andrer Septimen-Accord, (oder dessen abgeleiteter); welches so fort geht, bis ein solcher gefolgt ist, der die grosse Terz enthält; wie Fig. 25.

74. Frage. Was unterscheidet diesen Septimen-Accord mit der kleinen Terz so sehr von jenem mit der grossen Terz?

75. Vorbereitung zur Antwort. Zuerst fällt auf, dass jenes Harmonische des Grundtons, welches vorhin beym Septimen-Accorde mit der grossen Terze bemerkt worden, (72) hier wegfällt. Die Verhältnisszahlen 10, 9, 7 können dergleichen nicht ergeben. Setzt man $a = 10$, $b = 9$ in die Schwellenformel $c = b\sqrt{\frac{a}{a+b}}$, so kommt $c = 6{,}529$, was weit von 7 entfernt ist. Auch fehlt hier das Heitere; der Accord klingt wie ein schwer zu lösendes Problem. Man vernimmt zwey reine Accorde, die aber einander gegenseitig stören. (*c moll* und *es dur*.) Untersucht man genauer, so merkt man, dass es die kleine Terz ist, welche den Knoten bildet. Die andern Töne des Accordes gehn den nämlichen Weg der Auflösung, wie im Septimen-Accorde mit der grossen Terz; aber der Ton, welcher die kleine ergiebt, ist damit nicht weggeschafft; er bleibt liegen, und verwandelt sich in die Septime des neuen Accordes, der jenen zur Auflösung dient. Also ist hier eine partielle Auflösung, und zwar, so weit sie reicht, die nämliche, wie man sie schon kennt (62—67); daher müssen auch die Gründe, welche dort gegeben wurden, hieher passen, mit Ausnahme dessen, was die kleine Terz angeht. Das Obige kann demnach hier von neuem geprüft werden.

76. Antwort. Wenn zu *c moll* die Septime *b* gesetzt wird, so bricht der Theilungsstrich, welcher *b* bezeichnet, (Fig. 24) überall den stärksten Theil des reinen Accordes; und es gewinnt auch hier derjenige Theil, welcher vom Gegensatz der grossen Terz herrührt, das Übergewicht; es entsteht an der Stelle, welche der Brechung durch die Terz entspricht, ein

vermehrter Conflict; wie oben (62). Auch ist der Grund der Selbsterhaltung wegen des kleinsten Theils hier der nämliche. Selbst die Compression der kleinen Terzen ist hier zum Theil wie vorhin; (64) denn auch hier sollen deren zwey nebst der grossen Terz innerhalb des Umfangs der Septime statt finden. Alles dies schafft die kleine Terz des Septimen-Accordes nicht weg. Denn der Septimen-Accord mit der kleinen Terz enthält keine falsche Quinte; an ihrer Stelle steht hier die reine Quinte *es b*. Da nun die beyden kleinen Terzen, die sonst (im Septimen-Accord mit der grossen Terz) zusammen in der falschen Quinte liegen, jetzt getrennt sind: so fällt der grössere Theil ihrer Compression (58) hier weg; und es bleibt nur der Druck der Septime (64). Dieser Druck, verbunden mit dem Übergewicht und der Expansion der grossen Terz, treibt die kleine Terz gegen den Grundton, also nach unten, anstatt nach oben; und dieser Richtung folgt sie wirklich nach ihrer Verwandlung in die Septime des folgenden Accordes, durch welchen sie jedoch zu solcher Bewegung einen weit kräftigern Antrieb bekommt.

77. Zusatz. Ist einmal eine raschere Bewegung im Gange, so kann sie derselben Richtung auch sogleich entsprechen. Man sehe Fig. 26. wo derjenige Septimen-Accord, der uns jetzt beschäfftigt, nur im Durchgange vorkommt. Hier braucht die Terze *es* nicht zu warten, bis sie sich in die Septime verwandle, (obgleich sie es füglich kann, wenn man in der Oberstimme einen Vorhalt anbringen will). Allein die grössere Besonnenheit bey langsamen Bewegungen verlangt, dass sie erst als Septime vernommen werde, damit der Knoten sich auflöse, und nicht zerhauen werde.

78. Anmerkung. Eine scheinbare Ausnahme von der Regel entsteht in dem Falle der Fig. 25^{b}, wo statt des Septimen-Accordes sein abgeleiteter, der Sext-Quinten-Accord, gesetzt worden. Hier ist sehr gewöhnlich, zunächst bloss einen reinen Accord folgen zu lassen; allein damit erreicht man keine Ruhe sondern man muss weiter fortfahren. Die Regel ist ignorirt, aber das Gefühl bleibt. Noch ungenügender fällt eine solche Bewegung aus, wenn man statt des abgeleiteten den ursprünglichen Septimen-Accord setzt.

79. Die Erweiterung der, in dem Septimen-Accorde enthaltenen grossen Terz (*es g* in dem Accorde *c, es, g, b*) zur Quarte (*es, as*), welche der Expansion, womit der Leitton im Septimen-Accorde mit der grossen Terz vordringt, einigermaassen ähnlich ist, hat zwar nichts gegen sich; allein sie verändert auch nichts Wesentliches. Will man nicht *g* in *f* gehn lassen, so muss *f* im Basse angegeben werden; die Brechung der Töne bleibt aber im Grunde die nämliche, da zu jedem Tone sehr leicht seine Octave hinzugedacht wird.

80. Thatsache. Wenn man die Distanz der Octave in vier gleiche Theile zerlegt, und die entsprechenden Töne zugleich hören lässt: so entsteht ein unverständlicher Streit, der einer nähern Bestimmung bedarf, damit die richtende Kraft einer Dissonanz in ihm vernommen werde.

81. Erläuterung. Sey *c* der Grundton: so weiss man im angegebenen Falle nicht, ob man

1) *c dis fis a*, oder
2) *c es fis a*, oder
3) *c es ges a*, oder

4) *his dis fis a*, gehört habe. Man erfährt aber sogleich die Entscheidung, wenn

1) *h dis fis a*, oder

2) *c d fis a*, oder

3) *c es f a*, oder

4) *his dis fis gis*, nachfolgen. Anstatt dieser Accorde können auch sogleich deren Auflösungen gebraucht werden, nämlich

1) *h e g*

2) *b d g*

3) *des f b*

4) *cis e gis;* welche sämmtlich reine Moll-Accorde, oder von solchen abgeleitet sind.

Die Entscheidung kann aber auch (wiewohl nicht ganz sicher) schon durch das zunächst Vorhergehende gegeben seyn; nämlich wenn vorherging

1) *c d fis a*, oder

2) *c es f a*, oder

3) *c es ges as*, oder

4) *h dis fis a.*

Ganz sicher ist diese Entscheidung nicht, denn sie ist nicht immer für Erhöhung eines Tons zu nehmen; allein wir wollen sie hier als solche in Betracht ziehn. Wir reden demnach hier vom verminderten Septimen-Accorde und seinen abgeleiteten.

82. Zusatz. Es sollen jedoch hier nicht die mannigfaltigen Verwickelungen vollständig untersucht werden, welche aus verzögerten Auflösungen entstehn können (wie Fig. 27). Solche interessiren mehr die praktische Musik als die Psychologie.

Aus diesem Grunde übergehn wir auch den Septimen-Accord mit der kleinen Terze und falschen Quinte.

83. Frage. Wie und warum unterscheidet sich der verminderte Septimen-Accord von dem Septimen-Accorde mit der grossen Terz, aus welchem er durch Erhöhung des Grundtons entsteht?

84. Vorbereitung zur Antwort. Zuerst muss man überlegen, dass der verminderte Septimen-Accord zwey verminderte Dreyklänge (55—58) enthält. Er sey *cis, e, g, b:* so ist *cis, e, g,* ein Accord für sich; *e, g, b,* desgleichen. Jeder von beyden enthält zwey kleine Terzen eingeschlossen in dem Umfange einer falschen Quinte, die von derselben zusammen gedrückt sind. Der ganze Accord *cis, e, g, b,* liegt demnach innerhalb drey Vierteln der Octave; und der Gegensatz zwischen *cis* und *b* muss 0,75 betragen. Löset sich *b* in *a* auf, welches von *cis* die kleine Sexte ist: so giebt die Distanz von *cis* bis *a* den Gegensatz der kleinen Sexte = 0,6666; also ist *b* um 0,08333 ... herabgesunken, d. h. genau um ein Zwölftel der Octave, welches der durchschnittliche oder mittlere Werth des halben Tones ist.

Nun aber kommt es ferner darauf an, wie viel die Erhöhung oder Erniedrigung der Töne betrage, denen man ein Kreuz oder ein *b* vorsetzt; denn durch Erhöhung des Grundtons entsteht die verminderte Septime aus der kleinen. Hier giebt es nicht weniger als drey verschiedene Bestimmungen.

1. Aus der Vestsetzung der einzelnen Intervalle, wie sie ohne Rücksicht auf die Accorde zuerst vorgenommen war, fand sich der Unterschied der kleinen und grossen Terz, also die Erhöhung der letztern über die erste, = 0,07213. Aber

2. Als wir die reinen Accorde untersuchten, fand

sich bey derjenigen Berechnung, die mit der gleichschwebenden Temperatur am besten übereinstimmt (48), die grosse Terz = 0,3333, die kleine 0,2486; der Unterschied = 0,0847. Hiemit trifft die Differenz der falschen Quinte, einerseits von der Quarte, andrerseits von der reinen Quinte sehr nahe zusammen; denn sie beträgt 0,08578. (Vergl. oben die Angaben in 38). Man kann demnach den Werth der Erhöhung oder Erniedrigung (durch welche die falsche Quinte aus der reinen muss entstehen können) im Durchschnitt auf 0,085 setzen. Wäre davon die grosse Secunde das Doppelte, so betrüge ihr Gegensatz 0,170; sie käme hiemit der Bestimmung der Physiker nach Schwingungsverhältnissen fast gänzlich gleich, aus welcher sich der Gegensatz 0,16992 ergab. Die kleine Septime, welche die grosse Secunde zur Octave ergänzt, wäre nun 0,83. Hievon die verminderte Septime, d. h. anderthalb falsche Quinten, oder 0,75 abgezogen, lässt den Rest 0,08.

3. Unabhängig von einander, und genau übereinstimmend*), sind die Bestimmungen der grossen Secunde und kleinen Septime gefunden worden (36). Legt man, diesen gemäss, den Werth der kleinen Septime, nämlich 0,82841, zum Grunde, und zieht hievon die verminderte Septime, also 0,75, ab: so bleibt der Rest 0,0784 als die Erhöhung des Grundtons. Diese Zahl fällt zwar zwischen 0,07213 und 0,0847; allein sie weicht von der letztern noch bedeutend ab. Was folgt nun aus dem Allen?

*) Überdies noch genau übereinstimmend mit der Distanz zwischen der Quarte und reinen Quinte. Man vergleiche die Zahlen in 38, und nehme 0,08579 doppelt. Daraus findet sich genau 0,17158.

85. Antwort. Erstlich, wenn die vier Töne des verminderten Septimen-Accordes zugleich vernommen werden, ohne dass etwas voraus ging: so bleibt unbestimmt, welcher von den vier Tönen derjenige sey, den die Erhöhung betroffen habe. Alle oben angezeigten vier Fälle (81) sind möglich; daher hört man nur einen unverständlichen Streit. (16) Diesen Streit characterisirt bloss das Trübe und Gepresste des verminderten Dreyklangs, der hier zwiefach vorhanden ist. (58) Drey kleine Terzen scheinen vorhanden zu seyn (wie *c es*, *es ges*, und *fis a*); der Hörende strebt sich diese völlig zu vergegenwärtigen: es ist aber nicht möglich; denn diese müssten zusammen den Umfang 0,7836 einnehmen; welches von 0,75, den anderthalb falschen Quinten, in welchen der Accord eingeschlossen ist, weit abweicht. Der Unterschied 0,0336 ist ein bedeutender Theil vom halben Ton, dessen mittlerer Werth, wie nur eben zuvor erinnert, ein Zwölftel = 0,08333 ausmacht.

Zweytens: sobald dagegen aus dem Zusammenhange bekannt ist oder wird, welcher von den vier Tönen als erhöhet aus einem niedrigern entstanden sey: so richtet sich danach die Art der Auffassung. Das musikalische Denken, (welches geringe Mängel des leiblich Gehörten allemal verbessert, und für welches der Schall der Instrumente oft nur eine Art von Zeichensprache ist,) vollzieht die Erhöhung so, wie sie erfolgen soll; dergestalt dass sie 0,085 oder mindestens 0,0847 betrage, wenn auch wirklich nur eine Erhöhung von 0,0784 leiblich gehört wird. Dadurch aber wird die verminderte Septime, welche nur den letztern Werth zulässt zusammengedrängt. Oder, was dasselbe ist, aber noch stärker empfunden wird, die übermässige Secunde —

das Umgekehrte und Harmonisch-Gleichgeltende der verminderten Septime, — wird expandirt, nicht anders als ob eine starke Feder dazwischen gespannt wäre. Wer dies etwa nicht fühlte, dem könnten wir es in andrer Art nachweisen; nämlich als eine merkwürdige:

87. Thatsache. Der übermässige Secunden-Sprung ist verboten.

Gleichwohl wird er oft genug gemacht, und zwar da, wo man gerade das Harte desselben, das Gefühl des Schwer-zu-Übersteigenden beabsichtigt. Und dann wird er empfunden, auch wenn die Tasten des Instruments genau dieselben Töne angeben, die sonst eine kleine Terz ausmachen. Es ist gar nicht nöthig, dem leiblichen Hören zu gefallen den Stimmhammer zu gebrauchen; das musikalische Denken ist in diesem Falle mächtig genug, um die nämlichen Töne bald als bequeme kleine Terzen, bald als widerspenstige übermässige Secunden zu vernehmen. Noch mehr: die übermässige Secunde ist wirklich nur sehr wenig grösser, als die kleine Terz im reinen Accorde; und nicht einmal so gross, als die kleine Terz an sich seyn würde.

88. Das Übrige der Erklärung ergiebt sich nun leicht. Der Septimen-Accord mit der kleinen Septime und grossen Terze ging entweder wirklich vorher, wie in Fig. 28, oder für das geübte musikalische Ohr ist es soviel, als wäre er vorhergegangen. Die sämmtlichen Töne haben also schon ihre Richtung; nur der Grundton ausgenommen. Jene folgen der Richtung die sie haben; dieser, aufwärts dringend, vollendet seinen Gang. Fig. 29 und 30 sind leichte Abänderungen, die keiner weitern Erläuterung bedürfen.

89. Zusatz. Bey dieser Veranlassung ist es am

gelegensten, die Bemerkung vestzuhalten, dass sowohl Erniedrigung als Erhöhung eines Tones, obgleich nicht ganz genau bestimmbar, (weil der Unterschied der Terzen an sich etwas schwankend, und jedenfalls ein wenig kleiner ist als der Unterschied der falschen Quinte von ihren beyden Nachbarinnen) doch etwas mehr betragen als der mittlere halbe Ton. Dieser ist 0,08333 jene, die Erhöhung oder Erniedrigung, haben wir im Durchschnitt = 0,085 gefunden. (84). Wenn nun von zweyen Tönen, die um ein Sechstheil der Octave, also ungefähr um eine grosse Secunde verschieden sind, der obere erniedrigt, der untere erhöhet wird: so treffen beyde Veränderungen nicht genau in Einem Puncte zusammen; sondern sie greifen über einander weg, und lassen zweymal den Unterschied des mittlern halben Tons von der Erhöhung oder Erniedrigung zwischen sich; d. h. zweymal 0,00166, also 0,00333. So gering diese Grösse ist: so muss doch bemerkt werden, dass wir hiedurch dasjenige in Abrede stellen, was die physikalischen Schriften von der sogenannten enharmonischen Tonfolge zu sagen pflegen. Nach ihnen sollen die Töne so aufeinander folgen; *c, cis, des, d, dis, es, e,* u. s. w. anstatt dass sie so folgen müssen;

c, des, cis, d, es, dis, e, u. s. w.

Damit man dies einsehe, verweisen wir auf Fig. 31. Fortschreitungen dieser Art sind in der Musik nicht selten. Nun weiss Jedermann, dass die falsche Quinte *es* im Sext-Quinten-Accorde sich unterwärts auflösen muss; hingegen der Leitton *dis* nach oben zu *e* hinstrebt. Wenn also ein Violinspieler oder Sänger *es* spielt oder singt, so treibt ihn sein Gefühl nach unten; soll er nun *es* in *dis* verwandeln, so bekommt er einen

Impuls nach oben. In Folge dieses Impulses muss er den Ton *es* nicht erniedrigen (denn es wird ihm verboten, nach unten hin sich zu wenden) sondern ihn erhöhen, denn nach oben hin wird er getrieben in demselben Augenblick, wo ihm vorgeschrieben ist, *dis* anstatt *es* zu denken und zu spielen. Dagegen fodert jene physikalische Lehre von ihm, er solle rückwärts nach unten gehn in demselben Augenblick, wo er einen Antrieb aufwärts bekommt; und zwar, (was das Widersinnige ist) eben derjenige Impuls, der ihn vorwärts treibt, soll ihn unmittelbar rückwärts treiben. Das wird nicht geschehen, wo nicht eine falsche Theorie sich einmengt, und ihr aus Vorurtheil gehorcht wird.

Der Anfang des Irrthums liegt bey der ersten Bestimmung der grossen Terz*). Diese nehmen die Physiker zu niedrig, indem sie den Schwingungen nachgehn, welche auf das Klingen der Schallwellen, nicht aber auf das musikalische Denken Einfluss haben. Unsre psychologische Betrachtung hat gezeigt, dass im reinen Accorde die grosse Terz mindestens ein Drittel der Octave betragen muss, indem die beyden andern Bestimmungen, (deren zweyte wegen der dadurch überspannten Quinte unbrauchbar ist, die erste aber von der reinen Quinte ausgeht), sie noch grösser geben.

90. Thatsache. Zu einer Melodie — einer zusammenhängenden Folge von Tönen, worin eine Stimme

*) Nimmt man *fis* für die grosse Terze der Secunde *d*, und addirt die Gegensätze beider Intervalle nach den Angaben der Physiker (32 und 37), nämlich 0,32193 + 0,16992 = 0,49185, so erreicht man für die Distanz von *c* bis zu *fis*, (dem Leitton zu *g*), nicht einmal die falsche Quinte 0,5. Zieht man den Gegensatz der Quarte, (27), nämlich 0,41504, davon ab, so bleibt nur 0,07681 für die Erhöhung des *f* zu *fis*.

sich bewegt, — muss eine mögliche Folge von Harmonien hinzugedacht werden können. Sonst würden die Töne sich von denen einer bloss gesprochenen, und gedehnten Rede nicht unterscheiden, sie würden keine musikalische Bedeutung haben.

91. Folge. Daher sind nicht bloss alle Mitteltöne ausgeschlossen, die ausser der Tonleiter liegen würden; sondern die Melodie muss auch bey jedem Tone, den sie angiebt, so lange verweilen, dass man die Harmonie dazu finden oder vernehmen könne. Hiemit ergiebt sich, dass die Melodie aus discreten (wiewohl der Zeit nach zusammen hängenden) Tönen bestehn muss, und kein Continuum derselben in sich aufnehmen kann. Sie bewegt sich auf einer Tonleiter, aber nicht in der Tonlinie; selbst bey durchgehenden Noten.

92. Weitere Folge. Da kein einzelner Ton für sich eine musikalische Geltung hat, die reine Quinte hingegen abgesehen von der Octave, die vollkommenste Consonanz ist, (19—22) so muss der erste veste Anfangspunct (wenn ihm auch andre Töne als blosse Einleitung vorausgehn sollten,) die reine Quinte zulassen, oder besser, hören lassen. Diese giebt ihm die erste entschiedene Brechung, von der alle weitere Bedeutung abhängt. Die Octave würde dazu nicht taugen, weil bey ihr die Brechung gerade Null ist. (11).

93. Thatsachen. Wenn eine Stimme sich eine grosse Secunde aufwärts bewegt, und alsdann in den ersten Ton zurückkehrt, so bemerkt man entschieden, dass man sich bewegt hat, und nun bey der Rückkehr Ruhe findet. (Fig. 32.)

Dasselbe gilt, wenn eine Stimme sich eine kleine Secunde abwärts bewegt. Fig. 33.

Dagegen contrastiren die Bewegungen und das Rückkehren auf verschiedene Weise, wenn ein grösseres Intervall durchlaufen wurde. Fig. 34. War das Intervall eine Terze, so hat man zwar Ruhe bey der Rückkehr, aber man bemerkt weniger Bewegung. War es eine Quarte, so hat man mehr Bewegung, aber am Ende weniger Ruhe. War es eine falsche Quinte, oder, was hier gleich gilt, eine übermässige Quarte, so ist der Grundton zum Ruhen verdorben. War es eine reine Quinte, so ist zwar Bewegung und Ruhe vorhanden, aber man vernimmt die Quinte auf eine zweydeutige Weise; weil Verschiedenes kann hinzugedacht werden. Endlich vergleiche man noch Fig. 35; wo die kleine Untersecunde und grosse Obersecunde um eine Octave höher sind gelegt worden. Diese Gänge sind ganz unbefriedigend, und können durchaus nicht anstatt jener ersten (in Fig. 32 und 33) gebraucht werden.

94. Folge. Man sieht also, dass bey der Melodie nicht mehr gleichgültig ist, was für die harmonische Geltung gleichbedeutend war, nämlich ob ein Ton eine Octave höher oder tiefer liege. Deshalb wird man für die Melodie zuerst in Betracht ziehn, wie weit die Gleichheit eines Tons mit den höhern oder tiefern wirksam werden könne.

95. Satz. Die Wirksamkeit der Gleichheit umfasst eine kleine Septime, in deren Mitte der Hauptton liegt. (Man verwechsele hier nicht die Gleichheit mit den gleichen Theilen, wovon oben, 15, das Nöthige gesagt ist.)

96. Beweis. In der Quarte verhält sich der Gegensatz zur halben Gleichheit wie $1 : \sqrt{\frac{1}{2}}$. Das heisst, hier ist die Gränze, bis wohin die Töne durch die

zwiefache Wirkung dessen, was in ihnen gleich und in sofern Eins ist, einer zum andern hingedrängt werden, als ob sie in einen Ton zusammen fallen sollten. (26.) Bey grössern Intervallen unterliegen die Hälften der Gleichheit; bey der falschen Quinte sind die Gegensätze schon eben so stark, wie die ganze Gleichheit; bey der reinen Quinte herrschen sie dergestalt, dass bey noch grössern Intervallen nicht mehr die Gleichheit, sondern die gleichen Theile, welche man in Gedanken absondert, in Betracht kommen. Dies Alles ist oben ausführlich entwickelt worden.

Da man dieses weiss: so erhellt der Satz sogleich von selbst. Denn vom Haupttone nehme man eine Quarte aufwärts; beyde zusammen umfassen eine kleine Septime; und diese ist das Gebiet, worin seine Gleichheit dergestalt wirksam ist, dass sie die Töne zum Zusammenfallen antreibt.

97. Zusatz. Da die eine Hälfte dieses Gebiets unter dem Haupttone liegt, so versetze man dasselbe eine Octave höher, und man erhält Platz für die Tonleiter; dergestalt aber, dass dieser Platz aus zwey getrennten Theilen besteht, und zwischen beyden die Distanz einer grossen Secunde (mit einer merkwürdigen Genauigkeit) offen bleibt. Die falsche Quinte liegt mitten in dieser Distanz isolirt; auch gehört sie nicht zur Tonleiter.

98. Frage. Wenn eine Stimme sich um eine grosse Secunde aufwärts und wieder zurück bewegt: wie wirken die daraus entstehenden Vorstellungen?

99. Vorbereitung zur Antwort. Innerhalb der Distanz einer kleinen Terze können ein paar Töne als beynahe gleichartig angesehen werden, so dass ei-

ner grösstentheils die Fortsetzung des andern sey. Denn die Bestimmung der kleinen Terz ging davon aus, dass die beyden Gegensätze von den halben Gleichheiten zur Schwelle gedrängt werden. Dies gab die Gegensätze $= 0{,}2612$; welcher Werth späterhin für den Gebrauch in den Accorden noch zu gross gefunden wurde. (47 u.s.w.)

Nun sollen zwar bey der grossen Secunde (36) die einzelnen Ton-Vorstellungen noch auf der Schwelle seyn neben der, durch die halbe Gleichheit verstärkten; die wir als durch frühere Übung gewonnen voraussetzen (nach einer Bemerkung in 61.) Allein während dies für zusammenklingende Töne gilt, verändert es sich da, wo einer nach dem andern vernommen wird. Der vorhergehende erleidet hier eine Hemmung durch den folgenden; zugleich wird er in der früheren Verworrenheit reproducirt und bestärkt; er kann demnach überhaupt nicht ganz, aber am wenigsten in seiner ursprünglichen Integrität im Bewusstseyn bleiben. Rückwärts gilt dies von dem folgenden Tone nur in so fern, als man von dem momentanen Hören des ursprünglich reinen Tons hinwegsieht. Das schon Vernommene wird von der halben Gleichheit ergriffen, und mit dem noch übrigen Vorstellen des vorigen Tons verschmolzen. Daher wird die Secunde als ein andrer Ton, der nur nicht völlig der erste sey, vernommen. Wäre die Secunde der Hauptton selbst: so würde sie nur als sie selbst, ohne ein Gefühl des Andersseyns und Abweichens, vernommen werden. Hiezu nehme man Folgendes:

100. Antwort. Wir haben vorausgesetzt, der erste Ton habe schon eine entschiedene Brechung durch die reine Quinte (92). Kommt nun durch die Secunde eine neue Brechung hinzu: so ist der erste Ton dop-

pelt gebrochen, und zwar dergestalt, dass in Ansehung seines kleinsten Theils eine Selbsterhaltung statt finden sollte; (62, 67.) nämlich in dem Maasse, als derjenige Druck, welcher von den stärkern Theilen der nämlichen Vorstellung herrührt, den schwächsten zu verdrängen im Begriff wäre. Dies setzt den Druck als eben jetzt wirksam, mithin die Brechung als geschehen voraus. Allein in wiefern der erste Ton seiner Integrität beraubt, also nicht in völliger Bestimmtheit dem Bewusstseyn gegenwärtig ist, trifft ihn die Brechung weniger.

Dagegen hat der zweyte Ton, (die Secunde) in jedem Augenblick des Hörens seine ursprüngliche Klarheit; er ist der Brechung bloss gestellt, welche theils vom Hauptton, theils von der hinzugedachten Quinte desselben ausgeht. Bey ihm also trit die Selbst-Erhaltung um desto sicherer ein, da er im Anfange des Ertönens ein erst entstehendes, nur bey längerem Verweilen anwachsendes Vorstellen liefert, welches der schon starken Vorstellung des frühern Tons sehr geringen Widerstand entgegensetzt.

Nun rührt die Nöthigung zur Selbsterhaltung bloss von der zu starken Gleichheit her; und würde verschwinden, wenn dieselbe sich nur um ein Zwölftheil der Octave verminderte, — oder wenn statt des Hauptons, sofern dieser noch im Bewusstseyn gegenwärtig ist, dessen kleine Untersecunde (der Leitton), zu hören wäre.

Der Leitton macht mit der Ober-Secunde eine kleine Terz. Diese Distanz würde der Secunde die Selbsterhaltung ersparen, weil ihr gemäss die Gegensätze schon auf der Schwelle, und nicht mehr darunter sind. (Vergl. 99.)

Gesetzt nun, es sey in Folge zweckmässiger Übung (wie jede Musik sie fast jeden Augenblick darbietet,) neben der Obersecunde der Leitton gehört worden; so wird derselbe, falls kein Hinderniss eintrit, leicht hinzugedacht, wenn man vom Haupttone zur Secunde fortgeht; denn er ist es, welcher das durch jene Brechung erregte Streben befriedigt.

Damit ist aber die Vorstellung des Haupttons nicht sowohl verdrängt als verworren; denn nur die Integrität dieser Vorstellung war verschwunden. Hingegen die Hemmung selbst ist so unbedeutend, dass, nachdem die Secunde aufgehört hat, zu ertönen, sich der Hauptton von selbst wieder hervordrängt, und sobald er wirklich erklingt, Ruhe in ihm gefunden wird.

101. Thatsächliche Bestätigung. Man gehe die Tonleiter durch, und versuche, den Grundton, soviel möglich dabey vestzuhalten. Den Erfolg zeigt Fig. 36. Gleich bey der Secunde verschwindet der Grundton; späterhin kann man ihn in Gedanken behalten, bis zum Leitton; zu welchem die Secunde muss hinzugedacht werden.

102. Erläuterung. Warum verschwindet der Grundton bey der Secunde? Was verdrängt ihn aus dem Bewusstseyn? Darüber mag man sich wundern! Denn an eine starke Hemmung ist hier nicht zu denken. Die entferntern Töne, Terz, Quarte, Quinte, Sexte, — alle haben einen stärkern Hemmungsgrad gegen den Grundton, als die ihm so nahe liegende Secunde. Warum dulden sie den Grundton neben sich; und wie macht es die Secunde, ihn zu vertreiben? Besonders aber, wenn sie ihn vertrieb, wie ist es möglich, dass ein starkes Streben, ihn wieder zu hören, entstehe, welches

sich augenblicklich befriedigt findet, sobald entweder zu ihm selbst, wie in Fig. 32, oder auch nur zu seiner Terze, wie hier, zurückgegangen wird?

Die Distanz der Secunde ist nur 0,17158, oder nahe ein Sechstheil der Octave. Theilte sich nun auch die hieraus entstehende Hemmungs-Summe zwischen der Secunde und dem Grundtone sogleich: so würde die Hemmung des letztern nur $\frac{1}{12}$ betragen. Aber erstlich: eine so geringe Hemmungs-Summe sinkt langsam; und zweytens, der Klang der Secunde muss verweilend anhalten, bevor die Vorstellung desselben eine gleiche Stärke erlangt, wie der vorhergegangene Grundton im verweilenden Hören schon erlangt hat.

Mit einem Worte: an ein wirkliches, so bedeutendes Verschwinden, an eine so plötzliche Hemmung der Vorstellung des Grundtons, wie hier im ersten Augenblicke, da die Secunde ertönt, sich zu ereignen scheint, ist nicht im Ernste zu denken. Nicht Hemmung, sondern Verworrenheit ist eingetreten. Die halbe Gleichheit macht sich gelten. Das von ihr verunreinigte Vorstellen verdrängt die reine, lautere Vorstellung. Darum kann man nicht sagen, dass man den Grunton im Gedanken vest gehalten habe; ausser mit einer Art von Anstrengung, deren Widriges man fühlt. Vollends wer den Leitton kennt, der denkt ihn hier unwillkührlich hinzu; er verändert dadurch die Brechung soweit nöthig, um dem Streben der Selbsterhaltung zu Hülfe zu kommen. Eben darum nun, weil der Grundton beynahe gar nicht gehemmt war, bedarf die Vorstellung desselben auch keine merkliche Zeit, um wiederzukehren, sondern das Gleichgewicht ist sogleich wiederhergestellt, und Ruhe trit ein, indem der Grundton er-

klingt. Man findet ihn unverändert wieder, denn er hatte keine wesentliche Brechung erlitten.

103. Fernere Erläuterung. Den stärksten Contrast gegen diesen letztern Umstand macht der Gang in die falsche Quinte oder übermässige Quarte. Fig. 34^{d}. Kehrt man von da zum Grundton zurück, so ist er verdorben; er gewährt keine Ruhe mehr. Denn er ist in der Mitte gebrochen, und befindet sich im stärksten Widerstreit mit sich selbst. Die andern Fälle der Fig. 34 verrathen zwar ebenfalls sämmtlich, dass an dem Grundtone etwas kleben bleibt; allein die Ursache ist von andrer Art. Terzen und die reine Quinte, Sexten und die Quarte passen mit dem Grundtone in Einen Accord. Wenn in ihnen die Melodie fortschreitet, so empfindet man wenig Bewegung, weil die Harmonie auf gleiche Weise hinzugedacht wird, wenn dies nicht durch nähere Bestimmungen gehindert ist. Hingegen darin gleichen sich die Secunde und die falsche Quinte, dass beyde gegen den Grundton dissoniren; und dieser Ähnlichkeit ungeachtet unterscheiden sie sich dennoch so, dass bey der Secunde nicht deren Accord, sondern dessen Auflösung, hingegen bey der falschen Quinte der Accord selbst, in welchen diese mit dem Grundton passt, (zunächst, wenn andre Bestimmungen fehlen, der verminderte Dreyklang) hinzugedacht wird; und zwar so, dass dies Hinzugedachte nicht weicht sondern bleibt, indem man in den Grundton zurückgeht; anstatt dass mit der Secunde auch die Vorstellung ihrer Auflösung verschwindet, und der Rückgang in den Grundton die Ruhe wieder herstellt. Dies war der Punct, auf den es ankam. Die Secunde verändert ihre eigne Brechung, indem der Leitton hinzugedacht wird;

die falsche Quinte bleibt in der Brechung, und bricht den Grundton. Jenes geschieht durch die Selbsterhaltung gegen die Macht der Gleichheit; dieses trit ein, weil die Gleichheit viel zu gering ist, um eine Selbsterhaltung hervorzurufen.

Sehr zu beachten ist hiebey der Umstand, dass der Gang in die Secunde nicht mit dem Gange in die None, oder Unterseptime (Fig. 35 *b* und *c*) darf verwechselt werden. Hier fehlt es an Gleichheit, daher fehlt die Selbsterhaltung sammt der veränderten Brechung. Es geht wie bey der falschen Quinte; man denkt den dissonirenden Accord (etwa *d, f, a, c*, oder *c, f, a, d*,) hinzu, und behält ihn in Gedanken auch bey der Rückkehr in den Grundton, die nun keine Ruhe gewährt.

104. Frage. Wenn eine Stimme sich um eine kleine Secunde abwärts und aufwärts bewegt: wie wirken die daraus entstehenden Vorstellungen?

105. Vorbereitung zur Antwort. Wir setzen immer voraus, der Hauptton sey als solcher vestgestellt; und zwar hauptsächlich durch seine reine Quinten. In andrer Verbindung z. B. wie Fig. 37, würde ein ganz andres Resultat herauskommen, als für den Hauptton *c* in Fig. 33, der die Bewegung *c, h, c*, macht, während *g* hinzugedacht ist. Nur von diesem Falle ist hier die Rede; und *h* soll unter *c* liegen; keinesweges oberwärts, wie in Fig. 35 a.

106. Antwort. Alles kommt wieder auf die Gleichheit an. Indem *h* ertönt, scheint *c* aus dem Bewusstseyn zu verschwinden; in der That aber wird es nur sehr wenig gehemmt; dagegen trit die Vorstellung desselben als durch *h* vorworren hervor, indem die halbe Gleichheit hier noch weit wirksamer ist als im vorigen Falle. Die Brechung, welche *h* erleidet, würde

einen noch kleinern Theil von ihm abschneiden, und dieser würde durch die grössern Theile derselben Vorstellung noch schneller auf die Schwelle geworfen werden, wenn nicht die Selbsterhaltung zuvorkäme. Ihrem Streben aber wird genügt, wenn die Gleichheit dergestalt vermindert wird, dass die Brechung sich bis zu der einer kleinen Terz verändert; welches hier durch die obere Secunde *d* geschehn muss. Kennt man diese Befriedigung einmal: so wird sie, wenn nicht gehindert, leicht hinzugedacht. Allein die kaum ein wenig gehemmte Vorstellung des Haupttons drängt fortwährend dagegen; trit nun der Hauptton wieder ein, so ist Ruhe vorhanden. Der Fall ist die Umkehrung des vorigen, nur noch entschiedener wegen der grössern Gleichheit.

107. Frage. Warum ereignet sich nicht das Nämliche, wie in den vorigen Fällen, dann, wenn die Stimme eine kleine Secunde aufwärts und zurück, oder eine grosse Secunde unterwärts und zurück sich bewegt? Und worin liegt der Unterschied vom vorigen? (Man sehe Fig. 38.)

108. Antwort. In der That wird aus obigem Grunde leicht die kleine Terz (zu *des b*, zu *b des*) hinzugedacht; allein die Quinte *g*, durch welche der Hauptton *c* bestimmt ist, bildet nun mit *des* und *b* den verminderten Dreyklang, dessen unbestimmte Unruhe man kennt. (55—58). Diese lässt sich durch Rückkehr in den Hauptton nicht wegschaffen.

109. Zusatz. Eigentlich ist die Auffassung der kleinen Ober-Secunde schwankend, wenn nichts hinzukommt; denn sie kann gegen die Quinte auch Erhöhung des Grundtons und Übergang zur grossen Secunde seyn, wie Fig. 39.

110. Frage. Wodurch wird die Quinte zur obern Dominante?

111. Vorbereitung zur Antwort. Zuerst muss der Unterschied bemerkt werden zwischen der Dominante und der blossen Quinte. Es kommt auf den Unterschied der Melodie und Harmonie an. Nur wenn eine Stimme sich so bewegt, dass zum ersten Ton der *dur*-Accord der Quinte gehört, und alsdann der reine Accord des Haupttons folgt, wird in dieser Bewegung die Quinte zur Dominante.

112. Antwort. Eigentlich dominirt die Quinte, wie aus dem Obigen erhellet, schon dadurch, dass durch sie der Hauptton vestgestellt ist. Zugleich aber haben wir gezeigt, dass die nächsten Bewegungen des Haupttons, wenn beym Rückgange in ihn Ruhe entstehn soll, nicht jene in die kleine Obersecunde oder grosse Untersecunde seyn können, sondern entweder in die grosse Secunde aufwärts, oder in die kleine Secunde unterwärts geschehen müssen; und dass in beyden Fällen der Dur-Accord der Quinte, wo nicht gehört, so doch gedacht wird. Darum ist die Quinte, als Grundton dieses Accordes, dergestalt vorherrschend, dass sie die nächsten Bewegungen des Haupttons bestimmt.

112. Anmerkung. Die Quarte dagegen bestimmt die nächste Bewegung, welche die reine Harmonie machen kann, während der Hauptton ruhet. Man weiss aus dem Obigen, dass sie die Gränze setzt, bis zu welcher die Wirksamkeit der Gleichheit mit dem Hauptton sich erstreckt (95). Als untere Quarte fällt sie mit der Oberdominante zusammen; als obere Quarte hat sie die Terzen zu nächsten Nachbarn, welche sich ohne Sprung zu ihr hin bewegen können. Zur Ausfüllung

der reinen Harmonie gehört alsdann diejenige Sexte, welche von der kleinen oder grossen Terze die reine Quarte ist; daher richtet sich das Dur oder Moll des hieraus entstehenden Accordes nach demjenigen des Haupttons, indem über die, den Terzen zugehörige Sphäre der Gleichheit nicht hinausgegangen wird. Beym Dur macht demnach die Quinte die Bewegung einer grossen Secunde aufwärts; beym Moll geht die Terze den nämlichen Gang. Aus beyden ergiebt sich ein natürlicher Rückgang in die Töne des reinen Accordes vom Hauptton. Will man nun Bewegung des Haupttons selbst folgen lassen, so entsteht der bekannte Gang Fig. 40, welcher die nächsten Bewegungen sowohl des Haupttons als seiner reinen Harmonie zusammenfasst, und ihn hiemit in möglichster Kürze veststellt.

114. Thatsache. Die Tonleiter stellt sämmtliche Töne, welche zu den eben erwähnten beyden Bewegungen gehören, in eine Reihe, die man nach zweyen entgegengesetzten Richtungen durchlaufen kann. Hierbey zeigt sich der Leitton als empfindliche Note, die selbst bey der Moll-Tonart im Heraufgehn nicht entbehrt werden kann, obgleich sie dort den übermässigen Secundensprung (87) hervorbringt, wenn man nicht den vorhergehenden Ton erhöhen will.

115. Frage. Woher rührt die Empfindlichkeit des Leittons, und die in ihm fühlbare Nothwendigkeit, ihn, als ob er eine Dissonanz wäre, in die Octave aufzulösen?

116. Vorbereitung zur Antwort. Man nehme, indem man die Tonleiter hinaufgeht, statt seiner die kleine Septime: so bleibt man innerhalb der Linie, worin die Quarte den Mittelpunct bildet; also wird diese

der Punct, in welchen die Wirksamkeit der Gleichheit alle Töne zusammenzuziehn sucht (95).

117. Antwort. Der Leitton überschreitet diese Linie; die Gleichheit mit ihm zieht die beyden vorigen Töne nach oben, während sie die Quarte nicht mehr beherrschend sondern streitend erreicht (18).

Die übermässige Quarte nämlich, welche der Leitton gegen jene Quarte des Grundtons bildet, ist in Ansehung der Distanz als gleich der falschen Quinte zu betrachten. (Vergl. 84 mit 38.). Der Leitton versetzt sich also nicht bloss in Streit gegen die Quarte, sondern er entzieht ihr auch die Macht, den Mittelpunct, wohin alle Töne sich neigen würden, zu bestimmen. Hiezu kommt seine schon früher gewonnene Verbindung mit der obern Secunde des Grundtons (100). In Ansehung der, ihm zunächst vorhergehenden, Sexte, ist ein Unterschied beym Heraufgehn im Dur und Moll, näher zu betrachten.

Nämlich bey der Dur-Scala, welche von der grossen Sexte zum Leitton fortschreitet, beträgt diese Fortschreitung eine grosse Secunde; was daraus folgt, weiss man aus dem Obigen (102). Die Vorstellung der Sexte geräth in Verworrenheit. Das Streben der Selbsterhaltung (106) wird durch Rückkehr in einen tiefern Ton befriedigt, wozu sich hier die nur kurz vorhergegangene Oberdominante darbietet. Alles zusammen ergiebt den Gang Fig. 41.

Etwas anders verhält sich die Moll-Scala, wenn die hier einheimische kleine Sexte gebraucht wird, und darauf der übermässige Secunden-Sprung folgt. Fig. 42. Hier ist die Gleichheit zwischen der kleinen Sexte und dem Leitton zu gering, um die Sexte in Verworrenheit

zu versetzen. Man hört vielmehr fortdauernd das Harte der übermässigen Secunde; sie bleibt kleben, und bildet mit dem Leitton, der Quarte und Secunde einen Sext-Quinten-Accord. Dies wird beym gewöhnlichen Gange durch die grosse Sexte vermieden, welcher Gang aus der Nachgiebigkeit gegen den, vom Leitton herrührenden Zug nach oben entstanden ist.

118. Thatsache. Beym Contrapuncte, d. h. bey der Bewegung einer Stimme gegen eine andre, hat man nöthig gefunden, drey Fälle zu unterscheiden; indem die andre entweder still steht, oder in entgegengesetzter oder in gleicher Richtung sich bewegt. Der letzte Fall wird im allgemeinen als gefährlich bezeichnet, indem leicht Fehler dabey begegnen können; vorbotene Quinten, Octaven, Terzen.

119. Frage. Lässt sich hiebey ein allgemeiner Grund der Gefahr angeben?

120. Antwort. Wenn eine Stimme ruhet, während eine andre sich bewegt: so ändert sich das Verhältniss der Gleichheit zum Gegensatze. Wenn die bewegte Stimme sich der ruhenden nähert, so wächst die Gleichheit, und der Gegensatz nimmt ab; das Umgekehrte gilt, wenn jene sich entfernt. Beydes geschieht aus doppeltem Grunde bey der Gegenbewegung. Allein bey der sogenannten geraden Bewegung, welcher gemäss beyde Stimmen einerley Richtung nehmen, kommt etwas vor, das sich aufhebt. Eine Stimme nähert sich der Stelle, welche so eben die andre einnahm; die andre entfernt sich von derselben Stelle, und vereitelt, wenigstens theilweise, die Annäherung. Hatten sich nun Gleichheit und Gegensatz in Wechselwirkung gesetzt:

so wird diese Wechselwirkung zugleich aufgehoben und wiederhergestellt.

121. Thatsache. Octaven, die sich vom Anfang eines musikalischen Satzes an, fortwährend begleiten, sind nicht anstössig.

122. Erklärung. Man hört in diesem Falle einerley Melodie doppelt, indem von Anfang an, die Stimmen sich nicht gegenseitig brechen, sondern nur die Töne, welche in einerley Stimme liegen, unter einander in Verhältniss treten.

123. Thatsache. Dagegen sind in solchen Sätzen, worin Anfangs die Stimmen andre Intervalle bildeten, mehrere Octaven nach einander unzulässig; und so widrig, dass selbst die sogenannten verdeckten Octaven, welche durch leicht hinzugedachte Übergänge entstehen können, gern vermieden werden.

124. Erklärung. Hatten einmal die Stimmen sich durch irgend ein Intervall in gegenseitige Brechung versetzt, so wird die Octave als ein Aufhören der Brechung, und als ein Durchgang durch verschiedene Brechungen empfunden. Folgt nun eine zweyte Octave: so nähert sich eine Stimme der Stelle, wo so eben die andre lag; hiemit entsteht ein Grad von Gleichheit, welcher, im Augenblick des Überganges vernommen, sogleich durch die sich ausbildende neue Wahrnehmung völlig zurück gestossen wird.

125. Thatsache. Noch unerträglicher sind zwey reine Quinten unmittelbar nach einander bey gerader Bewegung der nämlichen Stimmen; während sie bey entgegengesetzter Bewegung, oder wenn es nicht die nämlichen Stimmen sind, die in das zweite Quinten-Verhältniss treten, kaum empfunden werden. Fig. 43, *a*, *b*, *c*.

126. Erklärung. Es kommt auch hier auf den Augenblick des Überganges, und die in ihm entstehende Wahrnehmung einer Gleichheit an, welche zurückgestossen wird. Sind es nicht dieselben Stimmen, so fehlt der Übergang; bey der Gegenbewegung fehlt die entstehende Gleichheit, wenn sie nicht, wie freylich durch Transposition in die höhere Octave leicht geschieht, hinzugedacht wird.

Aber in dem eigentlich fehlerhaften Falle erhebt sich nicht bloss die Gleichheit durch die sich der vorigen annähernde Stimme: sondern dieses gleicht der Erhebung nach einer Niederlage zu neuem Streite. Denn bey der reinen Quinte wird die Gleichheit von den Gegensätzen auf die Schwelle getrieben (20—22). Folgt nun eine Quinte der andern, so empfindet man bey der zweyten Quinte eine gewaltsame Spannung der Töne gegen einander, die nothwendig erfolgen muss, indem die Selbstständigkeit jedes Tons gegen den andern wider die, von neuem auftauchende, Gleichheit sich geltend macht.

127. Thatsache. Auch eine falsche und eine reine Quinte dürfen einander in dem nämlichen Paar Stimmen nicht unmittelbar folgen; doch ist dieser Fehler nicht so unerträglich wie der vorige.

128. Erklärung. Auch hier nähert sich eine Stimme der Stelle, wo unmittelbar zuvor die andre lag. Auch hier also entsteht im Moment des Übergangs ein neuer Grad von Gleichheit, der sogleich niedergedrängt wird. Der Unterschied vom vorigen Falle ist jedoch der, dass, wenn die falsche Quinte vorangeht, nicht eine ganz darniederliegende sondern im Streite begriffene Gleichheit sich vergrössert und dann zurückgedrängt

wird; wenn umgekehrt die reine Quinte vorangeht, die im Moment des Überganges auftauchende Gleichheit nicht ganz verdrängt sondern nur wieder in den Stand des Streits wider die Gegensätze zurückgebracht wird.

129. Thatsache. Zwey grosse Terzen sind in einigen Fällen (die wir nicht einzeln durchlaufen wollen) ebenfalls in so fern verboten, dass sie nicht in dem nämlichen Paar Stimmen einander unmittelbar folgen dürfen.

130. Erklärung. Bey der grossen Terz sind die Gegensätze im Gleichgewicht mit dem zwiefachen Antriebe der Gleichheit, wodurch die Vorstellungen in Eine würden verschmolzen werden (31). In dem, am gewöhnlichsten vorkommenden Falle, Fig. 44[a], erhebt sich die Oberstimme aus der grossen Terz zur übermässigen Quarte, welche, wie öfter bemerkt, als Distanz betrachtet der falschen Quinte gleich kommt. Hiemit trit an die Stelle des vorigen Gleichgewichts der bekannte Streit in der falschen Quinte. Würde nun die Unterstimme eben so hoch sich erheben, wie in Fig. 44[b], so wäre der Gleichheit in demselben Übergange Streit gedroht und Gleichgewicht eingeräumt. Dies wird Fig. 44[c] vermieden durch Erniedrigung der Unterstimme in eine tiefere Octave; zum Zeichen, dass es bloss darauf ankam, die Gleichheit nicht wachsen zu lassen; und ebenfalls wird es Fig. 44[d] vermieden, indem die Oberstimme sich theilt, während die Unterstimme ruhet; zum Zeichen, dass nur der Übergang soll vermieden werden, worin einerley Paar Stimmen mit sich selbst in Widerstreit gerathen würde.

131. Zusatz. Bleiben die Fortschreitungen innerhalb der Distanz einer Quarte, — wie wenn ein paar be-

nachbarte kleine Terzen, oder auch eine grosse Terz einer kleinen folgt, — oder sind es Quarten, die einander folgen: so bleibt man auf eine oder andre Weise in dem Bezirk, worin von einem gegebenen Puncte nach einer Seite hin die halbe Gleichheit wirksam ist. Dass alsdann die Folgen der streitenden Gleichheit nicht entstehen können, wird keiner weitern Erläuterung bedürfen.

Allgemeine Anmerkungen.

A. *Thatsächliches.*

Ein Gelehrter, der die Tonkunst theoretisch und praktisch kennt, hat folgendes mitgetheilt:

„Ächte Erfahrungen des ästhetischen Urtheils über Tonverhältnisse werden gemacht bey dem zwey- und mehrstimmigen Gesange ohne Instrumental-Begleitung; vorausgesetzt, dass die Sänger reine Ohren und Stimmen haben, ohne durch akustische Berechnungen der Intervalle zu vorgefassten Meinungen bestimmt zu seyn. Die Unterschiede sind zu klein, als dass nicht Meinungen, wo sie einmal vorhanden sind, auf ihre Beurtheilung einen Einfluss ausüben sollten. Die folgenden Bemerkungen gelten nur unter jener Voraussetzung".

„1. *Cis* ist höher als *des*, *dis* höher als *es*, u. s. w. Es gilt dies von jedem zufällig erhöheten und zufällig erniedrigten Tone, wenn beyde auf dem Clavier dieselbe Taste haben".

„Dem Scheine nach macht folgendes Beyspiel hievon eine Ausnahme. Man nehme auf *fis* den Sext-Quinten-Accord mit der falschen Quinte und grossen Sexte (*fis*, *a*, *c*, *dis*, Fig. 45). Man lasse nun, während die drey obern Stimmen aushalten, *fis* in *f* herabsinken; und

gehe von da zum Sext-Quarten-Accord auf *e* (*e, a, c, e,*) welchem der reine Accord von *e dur* folge. Hier fühlt der Sänger der tiefsten Stimme eine Sorge, das auf *fis* folgende *f* ja hoch genug zu singen. Hingegen in einem andern Falle ist von dieser Sorge keine Spur mehr zu fühlen. Man beginne nämlich mit dem Secunden-Accorde auf *ges*, welchem mit obigem Sext-Quinten-Accorde von *fis* die gleichen Claviertasten gehören, (*ges, a, c, es,* Fig. 46); lasse nun *ges* in *f* herabsinken, und schliesse in *b dur*. Hier könnte man erwarten, dass der Sänger um desto eher besorgt seyn würde, das *f* hoch genug zu treffen, weil *ges* tiefer ist als *fis;* daher denn das auf *ges* folgende *f* leichter zu tief werden könnte, als im Übergange von *fis* zu *f*. Allein diese Besorgniss bemerkt man nicht".

Es dürfte nicht schwer seyn, den Grund hievon zu finden. Man sehe zurück auf das, was oben von der Veränderung gesagt worden, welche sich schon beym reinen Accorde ereignet, wenn zu ihm die kleine Septime trit, also wenn die grosse Terze sich in den Leitton verwandelt. Diese Terze bekommt dadurch ein Übergewicht; sie strebt, sich zu erweitern. Will der Sänger diesen Effect nicht hervorbringen, (und im ersten der angegebenen Fälle darf er es nicht,) so muss er sich hüten, den Grundton (im Beyspiele das *f*) zu tief zu nehmen; daher jene Sorgfalt, es ja hoch genug zu treffen; denn sonst könnte nicht der Sext-Quarten-Accord von *e* folgen, wie doch geschehn soll. Umgekehrt, wo der Schluss in *b dur* beabsichtigt wird, da soll *a* der Leitton werden; also muss *f* tief genug genommen werden, und wird so genommen, obgleich es auf *ges* folgt.

„2. Eine ähnliche Sorge, wie im obigen ersten Falle, empfindet der Sänger, wenn er eine Moll-Tonleiter herabsingend dabey den übermässigen Secundensprung anbringen soll; z. B. *a*, *gis*, *f*, *e* u. s. w. Auch hier liegt ihm daran, das *f* hoch genug zu nehmen".

Dieser Fall ist vom vorigen verschieden, ungeachtet der anscheinenden Gleichartigkeit. Hier kommt ein Leitton nur in so fern in Betracht, als rückwärts vom Hauptton zum Leitton herabgegangen war. Vorausgesetzt nun, man habe *gis* hoch genug zu nehmen sich bemüht, so könnte, wenn darin zu viel geschehen wäre, die Distanz von *gis* zu *f* eher zu gross als zu klein werden. Nach unserer obigen Angabe (84) soll die verminderte Septime genau $\frac{3}{4}$ der Octave (anderthalb falsche Quinten), mithin die übermässige Secunde nicht mehr als $\frac{1}{4}$ der Octave betragen. Hierauf können wir folgende Berechnung gründen: Man nehme *gis*, wie es seyn muss, als grosse Terze von *e*, der reinen Quinte des Grundtons; zu welchem die Scala heruntergeht. So ist der Gegensatz der grossen Terz $= 0{,}33333\ldots$ und der reinen Quinte $= 0{,}58578$ zu addiren, um die Höhe des Leittons *gis* $= 0{,}91911$ zu finden. Hievon abgezogen $\frac{1}{4} = 0{,}25$ ergiebt nun 0,66911 für die Höhe des Tons *f*. Eben dieses *f*, als kleine Sexte des Haupttons, hat die Höhe $= 0{,}66666$ (man sehe oben 38). Der Sänger, wenn er genau um eine übermässige Secunde herabsteigt, wird also noch nicht ganz die kleine Sexte, oder untere grosse Terz des Haupttons, erreichen, und es wird scheinen, als hätte er sich gefürchtet, sie zu tief zu nehmen, weil er sich hütet, die übermässige Secunde zu übertreiben. Die Beobachtung ist eben so richtig als fein. Nähme man auch die verminderte Sep-

time für die Summe einer falschen Quinte und einer solchen kleinen Terz wie im reinen Accorde (48), also $0{,}5 + 0{,}2486 = 0{,}7486$, demnach die übermässige Secunde $= 0{,}2514$: so käme doch, dies vom Leitton abgezogen, noch immer 0,6677 für jenes *f*; mithin immer noch mehr als 0,66666.

„3. Sänger von geringer Reizbarkeit, denen also Ruhe ein grösseres Bedürfniss ist, als Bewegung, — nehmen die grossen Terzen meistens zu stumpf, so dass ein bedeutendes Sinken, eine Unreinheit beym Fortschritt unvermeidlich wird. Z. B.

e f d e f
c a b g a

Nach einer solchen Folge von Terzen und Sexten kann die letzte Sexte (*f a*) fast schon um $\frac{1}{8}$ Ton zu tief geworden seyn, wenn die zweite Stimme der ersten im Sinken folgt. Sank sie aber nicht mit, zwang sie vielmehr die erste Stimme, schon beym ersten Fortschritt von *e* zu *f*, das *f* rein zu nehmen, so wird eine misfällige Rückung fühlbar, indem der halbe Ton *e f* zu gross wird. Sänger von viel Reizbarkeit, die auch zum Beschleunigen der Bewegung geneigt wären, nehmen die grossen Terzen immer scharf; doch selten höher als die gleichschwebende Temperatur sie giebt."

Das obige Beispiel enthält zweymal den Fortschritt vom Leitton zum Hauptton; dabey dürfte wohl eine Art von natürlicher Nachlässigkeit im Spiele seyn, mit der man gewöhnlich auch im Vortrage den Hauptton behandelt, wenn er dem Leitton, der ihn schon anmeldete, nachfolgt. Er wird hart, wenn man ihn eben so stark hervorhebt, als den Leitton.

„4. Im Moll-Accorde wird der Grundton leicht

zu tief genommen; und es ist nicht die kleine Terz, sondern die Quinte, welche ihn vesthält; vielmehr drängt die kleine Terz ihn abwärts, indem er zugleich von der Quinte rein erhalten wird. (Dies ist nichts als Erfahrung, und für die trübe Wirkung des Moll-Accordes liegt kein anderer Erklärungsgrund näher.) Das Obige ist am fühlbarsten in Sätzen von solcher Art, wo zuerst nur der Grundton, dann hinzutretend mit ihm gleichzeitig die kleine Terz, und zu beyden hinzukommend, gleichzeitig die Quinte vernommen wird."

Diese wichtige Bemerkung bestätigt das, was oben vom Unterschiede des Moll vom Dur gesagt worden, so auffallend, dass es scheinen wird, die Theorie (in 49) sey aus der Erfahrung geschöpft. Gleichwohl sind die vorliegenden rein praktischen Bemerkungen erst mitgetheilt worden, nachdem der Druck dieser Blätter schon begonnen war. Folgendes gehört noch dazu:

„5. Mischt sich dagegen, etwa durch den Sinn der untergelegten Worte, der Affect der Trauer in den Gesang, dann wird nicht bloss die kleine Terz leicht zu tief genommen, sondern auch der Sänger der tieferen Stimme hält den Grundton gern dagegen vest, in so fern er den Affect theilt. Bleibt er aber gleichgültig und sorglos, dann lässt er sich abwärts drängen; und die Quinte muss ihm folgen, wenn der Accord nicht völlig unerträglich werden soll. Merkwürdig ist, dass, wenn Grundton und Quinte rein bleiben, und die kleine Terz unter den angeführten Umständen herabgedrückt wird, die nun zu scharfe grosse Terz (*es g* in dem Accorde von *c Moll*) nicht bemerkt wird, ja die Wirkung zu begünstigen scheint."

..6. Ich hörte einst folgende Cadenz:

b	*a*
e	*f*
g	*f*
c	*f*

in sehr langsamer Bewegung *diminuendo* so vortragen, (auf Bogen-Instrumenten,) dass der erste Geiger sein *b* ins *a*, der zweyte sein *e* ins *f*, allmählig überfliessen liess; was mir aus mehreren Gründen das grösste Misfallen erregte; besonders aber deswegen, weil es einen Moment gab, in welchem *a* nicht mehr als Auflösung der vorhergehenden Septime *b* erschien; und der *f dur* Accord, zwar mit freundlichem Gesicht, wie ein Fremder in die Gesellschaft trat, die ihm seine Freundlichkeit nicht gleich erwiedern konnte."

Sprechender konnte wohl kein Ausdruck gewählt werden für das, was oben über die Abstumpfung der Dissonanz, ohne Gewinn einer wahren Consonanz, gesagt worden, wenn die allgemeine Bedingung der Harmonie, aber durch unreine Intervalle, erfüllt wird. (66. 67.)

Es folgt nun eine Bemerkung über consecutive reine Quinten, womit man zunächst Fig. 43 *b*, dann aber vorzüglich Fig. 47 vergleichen mag. Der Fortschritt vom zweyten zum dritten Tacte war von geübten Ohren neu und ausserordentlich schön gefunden worden. Das Urtheil änderte sich nicht, als auf die Quintenfolge hingewiesen wurde. Darin liegt eine Bestätigung zum Obigen (in 125). Übrigens werden hier die Quinten desto eher bemerklich, weil die Altstimme den Grundton verdoppelt. Es wäre leicht, sie noch weniger misfällig zu machen, wenn der Alt in *es* ginge, und darnach die

weitere Tonfolge sich richtete, welches durch einige Abänderung des Tenors geschehn könnte.

Hier mag nun noch eine Erinnerung an durchgehende Noten Platz finden, und an das, womit ihre Möglichkeit in Verbindung steht, nämlich die Bestimmungen der Stärke und der Zeit (sowohl des Eintritts als der Dauer) der Töne.

Durchgehende Noten gehören nicht der vorhandenen Harmonie, sondern der Melodie einer einzelnen Stimme. Der Hörer soll also nicht alles Gleichzeitige zusammenfassen, sondern er soll den Gang jeder einzelnen Stimme für sich verfolgen. Das wird zwar leicht, und ist leicht begreiflich, wenn der Klang der Stimme verschieden ist, wie etwa der Klang der Hoboe und der Geige; aber diese Voraussetzung passt nicht überall. Singstimmen, Bogen-Instrumente, selbst Blas-Instrumente sind, jede Gattung für sich genommen, nicht immer deutlich verschieden; die Tasten des Forte-Piano geben vollends, wenn eine Fuge gespielt wird, keine Hülfe, damit dem Zuhörer die Unterscheidung der Stimme, worauf doch sehr gerechnet ist, erleichtert werde. Nun gelingt dies zwar dem Ungeübten sehr schlecht, aber schon damit es eine Möglichkeit der Übung gebe, müssen durchgehende Noten wenigstens in Einer Stimme sich leichter mit den Hauptnoten dieser, als der übrigen Stimmen, verbinden. Dabey kommt es zuerst darauf an, dass die durchgehenden Noten den Hauptnoten nahe, gewöhnlich dazwischen (im Durchgange) liegen. Ferner ist hier die Geschwindigkeit der Bewegung sehr wesentlich. Anfänger im Spielen eines Instruments, die nur langsam fortkönnen und oft stocken, finden die vortrefflichsten Musikstücke voll unerträglicher Disharmonie,

weil sie den durchgehenden Noten zu viel Dauer geben, und denselben gestatten, in die Auffassung der Harmonie einzugreifen. Also: Beym richtigen Vortrage verschmelzen die durchgehenden Noten nur mit den Hauptnoten der Stimme wozu sie gehören; dies geschieht schnell, denn die Verschmelzung wird durch die Nähe begünstigt; sie verschmelzen nicht (oder doch nur unbedeutend wenig) mit den entferntern Tönen der andern Stimme, denn dazu würde mehr Zeit gehören als man ihnen lässt. So ists meistens; und abgesehen von solchen Fällen, wo die Sonderung der Stimmen entweder absichtlich erschwert und verzögert, oder nur dem Geübten zugemuthet wird. Jedenfalls tragen die durchgehenden Noten dazu bey, ein allzulangsames Tempo zu verbieten. *)

*) Der gelehrte Freund, von welchem die obigen Bemerkungen herrühren, hat unmittelbar vor dem Abdruck dieses Bogens noch Folgendes nachgeliefert, was nicht füglich mehr in den Text kann verwebt werden:

„Vorhalte, durchgehende Noten, Orgelpuncte, treffen darin zusammen, mehrere, in sich vollständige Melodien zu einem Ganzen zu vereinigen. Den Begriff des Orgelpuncts muss man dergestalt erweitern, dass er nicht bloss am Schlusse eines Stücks, sondern auch in der Mitte, und allenthalben angewandt werden dürfe, und dass der liegende Ton nicht bloss im Basse, sondern in jeder beliebigen Stimme sich finden, ja gänzlich fehlen dürfe; zu welchem allen J. S. Bach die Beispiele liefert."

„Ein in sich vollständiger melodischer Satz ist eine Reihe von Tonvorstellungen, in welcher nicht bloss die einzelnen Glieder innig mit einander verschmolzen sind, sondern es gesellt sich auch noch zu den wirklich klingenden Tönen eine blosse Ton-Vorstellung, nämlich die von dem Ziele, wohin der melodische Satz eilt, und welches bald nach dem Anfange der Reihe nicht mehr zweifelhaft ist. Diese Vorstellung als blosse Vor-Ahnung von dem Ziele, schliesst sich, sobald sie hervorgerufen ist, jedem Gliede der melodischen Reihe an, und wird durch jedes folgende

Der richtige Vortrag — die Bedingung richtiger Auffassung, — erfodert ferner solche Unterschiede, die sich theils auf die Stärke und Schwäche, theils auf die Dauer der Töne beziehn. Nicht bloss das sogenannte Forte und Piano für ganze Theile der grössern musikalischen Perioden, sondern die Stärke und Schwäche

Glied verstärkt und verdeutlicht, bis sie am Schlusse wirklich in die Wahrnehmung eintrit. Sie ist gleichsam im Zustande der Begierde, die ihrer Befriedigung bis zum Schlusse immer näher kommt, und die also einen immer stärkeren Reiz erhält. — Solcher Reihen von Melodien können mehrere gebildet werden, die alle nach demselben Ziele streben, in denen also dieselbe vorgefühlte Vorstellung sich jedem Gliede stets verstärkt anschliesst, und wodurch alle diese verbundenen Reihen mit einander harmoniren; besonders wenn sie so gebildet sind, dass der Reiz des Wachsens jener gemeinsamen Vorstellung auf die gleichzeitigen Glieder der Reihe trifft, und durch das harmonische Zusammentreffen noch gesteigert wird. — Nun braucht aber jenes Ziel nicht ein einziger, nicht derselbe Ton zu seyn, sondern es liegt nahe, dafür etwa den Accord der Tonica zu nehmen. So strebte dann der Sopran zur obern Octave, der Alt zur Quinte, der Tenor zur Terz, und der Bass zur Prime. Machen nun die Melodien sich geltend als vollständig verschmolzene Vorstellungsreihen, dann verschwindet das ästhetische Bedürfniss ungetrübter Harmonien von den einzelnen zusammentreffenden Puncten; und das Urtheil ist nicht auf das Verweilende gerichtet, sondern auf das zum gemeinsamen Ziele Forteilende. Alles ist, mit einem Worte, melodisch; und selbst das Harmonische wird nur in diesem Sinne gedacht, nämlich als vorwärts drängend.

„Eins der reichsten Beispiele vom Orgelpuncte befindet sich in einem Vorspiele von J. S. Bach auf dem Choral: Vom Himmel hoch da komm ich her."

(Man sehe, am Ende der beyliegenden Tafeln, A und B.) „a. Erste Strophe. b. Ähnlich der umgekehrten ersten Strophe. c. Zweyte Strophe; d. Dritte Strophe. e. Ähnlich der umgekehrten ersten Strophe. f. Letzte Strophe, und die untere Terz derselben ähnlich. g. Ähnliche erste Strophe."

„Hier sind also alle Strophen einer Choral-Melodie fast gleichzeitig über einem liegenden Basse zu einem fünfstimmigen Ge-

einzelner Noten kommt hier in Betracht; überdiess wollen einige gestossen, andre gehalten und zuweilen selbst gedehnt, einige sorgfältig verbunden, andre getrennt seyn. Hier kommen auch Quantitäts-Bestimmungen zum Vorschein; aber diese Quantitäten sind von ganz andrer Art, als jene der Intervalle und Accorde; und die Bestimmungen sind nicht so scharf, nicht so leicht zu verletzen wie jene. Ein Musikstück misfällt darum noch nicht, wenn auch etwas an dem Licht und Schatten fehlt, was der Vortrag hineinbringen sollte. Es ist hier wie beym Vorlesen; wer deutlich lieset, wird noch verstanden, obgleich an dem Accent, am Hervorheben der Hauptworte, an Beobachtung der Interpunction u. s. w. vieles vermisst werden möge. Die Gedanken können die nämlichen bleiben, ob auch einer oder der andere mehr oder minder im Bewusst-

sange vereinigt. Der Bass ist hier nothwendig, weil die vier gegebenen Melodien, selbst in Verbindung mit der fünften Stimme, sich auf den Schluss-Accord nicht stark genug beziehen, um die Vorstellung von ihm früh genug zu erwecken; er muss also in seinem Grundtone sich wirklich hören lassen. Harmonisch betrachtet ist nun in diesem Satze des Misfälligen genug; aber die Vereinigung mehrerer in sich geschlossener Melodien drängt sich zum gemeinsamen Schlusse; man muss nur die Melodien bestimmt und deutlich genug im Sinne haben".

„Auf das Tempo kommt weniger an, als man glauben sollte. Jenes Beyspiel soll in dem grossen Raume einer Kirche verständlich werden: man muss es also langsam spielen. Von den Achteln dürfen höchstens 80 auf die Minute gehn. Indessen ist in den so verbundenen Ton-Vorstellungen eine bestimmte Unruhe; die ein gewisses Maass der Bewegung hat, welchem das gewählte Tempo nicht widersprechen darf. Eine zu grosse Langsamkeit könnte, wenn ein sehr starkes Drängen zum Ziele in den verbundenen Reihen fühlbar wäre, den Zuhörer zur Verzweiflung bringen".

seyn hervortrete. So bleibt ein Accord der nämliche, ob nun die Quinte, oder die Terze, oder die Octave lauter gesungen werde. Die Septime soll freylich da, wo sie am rechten Platze ist, deutlich angegeben werden, und hinreichend zu hören seyn, damit sie nicht bloss als Störung des reinen Accordes, sondern als treibend zur Auflösung vernommen werde; aber wenn auch dagegen gefehlt würde, der Septimen-Accord bleibt doch unverändert; er hängt nicht ab von der Stärke oder Schwäche einzelner Töne.

Dagegen hängen mit dem Vortrage sehr wesentlich die Gemüths-Zustände zusammen, welche beym Zuhörer entstehn. Dies gilt, wie beym Vorlesen, so auch bey der Musik. Sie verliert grossentheils ihre so oft bewunderte Gewalt, Affecten zu erregen und zu besänftigen, zur Freude oder zur Trauer zu stimmen, wenn man sich begnügt, die Töne bloss rein und tactmässig vorzubringen. Diese Gewalt liegt mehr in der Melodie, als in der Harmonie; sie ist anders bey der Flöte als bey der Geige; sie ist stärker bey der Singstimme als bey irgend einem Instrumente; sie wächst theils durch die Kunst des Gesanges, theils durch die Anzahl der Singstimmen.

Nichts desto weniger würde man der Musik ihre Basis entziehen, wenn man die Harmonie wegnähme; denn schon die einfachste Melodie, von einer einzelnen Stimme ohne Begleitung vorgetragen, setzt voraus, dass eine Harmonie hinzugedacht werde, wodurch die Intervalle, welche der Gesang durchläuft, ihre Bedeutung erhalten.

Mit der Erwähnung der Affecten aber, welche von

der Musik erregt werden können, eröffnet sich ein Blick auf das Ganze der Psychologie. Denn die Musik steht hier nicht mehr in ihrer Eigenthümlichkeit allein. Die nämlichen Affecten können ganz andre Ursachen haben. Man mag nun überlegen, worin das Gemeinschaftliche aller solcher Ursachen bestehe, was sich in der Gleichartigkeit ihres Wirkens zeigt. Damit können wir uns hier nicht beschäfftigen; genug, wenn wir an den Unterschied des Dur und Moll, an die innere Unruhe aller andern Accorde ausser dem reinen, an das Treibende der Dissonanzen, an halbe und Trugschlüsse, an die solchergestalt gespannten und immer veränderten Erwartungen, an Ruhe und Bewegung, an die Verschiedenheit der Bewegung beym Contrapunct erinnern; welches Alles zu den ersten Bedingungen gehört, ohne welche die Musik jene Gewalt über die Affecten nicht besitzen würde. Etwas Analoges muss überall vorkommen, wo Affecten erregt werden; und die letzten Gründe davon können denen, die wir in der Musik nachgewiesen haben, nicht ganz ungleichartig seyn.

Damit ist aber nicht gesagt, dass man nun andre Gegenstände der Psychologie eben so behandeln solle, wie wir hier die Musik behandelt haben. Wenn anderwärts die Zustände, worin die Vorstellungen sich durch ihre Unterschiede versetzen, anders geartet sind, wenn daraus auf andre Weise Ruhe und Unruhe, Erwartung und Täuschung, Antrieb und Befriedigung entspringt: so hat man erst die Eigenthümlichkeit solcher Zustände zu erforschen, bevor man die Untersuchung in Gang setzt, die sich darauf beziehen soll. Welche Behutsamkeit dabey nöthig sey, wird einigermaassen schon aus dem Folgenden erhellen.

B. *Theoretische Bemerkungen.*

Wir wollen jetzt auf die Grundlage unserer Untersuchung einen Rückblick werfen. Als Anknüpfungspunct mögen die Farben dienen. Gesetzt, es wolle Jemand die Farben auf ähnliche Weise, wie die Töne, in Betracht ziehn, so wird er zuerst die Frage auf den Hemmungsgrad zweyer Farben richten müssen.

Hätten wir nicht die Octave als die Distanz voller Hemmung unter zwey Tönen gekannt, innerhalb welcher Distanz die merkwürdigen Puncte aufzufinden seyn müssten, welche das ästhetische Urtheil auszeichnet, weil in ihnen die Hemmung besondere Eigenheiten gewinnt: so würde die vorstehende Untersuchung keinen Anfang gefunden haben. Es wäre dann nicht möglich gewesen, die allgemeinen Begriffe, der Hemmungssumme, des Hemmungs-Verhältnisses, der Schwellen u. s. f. darauf anzuwenden. Wussten wir dagegen, dass z. B. die falsche Quinte dem Grundton halb entgegen und halb gleich ist, dass überdies die Gleichheit aus zwey Vorstellungen Eine macht, so sahen wir nicht bloss überhaupt den Streit des Vereinigens und des Unvereinbaren, sondern auch das Beharren in diesem Streite zwischen drey Theilen, deren keiner stärker ist als der andre. Wussten wir, dass die reine Quinte nahe ein Zwölftel Gegensatz mehr, mithin ein Zwölftel Gleichheit weniger als die falsche Quinte, in sich trägt, so konnten wir nach schon vorhandenen Formeln den Sieg der Gegensätze über die Gleichheit finden; womit das Gefühl der Selbstständigkeit beyder, um eine reine Quinte entfernten Töne genau übereinstimmt. Auf ähnliche Weise konnten wir auch die andern merkwürdigen Puncte nicht nur finden und bestimmt anzeigen,

sondern auch nachweisen, worin die Eigenthümlichkeit eines Jeden bestehe; während andre Puncte der Tonlinie keine besondre Auszeichnung besitzen. Sähe man aber zwey Rosen, eine weiss, die andre röthlich, so würden zwar die Farben durch ihren Unterschied ein Gefühl hervorbringen, indem irgend ein Grad der Gleichheit und des Gegensatzes in Conflict träte: allein so lange man nicht angeben kann, welcher Grad der Gleichheit und des Gegensatzes, ist hier keine Untersuchung möglich, wenn man auch den weit wichtigern Unterschied der Gestalt, also der Raum-Verhältnisse, die von ganz andrer Art sind, bey farbigten Gegenständen beseitigen könnte.

Wir wissen bis jetzt nicht, ob die reinen Farben, roth, blau, gelb, paarweise genommen, einen vollen Gegensatz, wie die Octave, ausmachen; wir wissen nicht einmal das reine roth, blau, gelb, bestimmt nachzuweisen. Soviel ist klar, dass, wenn reines roth und reines blau etwa noch nicht den Gegensatz der Octave erreichen sollten, er dann auch, vom Rothen zum Blauen fortschreitend, nicht mehr jenseits des Blauen erreicht werden kann, weil es über das Blaue hinaus keine Fortsetzung der Entfernung vom Rothen zum Blauen mehr giebt. Das ganze Continuum der Farben ist anders beschaffen als das der Töne.

Um die Sache näher zu beleuchten, muss man zurückgehn auf die charakteristische Eigenthümlichkeit der Octave (11). Diese lässt sich in allgemeinen Begriffen denken, ohne Rücksicht auf Töne; aber die Begriffe finden in der Erfahrung keine andre Anwendung, ausser nur auf Töne. Der allgemeine Gedanke lässt sich etwa so ausdrücken:

1) Drey Vorstellungen, P, Q, R, sollen so beschaffen seyn, dass, wenn Q näher an R rückt, es sich um eben soviel von P entferne. Die drey Vorstellungen sollen also in einem qualitativen Continuum liegen. Annäherung ist hier ein Übergang, dessen Fortsetzung zur völligen Gleichheit führt; die Continuität aber liegt darin, dass bey der Entfernung die Gleichheit nie plötzlich verloren geht, sondern, indem sie sich vermindert, der Gegensatz allmählich wächst. Hieraus folgt:

a) Der abnehmende Gegensatz des Q gegen R bildet einen zunehmenden Gegensatz des Q gegen P; und eben so die wachsende Gleichheit des Q mit R eine abnehmende Gleichheit des Q und P.

b) Erstreckt sich die Gleichheit mit P über Q hinaus, so, dass R noch Antheil habe an derselben, so ist dieser geringere Antheil enthalten in der grössern Gleichheit des Q mit P.

c) Desgleichen, wenn umgekehrt die Gleichheit mit R sich über Q hinaus erstreckt, so dass P noch Antheil daran hat, so liegt dieser Antheil in der grössern Gleichheit des Q mit R.

d) Also begegnen einander die beyden Gleichheiten in Q; und ein Theil von Q kann angesehen werden als gemeinsame Gleichheit sowohl mit R als mit P.

e) Wenn hingegen diese gemeinsame Gleichheit in Q verschwindet: dann ist auch keine Gleichheit zwischen P und R; sondern zwischen beyden reiner und vollkommner Gegensatz.

2) Q soll einen ästhetischen Charakter durch R bekommen, und dieser Charakter soll von der Distanz des Q und R allein abhängen; dergestalt, dass er mit der Veränderung dieser Distanz sich verändere.

3) Der ästhetische Charakter des Q soll auch durch P bestimmt werden können.

4) Q wird in beyden Fällen in Gleiches und Entgegengesetztes gebrochen; es fragt sich nun, ob seine Gleichheit mit P etwas gemein hat mit der andern Gleichheit zwischen Q und R.

5) Findet eine gemeinsame Gleichheit (d) wirklich statt, so liegt diese gemeinsame Gleichheit zwischen zwey Gränzen, deren eine durch R, die andre durch P bestimmt wird. Daraus folgt:

a) die beyden Brechungen sind verschieden; also auch die ästhetischen Charaktere.

b) P und R sind nicht in vollem Gegensatz, sondern es giebt zwischen ihnen noch einige Gleichheit.

6) Verschwindet dagegen die gemeinsame Gleichheit, so fallen deren Gränzen zusammen. Daraus folgt:

a) Beyde Brechungen, sowohl durch P als durch R, ergeben einerley Theilung des Q; und hiemit einerley ästhetischen Charakter desselben;

b) P und R sind alsdann im vollen Gegensatz, und es giebt zwischen ihnen keine Gleichheit.

7) Beyde eben angegebene Folgen (a und b) fliessen dergestalt aus Einem Grunde, dass wenn auch die gemeinsame Gleichheit sich nicht abgesondert zu erkennen giebt, dann doch aus dem gleichen ästhetischen Charakter, welcher durch Brechungen von entgegengesetzten Seiten her in Q entsteht, auf den vollen Gegensatz zwischen P und R zu schliessen ist.

So weit die allgemeine Darstellung ohne Bezug auf Töne und Farben. Nimmt man P für einen beliebigen Ton, R für dessen Octave, Q für irgend einen mittlern Ton zwischen beyden, so kann man vergleichen. was

oben (11) schon kurz gesagt war. Dort wurde Q, eigentlich ein Punct in der Tonlinie, unter dem Bilde einer Linie vorgestellt, auf welcher man Gleiches und Entgegengesetztes sowohl mit höhern als mit tiefern Tönen abschneiden könne. Wäre zwischen P und R eine kleinere Distanz als die Octave, so würde das, was Q mit dem einen und dem andern gemein hat, in einander greifen, wie in Fig. 10 bey derjenigen Querlinie, welche den Ton e als gebrochen durch das tiefere c und das höhere g vorstellt; wo die gemeinsame Gleichheit zwischen den mit c und mit g bezeichneten Theilstrichen liegt. Soll die gemeinsame Gleichheit verschwinden, so muss man für P und R solche Töne nehmen, die unter sich eine Octave bilden. Erfahrungsmässig gegeben ist nun zwar nicht diese bildliche Darstellung, wohl aber der gleiche harmonische Charakter, welcher dem mittlern Tone durch den höhern sowohl als durch den tiefern zu Theil wird, sobald dieselben unter einander eine Octave ausmachen. Durch diese Einerleyheit des harmonischen Charakters wird bekannt, wie viel Ausdehnung nach entgegengesetzten Seiten man einem Tone beilegen müsse, um seine Gleichheit und seinen Gegensatz gegen einen andern Ton richtig abzutheilen. Dass man alsdann die Gleichheit, negativ genommen, zum Gegensatze addiren, oder als dessen Ergänzung betrachten könne, versteht sich von selbst.

Jetzt aber nehme man Farben anstatt der Töne. Man kann zwar dieselben so annehmen, dass deren drey in gerader Linie liegen; wie z. B. Grün dem Gelben desto näher liegt, je weiter es vom Blauen entfernt ist. Auch bekommt Grün einen ästhetischen Charakter: wenn Blau, oder wenn Gelb daneben sichtbar ist. Allein Nie-

mand wird sagen, dass aus irgend welchen Zusammenstellungen dieser Art die Einerleyheit des ästhetischen Charakters für eine mittlere Farbe entstehe, wenn von entgegengesetzten Seiten her ein paar andre mit ihr verglichen werden. Wenigstens ist nichts Ähnliches bekannt; während die verschiedenen Lagen eines und desselben Accordes, und die damit verbundenen Umkehrungen der Intervalle zu den bekanntesten Dingen gehören. Jede solche Umkehrung versetzt von zweyen Tönen einen um eine Octave höher oder tiefer, während der Accord im Wesentlichen der nämliche bleibt.

Noch mehr! Bey gleichzeitiger Auffassung zweyer Farben ist immer ein Auseinandersetzen im Gange; man kann nicht zwey Farben an Einem Orte sehen. Bey gleichzeitigen Tönen aber giebt es kein Auseinandersetzen (es wäre denn die Unterscheidung der Stimmen in der Reflexion des geübten Musikers). Hier würde Derjenige, der von gesonderten oder ungesonderten Theilen einer und der andern Vorstellung spräche, wenn er daraus Einwürfe gegen unsre Theorie ableiten wollte, nicht weit kommen; denn die Töne eines Accordes durchdringen einander; und die Sonderung der geschriebenen Noten in ihren fünf Linien ist keine Trennung der Vorstellungen, wenn die Töne ins Ohr fallen, oder besser, wenn sie im Geiste ihre harmonische Wirkung thun. Dagegen würde man nicht ganz ohne Grund bey Farben die Möglichkeit, dass deren Vorstellungen einander durchdringen könnten, bezweifeln — oder vielmehr beschränken, obgleich bei weitem nicht ganz ableugnen können. Denn wenn verschieden gefärbte Puncte einander gar zu nahe liegen, so glaubt man eher eine mittlere Farbe, als ein Verhältniss wahrzunehmen. Dem

Auseinandersetzen muss einiger Spielraum gestattet werden, welches allerdings einer ganz vollkommenen Durchdringung einigen Abbruch thut. Übrigens wird ganz unleugbar eine Harmonie der Farben oft genug empfunden; und höchst wahrscheinlich würde man zu bestimmteren Resultaten, als bisher bekannt sind, durch geordnete Versuche gelangen, wenn dieselben von richtigen theoretischen Gesichtspuncten ausgehend geleitet wären. Fände man unter Farben einen ähnlichen Übergang von Verhältnissen, wie jener aus der falschen Quinte in die reine, von da in die Sexten u. s. w.; so hätte man hiemit Bestimmungen der Hemmungsgrade; und von da aus könnte man hoffen weiter zu kommen; nämlich durch continuirliches Abändern der Verhältnisse; wozu allerdings die Geduld und Genauigkeit experimentirender Physiker, verbunden mit dem scharfen Blicke eines geübten Malers gehören würde. Vielleicht finge man sicherer mit Zusammenstellung dreyer Farben an, als mit zweyen, um nämlich die erste Spur der Untersuchung zu gewinnen. Denn darin scheinen (wie man bey bunten Blumenbeeten und ähnlichen Gegenständen leicht bemerkt) die Farben den Tönen ähnlich zu seyn, dass die einzelnen Vorstellungen d o p p e l t gebrochen werden müssen, um ein lebhaftes Gefühl des Schönen hervorzurufen. Alsdann hätte man rückwärts die Paare zu untersuchen, welche in der harmonischen Ternion von Farben lägen; nämlich um die richtigen Intervalle zu bestimmen.

Wir wollen hier eine Vermuthung wagen. Zwischen je zwey möglichst reinen Farben, in deren Unterschied sich n i c h t s v o m S c h w a r z u n d W e i s s

einmischt *), scheint überall keine so grosse Distanz, wie die Octave, statt zu finden. Die paarweise zusammengestellte Farben, welche man auch wähle, wirken zu stark auf einander, als dass man die Abwesenheit aller Brechung, wie bey der Octave, glaublich finden möchte. Reines Gelb und reines Roth oder Blau, erregen zusammengestellt eher ein Gefühl der Selbstständigkeit jeder Farbe, ähnlich dem der reinen Quinte. Vielleicht gäbe es einen Weg, dies mit einiger Wahrscheinlichkeit näher zu beleuchten. Eine Analogie der Erhöhung der Töne oder auch der Erniedrigung (wie des *d* in *dis* oder *des*) lässt sich bey Farben in so weit erkennen, als manchmal bey der Vergleichung nahe liegt zu sagen, die eine Farbe sey nur eine Abänderung der andern. Nicht aber alle Farben, welche zwischen zwey andern liegen, werden so aufgefasst. Grün liegt zwischen Gelb und Blau; gleichwohl wird reines Grün gewiss nicht als Abänderung vom Blau oder Gelb aufgefasst. Gesetzt nun, das, was wir eben vom reinen Grün sagten, gelte eigentlich nicht bloss von einerley, sondern von zweyerley Grün, welches überdem eins vom andern noch weit genug verschieden sey, um nicht als eine blosse Nüance angesehn zu werden; ja es sey eine hinreichende Mannigfaltigkeit des Grünen zwischen Gelb und Blau vorhanden, um selbst noch etwas mehr als zwey, von einander ganz entschieden abweichende grüne Tinten zwischen Blau und Gelb einzuschieben: so gewönne das vorhin Gesagte, nämlich die Vergleichung dieser Distanz mit der reinen Quinte, an Wahrschein-

*) Zinnober-Roth, Schwefelgelb, Himmelblau, möchten einigermaassen für reine Farben, oder solchen nahe kommend, gelten können. Schwerlich giebt es hier ganz veste Puncte.

lichkeit. Man würde nämlich etwas mehr als drey grosse Secunden zwischen Blau und Gelb einschalten, wenn Blau, Blaugrün, Gelbgrün, und Gelb, eine Unterscheidung abgäbe, die noch etwas zu grosse Schritte machte, um die ganz entschiedenen Abweichungen des einen Punkts vom andern nächsten angemessen zu bezeichnen. Fände sich gar, dass drey und ein halber solcher Schritte nöthig wären, so hätte man beinahe die Analogie der Schritte von *c* zu *d*, *e*, *fis*, *g*.

Wir wollen diese sehr unsichern Betrachtungen nicht verfolgen. Wichtiger ist eine Erinnerung an die Causalbegriffe, welche hier zum Grunde liegen; und an die Verschiedenheit der Art und Weise, wie Vorstellungen als Kräfte auf einander wirken können, ohne doch ursprünglich Kräfte zu seyn oder zu haben. Man braucht nur, um sich vor Einseitigkeit zu hüten, neben den Farben auch der räumlichen Formen zu gedenken. Ein Beet voll blühender Hyacinthen, Aurikeln, Nelken, Georginen, gefällt nicht bloss durch die Gegensätze der mannigfaltigen Farben, die es dem umherwandelnden Blicke darbietet; sondern jede Blume besitzt eine Schönheit der Gestalt, welche die nämliche bleibt bey verschiedener Farbe. Nichtsdestoweniger kann die Gestalt nur gesehen werden mit Hülfe dessen was sichtbar ist; das Sichtbare aber ist eben die Farbe. Also das nämliche Sichtbare veranlasst zweyerley ganz verschiedene Klassen von ästhetischen Urtheilen. Es muss eine doppelte Causalität unter den Vorstellungen geben, die uns einerley Anblick gewährt. Wir wollen hier nicht auf die psychologische Frage von dem Grunde des räumlichen Vorstellens eingehn; nur damit man auch hier nicht bey leeren Allgemeinheiten Hülfe suche, dient eine

negative Bemerkung; nämlich diese, dass wiederum in den räumlichen Auffassungen eines und desselben Gegenstandes grosse Unterschiede vorkommen. Die Gestalt einer Blume sieht man nicht, wie der Mathematiker eine Linie von doppelter Krümmung auffasst, durch Projectionen auf zwei Ebenen, sammt zugehörigen Abscissen, Ordinaten, Gleichungen. Die Schönheit der Blume ist nicht jene intellectuale Schönheit der Cykloide, welche einst durch ihre besondre Fügsamkeit in Rechnungsformeln den Mathematikern so viel Vergnügen machte. Niemand aber kann sagen, die mathematische Betrachtungsart wäre den Gegenständen nicht angemessen. Vielmehr besteht hier mancherley neben einander.

So nun auch bestehen neben einander die verschiedenen Anwendungen, welche von der Hemmungs-Rechnung auf die Töne gemacht werden. Die Brechung der Töne, worauf ihr musikalischer Werth beruht, ist unabhängig von der Stärke; die Stärke aber thut ihre Wirkung, indem die schwächern Vorstellungen mehr aus dem Bewusstseyn verdrängt werden. Anzuzeigen, dass die Melodie einer Singstimme solche und solche Intervalle durchlaufe, dazu reicht die leiseste Begleitung hin; und die Begleitung muss leise seyn, wenn jene allein als Hauptstimme soll vernommen werden, (wie in Liedern und Arien.) Wofern aber mehrere Melodien zugleich, und mit gleicher Aufmerksamkeit sollen verfolgt werden, wie Chöre und vollends Fugen dies fordern), so ist gleiche Stärke der Stimmen nothwendig, weil sonst die allgemeinste Wirkung eintrit, vermöge deren das Entgegengesetzte sich aus dem Bewusstseyn verdrängt, und die schwächern Vorstellungen davon am meisten zu leiden haben. Darin

liegt nichts Befremdendes. Die Brechung, welche einen Ton zu einem bestimmten Intervall macht, versetzt ihn in einen bestimmten innern Zustand; mit diesem Zustande kann er im Bewusstseyn steigen oder sinken. Eben so bey Gemälden. Die Vorstellung eines solchen enthält alle einzelnen Vorstellungen der farbigten Stellen in denjenigen Brechungen, welche das Gemälde zu diesem und keinem andern machen; das ganze Gemälde kann vergessen und wieder in Erinnerung gebracht werden; was nun im Bewusstseyn sinkt und steigt, das sind die Vorstellungen mit und in den Zuständen, welche das Kunstwerk in ihnen erzeugte. Bey diesem Sinken und Steigen sind sie den allgemeinen Gesetzen der Hem- und Reproduction unterworfen.

Aus dem Umstande, dass Kunstwerke einen weit tiefern Eindruck zurücklassen als das Kunstlose und Regellose, folgt ohne Zweifel eine grosse Gewalt ästhetischer Verhältnisse; allein man braucht darum noch nicht anzunehmen, dass ursprüngliche Gesetze einer weit stärkeren Verschmelzung für solche Vorstellungen statt finden, die mit einander ästhetische Verhältnisse eingehn, als für die, welche dazu untauglich sind. Denn die häufige Wiederholung prägt diejenigen Verhältnisse immer tiefer ein, von welchen die Künste, sobald sie einmal in Gang kommen, fortwährend erneuerte Anwendungen machen; mit Ausschluss alles dessen, was ihnen nicht dienen kann. Daraus entspringt die Übung der Zuhörer und Zuschauer; deren Empfänglichkeit für die Kunst wenigstens eine Zeitlang mit der Übung wächst; wenn schon späterhin eine nur zu oft bemerkbare, Übersättigung eintreten kann.

Über die ursprüngliche Auffassung eines Zeitmaasses.

Vorerinnerung. Wir reden nicht vom Begriff eines solchen Zeitmaasses, welches durch Multiplication oder durch Division eines andern, schon aufgefassten, Zeitmaasses entstehen kann; auch nicht von dem allgemeinen Begriffe irgend eines Zeitmaasses, welcher durch Abstraction von bestimmten Zeitmaassen erhalten wird; sondern von der ursprünglichen Auffassung einer solchen Zeit, die, nachdem sie da ist, zum Maasse dient; also sich vervielfältigen und dividiren lässt; und alsdann auch in Gedanken eingeschoben werden kann zwischen solche Zeitpunkte, die einander zu fern oder zu nahe stehn, als dass man unmittelbar und ursprünglich ihre Distanz hätte bestimmt wahrnehmen können. Über die anscheinende Schwierigkeit des Gegenstandes ist schon in der ersten Abhandlung (S. 33 u. f.) gesprochen.

1. Thatsache. Wie gross die Zeit sey, die sich unmittelbar auffassen lässt, kann man zwar nicht genau bestimmen; allein zur bequemen Auffassung eignet sich eine Zeit-Secunde, oder, ihr nahe kommend, die Zeit zwischen einem Pulsschlage und dem nächstfolgenden.

2. Thatsache. Man kann aber auch beträchtlich kleinere oder grössere Zeitmaasse willkührlich veststellen, so dass sie, einmal angegeben, sich wiederhohlen und beobachten lassen. Solches geschieht unter andern beym Marschiren, Tanzen, Trommelschlagen.

3. Thatsache. Man kann eine solche, zum Maasse einmal angenommene Zeit auch eintheilen, (nicht etwan bloss in Begriffen, sondern unmittelbar im Vorstellen und Handeln.) Solches geschieht in der Musik, wo der einmal gegebene Tact in halbe Tacte, Viertel, u. s. w. zerlegt wird.

4. Thatsache. Diese Zerlegung geschieht am bequemsten nach den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, deren Producten und Potenzen. Daher der $\frac{4}{4}$ Tact, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, u. s. w. bis zum $\frac{12}{8}$ Tact; und die kleinern Zerlegungen bis zu $\frac{1}{64}$.

5. Thatsache. Auch die Multiplicationen ganzer Tacte werden unmittelbar empfunden. Daher der Periodenbau der Musik. Eine leichte Probe sind die zusammengehörigen acht Tacte in der Tanz-Musik, statt deren man nicht sieben oder neun Tacte würde anwenden dürfen.

6. Thatsache. Die Zeitdistanzen lassen sich nicht bloss auffassen, sondern sind überdies Gegenstand ästhetischer Urtheile, wie in der Musik und Metrik.

7. Thatsache. Nicht bloss erfüllte Zeiten, in denen etwas wahrgenommen wird, lassen sich als länger oder kürzer unmittelbar auffassen: sondern auch leere Zeiten zwischen den Wahrnehmungen, d. h. Pausen. Diese werden in der Musik eben so nothwendig beobachtet, als die Dauer eines Tons.

8. Thatsache. Wenn man beabsichtigt, ein Zeitmaass vestzustellen, so findet man es am bequemsten und sichersten, dasselbe durch Pausen anzugeben. Man vermeidet zu diesem Behufe die Dauer jeder Wahrnehmung so viel als möglich.

9. Thatsache. Es ist an sich gleichgültig, durch welchen Sinn die Wahrnehmungen geschehen, wofern,

sie nur so nahe als möglich momentan sind, damit das Zeitmaass als Pause zwischen ihnen leer bleibe. Übrigens würde eine Gesichts-Empfindung, (durch plötzliche und sehr kurze Bewegung eines Stabes, beym Dirigiren einer Musik,) oder eine Gefühls-Empfindung (wie beym Pulsfühlen,) die nämlichen Dienste leisten, wie eine Gehörs-Empfindung, wenn sie nur der Foderung, momentan zu seyn, eben so nahe kommen könnte, wie beym Hammerschlage, beym Tropfenfalle, bey den Schlägen der Secunden-Uhr.

10. Thatsache. Die momentanen Wahrnehmungen, deren leere Zwischenzeiten als Pausen sollen vorgestellt werden, wählt man am bequemsten so, dass sie unter sich gleichartig seyen; und bey der ursprünglichen Veststellung des Maasses müssen sie gleich stark seyn.

11. Erläuterung. Wenn der Musikdirector die Schläge dergestalt ungleich macht, dass der erste, dritte, fünfte Schlag (und so fort nach ungeraden Zahlen) unter sich gleich stark, aber stärker seyen, als der zweyte, vierte, sechste, (und so fort nach geraden Zahlen): so wird die Zeit zwischen dem ersten, dritten, fünften, zum Maasse, und die schwächern Schläge theilen dies Maass in Hälften. Wenn er aber den ersten, vierter, siebenten, zehnten, u. s. f. stärker macht als die jedesmal dazwischen fallenden zwey andern, — den zweyten und dritten, fünften und sechsten, achten und neunten, u. s. f.: so ergeben die stärkern Schläge unter sich das Zeitmaass, welches nun durch die zwischen fallenden schwächeren in Drittel zerfällt. Die Stärke ist also nicht gleichgültig; sondern die Wahrnehmungen, welche das Maass veststellen sollen, müssen unter sich gleich stark seyn.

12. Frage: Was wird vorgestellt, indem man eine Pause wahrnimmt?

13. Vorbereitung zur Antwort. Die Frage erinnert an die berühmte Schwierigkeit, leere Zeit wahrzunehmen; und nichts ist gewisser, als dass eine solche nicht bloss wahrnehmen, sondern auch als kürzer oder länger unterscheiden, ganz etwas Anderes seyn muss, als ein bloss sinnliches Wahrnehmen. Das Vorstellen darf während der Pause nicht aufhören, wenn sie soll beobachtet werden, und das fortdauernde Vorstellen muss auch ein Vorgestelltes haben, denn Vorstellen ohne Vorgestelltes ist eine Ungereimtheit.

Bey der Antwort werden wir, wie sich von selbst versteht, uns nicht auf die blosse Möglichkeit einlassen, dass vielleicht eine ganz zufällige, fremdartige Vorstellung während der leeren Zeit ins Bewusstseyn treten könnte. Dadurch würde ein ganz andrer Gedankengang beginnen. So etwas geschieht bey gar zu langen Pausen; mit der Beobachtung der Pause ists aber dann vorbey.

Wir werden aber auch nicht einen noch ungebildeten Geist voraussetzen; denn alle obige Thatsachen können wir nur im Kreise von einigermaassen gebildeten Menschen nachweisen. Jedoch ist gar keine Bestimmung einer gewissen Bildungsstufe nöthig, wie man sogleich sehen wird.

14. Antwort. Wir bezeichnen zuvörderst diejenigen, möglichst momentanen Wahrnehmungen, wozwischen die Pausen fallen sollen, (Trommelschläge, Tactschläge, Schläge der Secunden-Uhr 10 d. gl.) mit h_1, h_2, h_3, h_4, u. s. w.

Ferner setzen wir voraus, eine solche Vorstellung,

wie h, sey dem Wahrnehmenden nichts Neues, sondern er habe sie schon früher, wenn man will, längst gehabt, und vielmals wiederhohlt.

So ergiebt sich aus der Wahrnehmung des jetzigen h_1 sogleich eine zwiefache Folge.

Erstlich, die ältere gleichartige Vorstellung, welche wir mit H bezeichnen, beginnt, sich zu reproduciren. Diese Reproduction braucht einige Zeit, welche man immerhin sehr klein annehmen mag; aber ohne Stillstand; denn die reproducirte Vorstellung ist fortwährend im Steigen oder Sinken begriffen*). Nach Verlauf der Zeit t habe sich von der ganzen Vorstellung H das Quantum y reproducirt.

Zweitens: die Wahrnehmung h_1 sey noch so momentan: dennoch verschwindet das hiemit begonnene Vorstellen h_1 nicht plötzlich aus dem Bewusstseyn, sondern es muss sich allmählig ins Gleichgewicht setzen gegen irgend welche andre Vorstellungen, (an denen es nie ganz fehlen kann,) die entweder unmittelbar oder mittelbar, durch ihre Verbindungen, darauf hemmend wirken.

Also gleichzeitig, während der Pause, ist y im Steigen und h_1 im Sinken begriffen.

Beyde verschmelzen überdies, so weit sie können.

Hierauf würde das Vorstellen während der Pause sich beschränken, wenn die Vorstellung H in keinen Verbindungen stände. Allein wofern sie zu irgend einem Continuum gehört, (wie jenes der Töne,) oder wofern sie auch nur mit einigen andern verschmolzen ist, so beschränkt sich die Reproduction nicht auf sie allein; sondern gemäss der abgestuften Verschmelzung

*) Psychologie §. 82.

erhebt sie, schneller Einiges, langsamer Anderes, mit sich empor; es entsteht eine Wölbung, d. h. mehr von den nächsten, minder von den entferntern Neben-Vorstellungen; trit verworren mit ihr ins Bewusstseyn hervor.

15. Zusatz. Vorausgesetzt nun, die ältere Vorstellung H stehe in solchen Verbindungen, und reproducire mit sich ein solches verworrenes Vorstellen: so verschmilzt auch dies, soweit das während der Pause geschehen kann, mit der sinkenden Vorstellung h_1.

16. Frage. Was verändert sich, indem die momentane Wahrnehmung h_2 hinzukommt, und hiemit die erste Pause geendigt wird?

17. Antwort. Die verworrenen Nebenvorstellungen, sofern sie dem h entgegengesetzt sind, erleiden einige Hemmung; indem zugleich der ältern Vorstellung H mehr freyer Raum geschafft, und mit ihr verbunden dem noch im Sinken begriffenen h_1 möglich gemacht wird, sich von neuem zu erheben; wiewohl bey weitem nicht ganz bis zum ungehemmten Vorstellen.

Man bemerke, dass auf die ältere Vorstellung H zwey entgegengesetzte Wirkungen gemacht werden. Einerseits ist es der von ihr ausgehenden Reproduction entgegen, dass ihre Nebenvorstellungen eine Hemmung erleiden; andrerseits wird ihr eignes Steigen begünstigt, und dem zufolge auch ihr Reproduciren. Der Unterschied dieser ihr widerfahrenden Gunst und Ungunst ist um desto grösser, je stärker die momentane Wahrnehmung h_2; und für die entfernteren Nebenvorstellungen ist er ungünstiger als für die näheren.

18. Frage. Was ereignet sich während der zweyten Pause?

19. Antwort. Wir nehmen an, h_2 sey eben so stark wie h_1: so ist zur Reproduction der Nebenvorstellungen eben so viel Grund vorhanden, wie in der ersten Pause. Die Hemmung derselben kann also nur vorübergehend seyn, und die Reproduction erneuert sich; beginnend wieder von den näheren, und fortlaufend zu den entfernteren Nebenvorstellungen, die mehr von der Hemmung waren getroffen worden. Aber diese Reproduction geht jetzt nicht bloss von der ältern Vorstellung H aus. Sondern h_1, wie weit es während der ersten Pause mit den Nebenvorstellungen verschmolzen war (15), so weit wirkt es mit, um dieselben steigen zu machen.

Auch sinkt h_2 während der zweyten Pause aus demselben Grunde, wie h_1 während der ersten sank. Gleichzeitig steigen y und h_1, indem beyde mit h_2 verschmelzen, so weit sie können. Die verworrenen Nebenvorstellungen, so weit sie reproducirt werden, verschmelzen mit h_2.

20. Frage. Vorausgesetzt, die zweyte Pause sey eben so lang wie die erste; auch seyen h_1, h_2, und das am Ende der zweyten Pause hinzukommende h_3, alle gleich stark: was verändert sich, indem h_3 nun eintrit?

21. Antwort. Die verworrenen Nebenvorstellungen, in so weit sie dem h entgegengesetzt sind, erleiden für den Augenblick wieder einige Hemmung. Dagegen hört h_2 auf, zu sinken. Es gewinnt freyen Raum, um sich heben zu können. Desgleichen erlangen y und h_1 noch mehr freyen Raum, als sie schon hatten.

22. Anmerkung. Der Faden der verworrenen Nebenvorstellungen, welche an sich im continuirlichen

Hervortreten begriffen sind, war durch h_1 an einer bestimmten Stelle abgeschnitten worden, indem hier die Hemmung eintrat. Bey gleicher Länge der zweyten Pause mit der ersten, hat h_1 dazu mitgewirkt, sie gerade so weit, als sie mit ihm während der ersten Pause verschmolzen waren, wieder hervorzuheben; aber nicht weiter, weil die Verschmelzung nicht weiter ging. Unterdessen ist eben so viel von jenem Faden mit h_2 verschmolzen.

23. Frage. Was geschieht während der nun folgenden dritten Pause?

24. Antwort. In den gegebenen freyen Raum erheben sich allmählig y, h_1 und h_2, während h_3 sinkt. Nach kurzer Hemmung der verworrenen Nebenvorstellungen wirken mit y auch h_1 und h_2 in so weit gemeinschaftlich zur Erhebung dieser Nebenvorstellungen, als sie mit denselben verschmolzen sind. Da nun eine gleiche Länge jenes Fadens der Nebenvorstellungen mit h_1 und h_2 verschmolzen war: so sind beyde auch in gleichem Maasse zur Reproduction desselben Fadens wirksam. Mit der reproducirten Länge verschmilzt auch h_3.

25. Frage. Vorausgesetzt, die zweyte Pause sey länger als die erste; alles Übrige wie vorhin (20): wie unterscheidet sich dieser Fall vom vorigen?

26. Antwort. Während der Pause wirken y und h_1 zusammen reproducirend auf die Nebenvorstellungen; allein mit dem Unterschiede, dass h_1 nur soweit dazu wirkt, als seine Verschmelzung ging; dagegen y weiter fortfährt, die Nebenvorstellungen zu reproduciren; also den hervortretenden Faden derselben verlängert.

27. Folge. Also können während der dritten

Pause auch nicht gleiche Reproductionen durch h_1 und h_2 bewirkt werden; denn ihre Verschmelzung ist nicht gleich.

28. Frage. Vorausgesetzt, die zweyte Pause sey kürzer als die erste; alles Übrige wie vorhin: wie unterscheidet sich dieser Fall vom vorigen?

29. Antwort. Da der Faden der Nebenvorstellungen kürzer abgeschnitten wird: so kann h_2 nicht so weit mit ihm verschmelzen als h_1; welches letztere nun sammt y in seinem Streben, noch weiter zu reproduciren, gehindert ist.

30. Folge. Also können während der dritten Pause wiederum nicht gleiche Reproductionen durch h_1 und h_2 bewirkt werden.

31. Anmerkung. Wegen der verworrenen Neben-Vorstellungen kann auf die vorige Abhandlung verwiesen werden. Der Ton *c* (Fig. 48) gehe über in *d*, und mag dort, grösserer Deutlichkeit wegen, länger verweilen; so dass man schon beym Anfange des folgenden Tactes seine Rückkehr erwarte. Wird *d* als Secunde vernommen, so geschieht dies dadurch, dass die Vorstellung *c* nicht so wohl gehemmt, (denn die Hemmung ist gering,) als verunreinigt ist durch die mit ihr verbundene halbe Gleichheit des *d* und *c*. (Vorige Abhandlung, 36, 101, 102) Die solchergestalt verunreinigte Vorstellung *c* ist ein Beyspiel verworrener Nebenvorstellungen. Ein eben so gutes, ja noch stärkeres Beyspiel giebt der Gang von *c* in *des* (Fig. 48^b); denn durch die halbe Gleichheit beyder Töne wird die Vorstellung *c* noch stärker aus ihrer Reinheit heraus versetzt, weil die Gleichheit grösser ist. Ein minder gutes Beyspiel wäre Fig. 49, wo *c* in *es* geht; denn bey der

kleinen Terz, wenn sie genau ist, beginnen die Gegensätze schon gegen die halben Gleichheiten aufzutauchen; das heisst, die Reinheit ist nicht mehr ganz getrübt. Für den jetzigen Zusammenhang kommt es auf ein bestimmtes Intervall nicht an, dergleichen sich ausserhalb des Tongebiets, und für solche Wahrnehmungen, wodurch man den Tact anzugeben pflegt, ohnehin nicht nachweisen lässt. Soll aber eine Pause wahrgenommen werden, so darf die Vorstellung, welche die Tactschläge angiebt, eben so wenig in ihrer Reinheit vestgehalten werden, als völlig aus dem Bewusstseyn verschwinden. Zwar kann Jemand, während *c*, *c*, mit zwischenfallenden Pausen ertönen, leicht die Vorstellung *c* absichtlich vesthalten (wie Fig. 50 andeutet); je besser ihm aber dies gelingt, desto gewisser giebt es für ihn keine Pause. In der Pause muss das Vorgestellte seine Bestimmtheit fahren lassen.

32. Thatsache. Während der dritten Pause kann schon die Gleichheit der Zeitdistanzen wahrgenommen werden; nicht aber früher. Denn die zweyte Pause, welche der ersten gleich ist, wird durch den dritten Schlag abgeschnitten; so lange dies noch nicht geschah, waren nicht zwey gleiche Zeitdistanzen gegeben.

33. Zusatz. Die dritte Pause muss aber mindestens eben so lange dauern, als die beyden vorigen, wofern die beyden gleichen Reproductionen (24) sich entwickeln sollen.

34. Frage. Wie geschieht das Vesthalten des Zeit-Maasses in Gedanken?

35. Vorbereitung zur Antwort. Dazu ist nöthig, dass diejenigen Vorstellungen, von welchen eine Reproduction ausgehen und bewirkt werden soll, sich

hinreichend stark im Bewusstseyn erhalten; und dass auch die Art ihrer Verbindung unter einander nicht verändert werde. Es wird also das Vesthalten des Zeitmaasses befördern, wenn noch mehrere Tactschläge mit gleichen Pausen einander folgen.

36. Antwort. Dem gemäss verlängern wir die Reihe der h_1, h_2, h_3 ... bis h_n, wo n eine beliebige Zahl seyn mag. Je grösser diese Zahl, desto mehr ist die Stärke der Vorstellung h durch die Wiederhohlung und Verschmelzung gewachsen.

Nun würde aber die blosse Verstärkung der Vorstellung h nichts weniger als ein Zeitmaass ergeben. Ein jedes Maass liegt zwischen zwey Abschnitten. Das Abschneiden ist eine Negation dessen, was abgeschnitten wird. In den Vorstellungen selbst, die wir mit h bezeichnen, liegt keine Negation.

Ferner ist beym Gebrauche jedes Maasses nothwendig, dass seine Abschnitte dahin gelegt werden, wo die abzumessende Grösse ihre Gränzen bekommen soll. Und beym Erkennen der Gleichheit solcher Grössen, die schon nach dem Maasse bestimmt sind, müssen die Abschnitte des Maasses mit den Gränzen der gegebenen Grössen wahrnehmbar zusammenfallen.

Wird ein Zeitmaass durch Tactschläge gegeben, (wie bey den Schlägen der Secunden-Uhr, um hier an das einfachste Beyspiel zu erinnern), so sind die Pausen das Maass, welches zuerst abgeschnitten wird durch die Tactschläge; dann aber auch, nachdem es durch öftere Wiederhohlung gehörig eingeprägt war, leisten die Tactschläge den Dienst, den Gebrauch des Maasses zu vermitteln, indem sie den Anfang und das Ende jeder abzumessenden Zeitgrösse bezeichnen. Hiebey muss jedoch

die Reproduction vorausgesetzt werden. Würden nicht die Vorstellungen der früheren Tactschläge reproducirt, und zwar dergestalt, dass in den Augenblicken, da die späteren gegeben worden, die Reproduction beginne, so wären die Abschnitte des Maasses, und hiemit das Maass selbst, verschwunden; folglich könnte keine Gleichheit der Zeitdistanzen wahrgenommen werden. Überdies muss die Reproduction auch die Abschnitte in ihrer früher bestimmten Distanz wieder darbieten; denn wenn die Distanz sich vermehrte oder verminderte, so wäre das Maass verändert.

Also geschieht das Vesthalten des Zeitmaasses in Gedanken durch das Vesthalten eines bestimmten Reproductionsgesetzes; welches weiter zu untersuchen ist (50.)

37. Zusatz. In vorstehender Antwort kann zunächst das dunkel scheinen, dass Negation und Position ihre Plätze tauschen. Das Maass ist positiv; seine Begränzung durch Abschnitte ist eine Negation. Hier aber ist eine Pause das Maass; die Vorstellungen der Tactschläge bilden die Abschnitte. Und doch ist Pausiren eine Negation; Vorstellen dagegen positiv.

Bevor wir weiter gehn, wollen wir an das Maass im Raume erinnern. Man kann Maassstäbe aus Holz und Metall verfertigen. Man kann aber auch mit dem geöffneten Zirkel messen; alsdann liegt zwischen den Zirkel-Spitzen ein leerer Raum; dieser dient zum Maasse, indem man die Spitzen hier und dort einsetzt.

Zu näherer Beleuchtung können noch andre Thatsachen beytragen.

38. Thatsache. Zum Zeitmaasse kann auch eine fortdauernde Wahrnehmung dienen, wofern in ihr Abschnitte mit hinreichenden Zwischenzeiten gemacht wer-

den. Figur 51 stellt dies vor Augen, indem lange Noten durch Vorschläge abgetheilt werden; wobey jedoch die Abwechselung, welche durch die Vorschläge entsteht, nicht bis zur Geschwindigkeit eines Trillers gehn darf, denn dieser ist zum Zeitmaasse nicht passend.

39. Zusatz. Auf ähnliche Weise vernimmt man das Zeitmaass in manchen andern Fällen; z. B. da wo ein tönender Körper wiederhohlt mit einem Hammer angeschlagen wird; indem jedes Anschlagen ein augenblickliches Geräusch und eine momentane Verstärkung des Tons hervorbringt. Beym Singen der Worte auf lange Noten bewirken die Consonanten ein Zwischen-Geräusch, auch wenn die Noten die nämlichen bleiben. Ja schon beym blossen Sprechen sind es die Consonanten, welche dadurch, dass sie die Sylben theilen, Einschnitte in die von den Vocalen ausgefüllte Zeit machen; daher sich der Tact zuerst in der Sprache durch das Metrum geltend gemacht hat.

40. Frage. Was leisten hier die momentanen Wahrnehmungen, wodurch die Abschnitte bezeichnet sind?

41. Antwort. Es ist klar, dass die momentanen Wahrnehmungen nicht mit den Augenblicken, in welche sie fallen, so verschwinden dürfen, als ob sie vergessen wären. Sobald Vergessenheit einträte, würden sie aufhören, das Maass zu bestimmen, dem sie zur Begränzung dienen sollen. Also werden die Vorstellungen jener begränzenden Wahrnehmungen fortdauern, und sich mit den anhaltenden Wahrnehmungen dessen, was zwischen die Abschnitte fällt, verbinden. Diese Verbindung aber darf auch nicht einen Augenblick genau die nämliche seyn, wie im andern; sonst würde die

längere oder kürzere Zeitdistanz zwischen den Abschnitten keinen bemerkbaren Unterschied des Maasses ergeben. Auch muss diese Zeitdistanz gross-genug seyn, damit ein merklicher Unterschied in der Verschmelzung entstehen könne.

42. Thatsache. Das Zeitmaass kann auch durch abwechselnde Wahrnehmungen von gleicher Zeitlänge gegeben werden; wie Fig. 52.

43. Zusatz. Dahin gehört das Sehen einer Pendel-Schwingung. Hier eben sowohl als bey wechselnden Tönen liegt in der zweyten Wahrnehmung eine Verneinung der ersten; indem beym Pendel die Bewegungen in entgegengesetzter Richtung geschehen; unter den Tönen aber ein Hemmungsgrad statt findet.

44. Frage. Worin besteht der Unterschied dieser Art, das Zeitmaass anzuzeigen, von den vorigen?

45. Antwort. Da hier jede Wahrnehmung die andre abschneidet, so ist das Zeitmaass eigentlich zweymal gegeben; jedoch vereinigen sich beyde Maasse zu einem doppelten, welches zwischen dem Anfange und der Wiederkehr einer und derselben Wahrnehmung liegt. Weil nun sowohl die erste als die zweyte dieser Wahrnehmungen zum Anfange des doppelten Maasses dienen kann (wobey Fig. 50 mit 49 zu vergleichen): so muss, wenn diese Unbestimmtheit soll gehoben werden, der Anfangspunct noch auf andre Weise vestgestellt seyn, welches wegen des bekannten Unterschiedes der guten und schlechten Tactzeit ohnehin nöthig ist. Davon weiterhin.

46. In die Zeit, welche das Maass erfüllt, können die mannigfaltigsten Vorstellungsreihen fallen; und dies wird auf die verworrenen Neben-Vorstellungen, falls eine Pause eintrit, Einfluss haben. Anders wird Der-

jenige während der Pausen in Erwartung seyn, der Verse zu recitiren, anders der, welcher Gestirne zu beobachten, anders der, welcher Musik zu machen, anders der, welcher zu tanzen oder zu marschiren gewohnt ist. Für die blosse Beachtung des Zeitmaasses sind diese Unterschiede gleichgültig. Nicht einmal auf das Quantum der eingeschobenen Neben-Vorstellungen kommt es unmittelbar an. Wer am Pendel die Zeit beobachtet, mag Schwingungen in grössern oder kleinern Bogen vor sich haben; bey den grössern sind zwar mehr veränderliche Bogen des Pendels gegen den unbeweglichen Hintergrund zu sehen, als bey Schwingungen in kleinern Bogen, und die Vorstellungen werden durch den Gegensatz jener Bogen in stärkere Hemmung unter einander gerathen; allein es kommt hier nicht auf die Richtigkeit dessen an, was in die Zeitabschnitte eingeschoben wird, sondern nur darauf, dass gleiche Zeitabschnitte durch die Gleichheit der Zeit erkannt werden, welche jedesmal zu den Reproductionen erfordert werden, wodurch die Tactschläge wirken.

47. Wenn dagegen bestimmte Vorstellungsreihen durch mehr oder weniger Übung geläufig werden, so verkürzt sich mehr oder minder das Zeitmaass, welches den Abschnitten in diesen Vorstellungsreihen entsprechen soll. Auswendig gelernte Gedichte oder Tonstücke langsam vorzutragen, kostet desto mehr Anstrengung, je weiter die Übung fortschrit.

48. Dabey nun offenbart sich, dass jedes Werk, welches zu einer successiven kunstmässigen Darstellung gelangen soll, sein Tempo erfodert; indem bey zu langsamem Vortrage das Successive nicht genug ineinander greift; bey zu schnellem dagegen das Gefühl sich in

keinem Puncte ausbilden kann; zum Beweise, dass die Vorstellungen ihre bestimmte Zeit brauchen, um alle diejenigen Zustände zu durchlaufen, auf welche das Kunstwerk eingerichtet ist.

49. Ob das Zeitmaass durch Pausen und eintretende Nebenvorstellungen, oder durch Einschnitte in fortdauernde Wahrnehmungen (38) oder durch Bewegungen und Stillstände, wie beym Pendel, oder durch abwechselnde Wahrnehmungen mit gleichen Zeitlängen (42) gegeben werde: es kommt immer auf eine Folge von Zuständen an, welche die, den Tact bezeichnenden, oder ausfüllenden, Vorstellungen während der Zeit, welche dem Zeitmaasse gleich ist, durchlaufen müssen.

---

50. Um nach dieser vorläufigen Beleuchtung der nothwendigsten Thatsachen eine genauere Untersuchung einzuleiten, müssen wir uns an die Principien der Mechanik des Geistes anwenden; und es muss zuerst der Unterschied zwischen dem Sinken und nachmaligen Steigen einer Vorstellung bemerkt werden, die zu andern hinzukommend von denselben gehemmt, dann aber durch eine ihr gleichartige reproducirt wird.

Die momentane Vorstellung h_1 werde eben jetzt gegeben: so entsteht zwischen ihr, und andern im Bewusstseyn vorhandenen Vorstellungen eine Hemmungssumme, wovon ein Theil auf h_1 fällt. Dieser Theil von h_1 sinkt in der ersten Pause nach einem solchen Gesetze, dass, für eine kurze Zeit, das Sinken als proportional der Zeit kann angesehen werden. Man erkennt dies schon in der allgemeinen Formel für eine sinkende Hemmungssumme, nämlich

$$\sigma = S\ (1 - e^{-t})$$

wo σ das Gehemmte nach Ablauf der Zeit t, und S die ganze Hemmungssumme bedeutet. Noch genauer gehört hieher die Formel

$$\sigma = \frac{h}{q}(1 - e^{-qt})$$
$$= h(t - \tfrac{1}{2}qt^2 + \tfrac{1}{6}q^2t^3 - \cdots)$$

wo q den Bruch von h_1 bezeichnet, welcher soll gehemmt werden*).

Schon nach diesem Gesetze wird das Sinken allmählig langsamer. Ein anderes Gesetz des noch langsamern Sinkens trit ein, nachdem die Hemmungssumme vollends gesunken ist.

Dagegen richtet sich die Reproduction, wenn am Ende der ersten Pause h_2 hinzukommt, anfangs nach dem Quadrate der Zeit**), wie aus Nachstehendem erhellen wird.

51. h_1 sey während der ersten Pause so weit gehemmt, dass von ihm noch Y, ein Quantum wirklichen Vorstellens, im Bewusstseyn übrig bleibe. Also $h - Y$ ist gesunken. Dies ist die Energie des Strebens, womit h_1 ins volle Bewusstseyn zurückkehren würde, wenn auf einmal alle Hemmung wegfiele. Jetzt aber kann das hinzukommende h_2 nur die vorhandene Hemmung des h_1 vermindern; indem es den hemmenden Vorstellungen einen neuen Antrieb zum Sinken giebt, welchem sie allmählig gehorchen. Es entsteht nämlich durch h_2 eine neue Hemmungssumme. Wir wollen dieselbe fürs

*) Psychologie §. 77.

**) ebendaselbst, §. 82, wo aber auf Anlass der Voraussetzung, die reproducirte Vorstellung sey auf der statischen Schwelle, ein Irrthum entstanden ist, welcher hier soll berichtigt werden.

erste bloss in so fern in Betracht ziehn, als sie abermals im ersten Beginnen nahe proportional der Zeit sinken muss. Derjenige Theil von ihr, welcher auf die hemmenden Vorstellungen fällt, nöthige dieselben zu einem allmähligen Sinken $= x$; welches wir einstweilen nur so bestimmen, dass $x = nt$ seyn möge. Nun erhält eben durch dieses Sinken, das heisst, durch das Nachlassen der Hemmung, jenes aufstrebende $h - Y$ Freyheit, hervorzutreten. Nach Verlauf der Zeit $= t$ sey bereits ein Quantum von h_1, welches wir mit y bezeichnen, hervorgetreten, also $h - y$ noch gehemmt und im Aufstreben begriffen. Im nächsten Zeittheilchen dt ist die Freyheit des weitern Hervortretens $= x\,dt$; die Energie des Hervortretens $= h - y$; also das Hervortretende

$$x\,(h - y)\,dt = dy.$$

Und da wir vorläufig $x = nt$ gesetzt haben,

$$nt\,dt = \frac{dy}{h - y}$$

$$-\tfrac{1}{2}\,nt^2 = \log\,\frac{h - y}{C}$$

$$e^{-\frac{1}{2}nt^2} = \frac{h - y}{C}$$

$$\text{für } t = o \text{ wird } 1 = \frac{h - Y}{C}$$

$$\text{mithin } e^{-\frac{1}{2}nt^2} = \frac{h - y}{h - Y}$$

$$\text{und } y = h - (h - Y)\,e^{-\frac{1}{2}nt^2}$$

$$= Y + (h - Y)\,(\tfrac{1}{2}\,nt^2 - \tfrac{1}{8}n^2t^4 + \ldots)$$

Schon hier sieht man, dass der Zuwachs von y sich Anfangs nach dem Quadrate der Zeit richtet.

Wir haben die Grösse n unbestimmt gelassen; weil über das etwa noch fortdauernde Sinken der hemmenden Vorstellungen wegen der Wirkung von h_1 nichts

vestgesetzt werden soll. Nehmen wir aber an, dass die hemmenden Vorstellungen schon wieder nahe zu ihrem vorigen Zustande zurückgekehrt seyen, oder dass die Hemmungssumme gleich Anfangs zu gering gewesen sey, um den Zustand derselben, verglichen mit ihrer ganzen Stärke, bedeutend zu verändern: so kann folgende, der Wahrheit nahe kommende Rechnung Platz finden.

Es sey $m\sigma$ das Quantum der Hemmungssumme, welches auf die hemmenden Vorstellungen wirke; auch wie oben (50), $\sigma = S\,(1 - e^{-t})$, und sonst nichts zu berücksichtigen: so ist nun, anstatt dass wir vorhin $x = nt$ setzten, vielmehr $x = mS\,(1 - e^{-t})$; und

$$mS\,(1 - e^{-t})\,(h - y)\,dt = dy$$

oder $$mS\,(1 - e^{-t})\,dt = \frac{dy}{h - y}$$

Alsdann wird

$$mSt + mSe^{-t} = -\log\frac{h - y}{C}$$

$$e^{-mS(t + e^{-t})} = \frac{h - y}{C}$$

für $t = 0$ wird $e^{-mS} = \frac{h - Y}{C}$

mithin $C = (h - Y)\,e^{mS}$

und $(h - Y)\,e^{mS(1 - e^{-t} - t)} = h - y$

also $y = h - (h - Y)\,e^{mS(1 - e^{-t} - t)}$

Nun ist $1 - e^{-t} - t = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}t^3 - \ldots$

woraus erhellt, dass y wiederum mit einem Gliede, wie

$$Y + (h - Y) \cdot \tfrac{1}{2}mSt^2$$

anfangen muss, wo das vorige $n = mS$.

Oder wenn, nach der andern Formel in 50, $\sigma = \frac{h}{q}(1 - e^{-qt})$, wo q ein ächter Bruch, — und wenn wir allgemein

statt h die Hemmungssumme, die gerade vorhanden seyn mag, $= S$, mithin $x = \frac{mS}{q}(1 - e^{-qt})$ setzen: so kommt

$$\frac{mS}{q}(1 - e^{-qt})\,(h - y)\,dt = dy$$

$$\frac{mS}{q}(1 - e^{-qt})\,dt = \frac{dy}{h-y}$$

$$\frac{mS}{q}(t + \frac{1}{q}e^{-qt}) = -\log\frac{h-y}{C}$$

$$e^{-\frac{mS}{q}(t + \frac{1}{q}e^{-qt})} = \frac{h-y}{C}$$

Für $t = o$, $e^{-\frac{mS}{q^2}} = \frac{h-Y}{C}$ also $C = (h-Y)\,e^{\frac{mS}{q^2}}$

$$(h-Y)\,e^{\frac{mS}{q^2}(1 - qt - e^{-qt})} = h - y$$

also $y = h - (h-Y)\,e^{\frac{mS}{q^2}(1 - qt - e^{-qt})}$

Nun ist $1 - qt - e^{-qt} = -\frac{1}{2}q^2t^2 + \frac{1}{6}q^3t^3 - \ldots$

also $e^{-\frac{mS}{q^2}(1 - qt - e^{-qt})} = 1 - mS(\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}qt^3 \ldots)$

und $y = Y + (h - Y).mS(\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}qt^3 \ldots)$

52. Um nun das Vorige zusammenzufassen, erinnern wir uns der ersten Voraussetzung, unter welcher überhaupt nur an ein Wahrnehmen des Zeitmaasses kann gedacht werden; es ist ohne Zweifel die, dass während desselben keine bedeutende Veränderungen in Ansehung der Bedingungen des Laufs der Vorstellungen sich ereignen. Dies schliesst jedoch erfahrungsmässig die Beschäfftigungen nicht aus, die nach dem Tacte (nur nicht gegen ihn) so oder anders können vorgenommen werden. Demnach werden wir annehmen,

dass die Spannung der hemmenden Vorstellungen durch den ersten Tactschlag nicht merklich verändert sey; dass also die Vorstellung h_2 nicht bedeutend anders sinke als h_1 gesunken ist; sondern wie diese nahe proportional der Zeit während der ersten Pause sinkt, eben so muss auch dasselbe, unter nicht wesentlich veränderten Umständen, von h_2 in der zweyten Pause gelten.

Allein während h_2 sinkt, erhebt sich, nach dem so eben angegebenen Gesetze, h_1. So lange die Zeit klein ist, bezeichnet das Quadrat der Zeit noch kleinere Fortschritte; jedoch solche, die sich beschleunigen. Geht die Zeit fort wie $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, so gehört dazu ein Fortschritt wie $\frac{1}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{9}{100}$. In solcher Weise sich erhebend, kann h_1 während der zweyten Pause zwar nicht beträchtlich hoch steigen, (besonders wenn $h—Y$, d. h. das vorige Sinken, und mS, also der Druck, welchen die hemmenden Vorstellungen durch h_2 erlitten, nicht zu beträchtlich ist,) allein da seine Bewegung beschleunigt wird, und da es zugleich mit dem sinkenden h_2 allmählig verschmilzt, so kann es sehr wohl auf letzteres einen fast momentanen Stoss dann ausüben, wann h_2 eben unter die Tiefe $h—Y$ herabzusinken im Begriff ist. Verschmolzene Vorstellungen nämlich geben einander einen Antrieb zum gemeinsamen Steigen oder Sinken. Bliebe nun auch h_1 in der Tiefe $h—Y$ während der zweyten Pause stehn, so würde es, in dieser Stellung mit h_2 in Verbindung getreten, dieselbe nicht behaupten können, wenn h_2 noch tiefer sänke. Nun ist aber wegen des beschleunigten Steigens die Verschmelzung des h_1 mit h_2 im schnellen Zunehmen begriffen, ihre entgegengesetzten Bewegungen müssen in einem Augenblicke, da beyde

gemeinschaftlich sich beynahe in der Tiefe $h—Y$ befinden, einen Stillstand, oder vielleicht ein paar Rückungen hervorbringen, indem erst die eine, und gleich darauf die andre der beyden Vorstellungen mehr in ihrer Bewegung unterbrochen wird. Wir wollen nicht unternehmen, dies genauer zu bestimmen; es ist auch nicht nöthig. Denn jedenfalls entsteht hieraus ein Gefühlzustand; wie allemal, wenn eine Vorstellung einen Antrieb zum Sinken empfängt oder empfangen hat, dem sie nicht nachgeben kann.

Dieser Gefühls-Zustand wird nun noch anders modificirt, indem am Ende der zweyten Pause, also fast in dem eben bezeichneten Augenblick, h_3 dazu kommt; wodurch jenen beyden freyer Raum zum gemeinsamen Steigen eröffnet wird.

53. Jetzt können wir den Unterschied der zweytheiligen und dreytheiligen Tact-Arten, desgleichen die sogenannten guten und schlechten Tact-Zeiten berücksichtigen.

Zuvor ist zu erinnern, dass der Viervierteltact schon durch seinen Namen als das eigentlich vollständige Ganze bezeichnet wird, wovon die gebräuchlichern andern Tact-Arten Brüche, einige seltnere aber Erweiterungen sind.

Ferner ist zu erinnern, dass im Viervierteltact der Anfang die beste Zeit, die Mitte eine minder gute, das zweyte und vierte Viertel aber die schlechte Zeit ausmachen.

Auf ähnliche Weise werden oft in Versen zwey Füsse zusammengefasst um ein Ganzes mit den Unterschieden besserer und schlechterer Zeiten zu bilden.

Man denke sich nun h_1 als das erste, h_2 das zweyte

h_3 das dritte Viertel anzeigend. So erhellet aus dem Vorigen, dass h_2 den Dienst leistet, h_1 zu reproduciren, und zwar aus einer Tiefe des Sinkens, zu welcher h_2 selbst herabgedrückt wird, bis es den Gegenstoss des reproducirten h_1 empfängt, und in demselben Augenblick mit diesem zugleich durch h_3 wieder gehoben wird.

Hier kann der Zweifel entstehn, ob der Gegenstoss nicht zu früh erfolgen werde? Denn h_1 erhebt sich; und wenn auch h_2 nicht merklich schneller sinkt als in der ersten Pause h_1 gesunken war: so scheint es doch, die Verbindung beyder werde eine Nöthigung des gemeinsamen Sinkens oder Steigens noch eher herbeyführen, als die zweyte Pause der ersten gleich geworden ist.

Der Umstand aber, dass h_2 in die schlechte Tactzeit fällt, zeigt an, dass dieser Tactschlag schwächer seyn darf als der erste. Nun ergiebt eine frühere Untersuchung, dass wenn zu andern Vorstellungen eine neue kommt, diese unter übrigens gleichen Umständen etwas mehr Zeit zum Sinken braucht, wenn sie schwächer, als wenn sie stärker ist*). Eigentlich braucht also h_2 nicht ganz die Tiefe $h-Y$ zu erreichen, wofern es zu einer geringern Tiefe langsamer sinkt, und dies wird geschehn, wenn es schwächer ist als h_1. Um wieviel schwächer? das fühlt man freylich leichter als es sich möchte berechnen lassen; viel beträgt der Unterschied nicht. Aber stärker darf h_2 gewiss nicht seyn als h_1; sonst verliert sich der Eindruck, dass der Tact mit h_1 begann, und h_2 auf h_1 sich bezieht, indem es dasselbe erneuert.

*) Psychologie §. 77.

Warum h_3 in eine bessere Tactzeit fällt als h_2, kann nach dem Vorstehenden wohl kaum zweifelhaft seyn. Mit ihm vereinigt sich h_1, welches jetzt schon im schnellern Steigen begriffen, durch die unvollkommne Verschmelzung mit h_2 um desto weniger seine Bewegung verzögert, da beyde zusammen freyen Raum gewinnen. Das Gefühl der Vereinigung des dritten mit dem ersten Tactschlage wird Niemand leugnen; es äussert sich natürlich durch die etwas grössere Stärke, welche man dem dritten Tactschlage zu geben pflegt.

54. Bey dem vierten Viertel entscheidet die grössere oder geringere Stärke des Schlages, ob der Tact drey oder vier Viertel enthalten wird.

Es ist leicht möglich, dass der vierte Schlag ein erster des neuen Tacts werde. Denn h_1 und h_2 gemeinschaftlich üben jetzt einen Gegenstoss gegen das sinkende h_3; das Gefühl davon wird stärker seyn als beym dritten Tactschlage; und es braucht nur unterstützt zu werden durch den vierten stärkern Schlag. Der vorherbemerkte Umstand, dass schon der dritte Schlag stärker seyn konnte als der zweyte, steht hier gar nicht im Wege; vielmehr ist es erfahrungsmässig bekannt genug, dass im Dreyviertel- und vollends im Dreyachtel-Tact, oft das dritte Tactglied sich vor dem zweyten hervorhebt, und sich vorbereitend zugleich dem folgenden Tacte anschliesst.

Allein gesetzt, es erfolge gar kein vierter Schlag: was wird in Folge des psychischen Mechanismus geschehn?

Zweyerley kann sich ereignen. Erstlich wird der vierte Zeitpunkt schon durch h_2, welches gegen h_3 sich erhebt, bemerklich gemacht. Zweytens, auch ein fünf-

ter Zeitpunct kann bezeichnet werden, und zwar als erster eines neuen Tacts. Dazu ist nur nöthig, dass der dritte Tactschlag gegen den ersten in ein solches Verhältniss getreten sey, wie in andrer Hinsicht der zweyte gegen den ersten. Und dies geschieht sehr leicht. Hat der dritte Tactschlag irgend eine grössere Ähnlichkeit mit dem ersten als der zweyte, so entsteht eine Reproduction dieser Ähnlichkeit, die nun eine doppelt so lange Zeit einnimmt wie die vorige. Am bestimmtesten lässt sich dies erkennen, wenn die guten Zeiten doppelt oder selbst dreyfach durch eigne Zeichen angegeben werden, wie in Fig. 54. Allein dies ist nicht durchaus nöthig. Beym Recitiren von Versen reicht schon eine geringe Hebung und Senkung der Stimme, oder eine vermehrte und verminderte Stärke der ausgesprochenen Laute, dazu hin, dass sich doppelte und dreyfache Reproductionen bilden, wodurch die schlechteren Tactglieder in die besseren eingeschlossen werden. Hierin mag etwas dunkel bleiben, was sich bis jetzt nicht ganz aufklären lässt; wie sehr aber diese Reproductionen von der Ähnlichkeit, also von der grössern Verschmelzung unter den Vorstellungen abhängen, sieht man sogleich, wenn man den Tact mit denselben in Widerspruch setzt, wie Fig. 55 und 56; wo Fig. 55 einem zweytheiligen Tacte angehört, und in den dreytheiligen hineingezwungen; Fig. 56 aber noch auffallender dem dreytheiligen Tacte entspricht, und dagegen in den viertheiligen gesetzt ist. Schreibt man Musik im Fünfvierteltact, so zeigt sich vollends, wie leicht derselbe in zwey und drey, oder drey und zwey unter sich verbundene Glieder gleichsam zerbricht; daher derselbe nicht üblich ist. Die mindeste Hervor-

ragung des dritten oder vierten Viertels entscheidet, ob sich dies jenem, oder jenes diesem unterordnen soll.

Folgt man also dem unwillkührlichen psychischen Mechanismus, so entsteht der Viervierteltact, indem das dritte Viertel, irgend wie dem ersten ähnlicher als das zweyte, auch vollständiger auf das erste reproducirend wirkt, und gleichsam dasjenige nachhohlt, was an der ersten Reproduction gefehlt hat. Hiemit brauchen nur die Wahrnehmungen wirklicher Tactschläge zusammenzutreffen. Man kann das vierte Viertel des ersten Tacts durch h_4 angeben; man kann dies auch fehlen lassen; jedenfalls trifft h_5 mit dem Stosse zusammen, welchen h_3 durch die von ihm bewirkte Reproduction aus dem ersten Tactschlage empfängt. Solchergestalt liegt das eigentliche Zeitmaass, nämlich der halbe Tact, zweymal in dem Ganzen; der ganze Tact aber wird in der musikalischen Periode wiederum verdoppelt, seltener verdreyfacht, wo nicht kühnere Wendungen einen andern Rhythmus in Anspruch nehmen.

Die Zerfällungen der Viertel in Achtel, Sechzehntel, u. s. w. wiederhohlen solche Einschaltungen im Kleinen.

55. Zwey Bemerkungen bieten sich hiebey noch dar. Die eine: Der Stoss, welchen eine reproducirte Vorstellung durch ihre beschleunigte Bewegung hervorbringt, wird unter gleichen Umständen desto nachdrücklicher ausfallen, je tiefer dieselbe zuvor gesunken war; wenigstens innerhalb gewisser Gränzen. Darauf deutet die Formel in 51, indem y mit dem Quadrate der Zeit um so mehr wächst, je grösser $h-Y$, das heisst, je kleiner Y. Man unterstützt dies, indem man zugleich diejenigen Tactschläge verstärkt, welche in den Anfang jedes Tacts fallen, wodurch $m\,S$ vergrössert wird.

Die zweyte Bemerkung: Aus den untergeordneten Gliedern, in welche man den Tact zerlegt hat, entstehn Reihen von Vorstellungen, welche mit den Hauptschlägen verschmelzen, von ihnen wo möglich reproducirt, und in spätere Zeitdistanzen eingeschaltet werden; meistens aber sich in ein unbestimmtes Streben zur Reproduction verlieren müssen, wegen der Gegensätze, die sie unter einander bilden. So wenn Jemand eine Zeitlang mit Musik oder Poesie oder Beobachtungen beschäfftigt war. Kurz: wir sind hier wieder bey jenen verworrenen Neben-Vorstellungen, für welche zwar ein bestimmtes Reproductions-Gesetz sich nicht nachweisen lässt, die aber doch nicht als gesetzlos auzusehen sind; und wobey es für jetzt nur darauf ankommt, dass sie in die nach einander folgenden Zeitdistanzen auf gleiche Weise eingeschoben werden. Wenn z. B. der Unterofficier seinen Rekruten marschiren lehrt, und dabey, jede Sylbe dehnend, spricht:

Rechten, Linken, Rechten, Linken,
oder Einundzwanzig Zweyundzwanzig,

so liegt das Einschalten in der Dehnung jeder Sylbe; ohne dass ein bestimmtes Vorgestelltes könnte angegeben werden, wodurch die ausgedehnten Sylben anschwellen; wohl aber soll in die angezeigten Zeitdistanzen die Bewegung des Rekruten fallen. Eben so, wenn Jemand während des Clavierspielens den Tact lautsprechend zählt, so liegt in dem

Eins, Zwey, Drey, Vier

an sich keine Zeitbestimmung, denn man kann schneller oder langsamer zählen; aber man hat längst diese Zahlen zu mannigfaltiger Musik ausgesprochen; daher fehlt es gewiss nicht an unbestimmten Neben-Vorstel-

lungen, die man in den einmal angegebenen und aufgefassten Tact einschalten könne; und welche nur beytragen, um ihn gleichmässig festzuhalten, während die eben jetzt auszuführende Musik durch ihn geordnet werden soll.

56. Man wird die *Gestaltungen in der Zeit*, zu welchen für Metrik und Musik der Tact die Grundlage bildet, ohne Zweifel zu Gegenständen erneuerter Untersuchung machen. Wir ziehen uns hier zu einem ganz einfachen Fragepuncte zurück, welcher übrig bleibt, wenn man alle Unterschiede der Tactschläge und alles Mancherley, was in gegebenen Zeitdistanzen eintreffen oder hineingedacht werden kann, bey Seite setzt. Wir wollen annehmen, Jemand habe lediglich die ganz einförmigen Schläge einer Uhr, oder das Fallen der Tropfen, oder ähnliches völlig gleichartiges in gleichen Zeitdistanzen wahrgenommen; aber so oft wiederhohlt, dass an keine Unterscheidung des ersten, zweyten, dritten, u. s. w. zu denken ist. Wir suchen nun das Einfachste, was erstlich ihn bestimmt, die Zeitdistanzen als gleich zu erkennen, zweytens ihn befähigt, dieselben fortgesetzt anzugeben, auch wenn die Wahrnehmung aufhört.

Wenn die gleichen Wahrnehmungen h_1, h_2, h_3, h_4, ... h_n, h_n+1, sich sehr oft wiederhohlt haben, so kann jede neu hinzukommende nur noch unbedeutend wenig an der Stärke der aus allen verschmolzenen allmählig entsprungenen Gesammtvorstellung verändern; besonders da die Empfänglichkeit abnimmt *). Auch wird sich nach gehörigem Zeitverlauf diese Gesammtvorstellung sehr nahe mit dem hemmenden Vorstellungen ins Gleichgewicht gesetzt haben. Jedoch kann nicht etwan alle

*) Psychologie §. 94.

Hemmung aufgehört haben; sonst würde die Vorstellung h fortwährend ungehemmt vorhanden seyn, und die Pausen könnten nicht vom erneuerten Eintreten unterschieden werden. Hieraus ergiebt sich nun eine leichte Abänderung dessen, was in 52 schon angegeben ist. Die dortige Tiefe $h - Y$, wozu das erste h herabsank, kann hier nicht passen, weil eine sehr verstärkte Vorstellung, nach vielfacher Wiederhohlung, nicht mehr so sinken wird wie die erste sinken musste. Aber wie gering auch, bey geringer Hemmung die Tiefe sey, worin sich h_n beym Eintritt von h_{n+1} befindet, dennoch schafft letzteres einigen freyen Raum, einige Reproduction, einigen Zusammenstoss derselben mit ihm selbst, dem sinkenden, welches nun gleichsam auf elastischen Boden fällt, und wenigstens im Sinken aufgehalten wird, indem es der stärkeren und älteren Gesammtvorstellung den Antrieb giebt, mit ihm zu sinken, welches nicht geschehen kann. Der Augenblick des Zusammenstosses muss nach den, sich gleich bleibenden Zeitdistanzen der Schläge, nach der Stärke derselben, nach der Grösse der noch übrigen Hemmung, sich längst gleichförmig bestimmt haben. Wir brauchen nicht anzunehmen, dass die Zeitdistanz dieses Augenblicks von dem vorigen Schlage, gleich sey der Zeitdistanz zwischen den Schlägen selbst. Gesetzt, der nächstfolgende Schlag komme später: so hat sich, weil derselbe schon innerlich vorgebildet wurde, ein Gefühl des Aufschubs, und des Wartens erzeugt, welches selbst ein Gegenstand der innern Apperception wird; die Folge der Schläge wird nun als mehr oder weniger langsam empfunden. Oder der nächstfolgende Schlag kommt früher: so beschleunigt er die Reproduction, und es entsteht ein Gefühl der Aufregung; für

die Apperception die Empfindung des Schnellen und Eilenden. Haben diese Gefühle sich durch Wiederhohlung ausgebildet, so braucht der Appercipirende, um das Zeitmaass nicht bloss aufzufassen, sondern selbst fortgesetzt anzugeben, nur die Vorstellung *h* in Gedanken vestzuhalten, und es alsdann geschehen zu lassen, dass sie den Wechsel der Gefühle durchlaufe, die reihenförmig mit ihr verbunden sind. Trifft er beym Versuch, im äussern Handeln eine ähnliche Zeitreihe hervorzubringen, nicht gleich das rechte Maass, so wird auch nicht das nämliche Gefühl des Langsamen, oder Schnellen, oder Bequemen hervorgehn; abgeänderte Versuche werden den ersten bald berichtigen; vorausgesetzt, dass nicht Umstände, dergleichen wir bey Seite gelegt haben, sich einmischen.

57. Die Thatsache nun, dass es einen Unterschied des Bequemen im Gegensatze des Langsamen und des Geschwinden wirklich giebt, ist das Allerwichtigste in dieser ganzen Untersuchung; denn sie zeigt, dass wir mit unseren psychologischen Rechnungen nicht so im Finstern tappen, wie diejenigen sich einbilden, die von solchen Rechnungen lieber nichts hören möchten. Eine Tertien-Uhr taugt nicht, das Gefühl des Tactes zu erwecken; schon unsere Taschen-Uhren sind unbequem dazu; eine Uhr, die alle Minute nur einmal ihren Schlag hören liesse, wäre auf entgegengesetzte Weise dazu ganz unbrauchbar. Sehr bequem dagegen fasst man mittelst der Secunden-Uhr den Tact auf, wenn man zwischen je zwey nächstfolgenden Schlägen noch einen in Gedanken einschaltet geschieht dies Einschalten nicht, so findet man ihre Schläge eher etwas langsam, sie lassen auf sich warten. Nun ist aus dem Vorigen klar, dass

zwar auch nach einer Minute, und selbst nach viel längeren Zeiten die Reproduction keine Schwierigkeit hat; aber sie allein verhilft zu keinem Gefühl des Tacts. Soll sie dieses ergeben, so muss sie die Vorstellung des vorhergehenden Schlages nicht bloss noch im Bewusstseyn antreffen, sondern es muss auch nicht einerley seyn, ob sie früher oder später mit derselben sich verbinde. Kommt sie zu spät: so ist das Sinken der Vorstellung des vorhergehenden Schlages schon so langsam geworden, dass es fast dem Stillstehn gleicht; und dann ists einerley, ob sie noch etwas später oder früher eintrifft; der Unterschied, auf dem das Tactgefühl beruht, ist nun verloren. Die Hemmung muss noch nahe der Zeit proportional seyn, damit mehr oder weniger Zeit bemerklich werde, und zwar so genau bemerklich, dass man unmittelbar nach dem Gefühl diess Mehr oder Weniger anzugeben unternehmen könne.

Von den beyden Formeln in 50 verliert die zweyte ihre Gültigkeit, sobald die Zeit $= \frac{1}{q} \log \frac{1}{1-q}$ geworden ist*); wir brauchen uns aber hier nicht um die Bestimmung des ächten Bruches q zu bekümmern; denn schon die erste Formel

$$\sigma = S(1 - e^{-t})$$

welche, wenn die Umstände ihrer Voraussetzung gemäss unverändert blieben, selbst für unendliche Zeit gelten würde, zeigt hinreichend das, worauf es ankommt. Die Hemmungssumme S mag grosss oder klein seyn, das Gehemmte, oder σ, trägt in sich den Factor $1 - e^{-t}$, welcher von der Zeit t abhängt. Nun ist für $t = \frac{1}{4}$

*) Psychologie §. 77.

auch $1 - e^{-t}$ beinahe $\frac{1}{4}$, es ist nämlich $= 0{,}2211\ldots$ hingegen für $t = \frac{1}{2}$ ist $1 - e^{-t}$ nur $= 0{,}3934$. Also hier ist die Proportionalität der Zeit schon sichtbar verloren. Wir werden dem gemäss nicht sehr weit von der Wahrheit abirren, wenn wir die Einheit der Zeit auf zwey Secunden setzen; da, wie nur eben zuvor bemerkt, nach halben Secunden sehr bequem gezählt wird, wenn man den Tact abmessen will. Wo dagegen der Musiker kein *Moderato*, sondern ein *Allegro* oder *Adagio* vorschreibt, da sagen schon seine Kunstausdrücke, dass er darauf rechnet, ein Gefühl entweder von Aufregung oder Verweilung solle mit dem Tacte verbunden seyn; niemals aber wird er fodern, dass man die Zeit nach Tertien oder nach Minuten abmesse. Für die Bewegung des Lichts durch den Raum einer Meile, oder für das Wachsen des Grases in einer Minute, haben wir nun vollends zwar Begriffe, aber keine Wahrnehmung; weil in zu kurzer Zeit unsre Vorstellungen ihren Stand im Steigen oder Sinken nicht merklich verändern; bey zu langsamer Bewegung aber wir ihren Lauf nicht auf eine entsprechende Weise zurückhalten können.

58. Dass aber auch auf die Reproduction unbestimmter Vorstellungsreihen von bestimmter Länge in den Künsten gerechnet wird, erhellet am deutlichsten aus der Beybehaltung der nämlichen Versart in den Gedichten. Man wird im Verlauf einer Minute ungefähr ein Dutzend Hexameter mit lauter Stimme (wie ein Rhapsode in grösseren Versammlungen thun mochte) recitiren können; mithin braucht ein Hexameter etwa fünf Secunden. Diese Zeit wäre als Pause unmittelbar für das Tactgefühl zu lang; dagegen als erfüllte Zeit wird

die gleiche Dauer der Hexameter sehr leicht wahrgenommen, und doch kann hier kein bestimmter einzelner Hexameter angegeben werden als derjenige, durch welchen die Abmessung geschähe, denn die Verse selbst sind verschieden, und dem Zuhörer wird auch nicht etwan ein Schema des Metrums mitgetheilt; es wird ihm nicht aufgetragen, den Vers zu beobachten; er wird vielmehr mit dem Gegenstande des Gedichts beschäfftigt; und die ganze Mühe der Verskunst wäre verloren, wenn nicht unwillkührlich das Maass sich im Gemüthe des Zuhörers bildete, und die Gleichheit der wohlgemessenen Verse empfunden würde.

59. Unter den mancherley Fragen, die sich in Ansehung der Schätzung längerer Zeiträume noch aufwerfen liessen, wollen wir nur eine erwähnen. Wenn Bilder zur Schau gestellt werden, wie lange darf ein jedes derselben stehen bleiben, wenn der Zuschauer wahrnehmen soll, dass die Zeiten, die man ihm zur Betrachtung gestattet, unter einander gleich sind? Offenbar hängt dies sehr von der Beschaffenheit der Bilder ab. Ist der Gegenstand reich an Figuren, so dauert es eine ganze Weile, bis sich die räumliche Auffassung vollendet; von Gemüthszuständen höherer Art, von Reflexionen über die Kunst wollen wir ganz abstrahiren. Einfache geometrische Figuren sind schnell aufgefasst, besonders wenn dem Zuschauer nicht daran liegt, sie sich bestimmt einzuprägen. Bleibt nun das Aufgefasste länger stehen, als es beschäfftigt, so sinken die Vorstellungen, indem die Empfänglichkeit ermattet, sehr bald zu tief, als dass auch nur einigermaassen der Wechsel der aufzufassenden Gegenstände ein Tactgefühl erzeugen könnte. Bey zusammengesetzten Gegenständen im Raume kommt

eben sowohl als bey poetischen oder rhetorischen Darstellungen viel auf die Übung und Vorbildung derjenigen Personen an, welchen das Sehenswerthe gezeigt oder der Vortrag gehalten wird. Dennoch wird für grössere Versammlungen ein gewisses Mittelmaass der Verweilung gesucht, welches, wenn es richtig getroffen wurde, bey der Mehrzahl der Anwesenden ein Gefühl von gleichmässiger Beschäftigung und Zeit-Erfüllung hervorbringt. Das Bemühen ein solches Mittelmaass zu finden, scheint nicht ganz so vergeblich zu seyn, als man bey der grossen Verschiedenheit der Individualitäten wohl erwarten möchte.

Zusatz.

Die angegebene Bestimmung der Zeit-Einheit, nämlich zwey Secunden ungefähr, wird überall in Betracht kommen, wo die psychologische Rechnung die Zeit durch Zahlen ausdrückt. Wenn z. B. nach den einfachsten statischen Gesetzen eine Vorstellung zur Schwelle sinkt, so liefert die Rechnung eine Zahl für die Zeit dieses Sinkens.

Bisher konnten wir solchen Zahlen nur den Werth beylegen, dass sie zu Vergleichungen dienen. Wenn die Vorstellung $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, so sinkt c zur Schwelle in der Zeit 0,944; wenn aber $a = 4$, $b = 3$, $c = 2$, so findet sich die Zeit $= 2{,}015$ *). Im zweyten Falle dauert also das Sinken mehr als doppelt so lange. Hier konnte man fragen, ob die Zeit, welche sich mehr als verdoppelt, nach Minuten oder nach Secunden zu schätzen sey. Denn freylich versteht sich

*) Psychologie §. 75.

von selbst, dass man an Stunden oder gar an Tage nicht denken könne, weil der Wechsel unserer Vorstellungen in einer Stunde viel zu gross ist, um mit dem höchst einfachen Ereigniss, dass eine einfache Vorstellung aus dem Bewusstseyn verschwindet, irgend passend verglichen zu werden.

Jetzt können wir mit Wahrscheinlichkeit bestimmter sprechen. Im obigen ersten Falle wird die Zeit $= 1{,}9$ Secunden, im zweyten etwas über vier Secunden betragen.

Am angeführten Orte findet sich noch ein Beyspiel. Es sey $a = 10$, $b = 10$, $c = 7$; die Zeit, in welcher c zur Schwelle sinkt, würde unendlich werden, wenn $c = 0{,}707\ldots$ wäre; dennoch findet sich, dem Schwellenwerthe von c so nahe, $t = 4{,}44\ldots$ also 8,88 Secunden.

In allen diesen Beyspielen ist der grösste mögliche Hemmungsgrad unter den sämmtlichen Vorstellungen angenommen. Da der Gegenstand durch die gefundene Angabe der Zeit in Secunden ein neues Interesse gewinnt, so wollen wir einige Proben derjenigen Abänderungen aufsuchen, welche vom Hemmungsgrade entspringen.

Man findet am angeführten Orte die Formel

$$t = \text{log. nat.} \frac{qS}{qS - c}$$

wo q den ächten Bruch bedeutet, welcher das Quotum der sinkenden Hemmungssumme für c angiebt; S ist die anfängliche Hemmungssumme. Wäre qS nicht grösser als c, so würde c nicht gänzlich aus dem Bewusstseyn verdrängt; die Formel setzt also voraus, der Nenner solle immer positiv seyn, indem $qS > c$. Sie zeigt hiemit, dass nur in äusserst seltenen Fällen, nämlich bey

sehr geringer Differenz zwischen qS und c, eine grosse Zahl für t herauskommen kann.

Nach dieser Formel (deren Zusammenhang man am gehörigen Orte nachsehen wolle), ergeben sich folgende Zeitbestimmungen:

A. Für $a = 2$, $b = 2$, $c = 1$,
sey der Hemmungsgrad $m = 1$,
so ist $t = 1{,}0986 = 2{,}1972$ Secunden.
$m = 0{,}9$ giebt $t = 1{,}3499 = 2{,}6998$ —
$m = 0{,}8$ — $t = 1{,}7917 = 3{,}5834$ —
$m = 0{,}7$ — $t = 3{,}0445 = 6{,}089$ —

Für $m = 0{,}6$ wird schon der Logarithme, welcher die Zeit anzeigt, unmöglich; d. h. c sinkt nicht mehr zur Schwelle; der Hemmungsgrad 0,6 reicht nicht mehr hin, um das Drängen des a und b gegen c so stark zu machen, dass c ganz aus dem Bewusstseyn verschwinden müsste.

B. Für $a = 10$, $b = 10$, $c = 1$,
sey der Hemmungsgrad $m = 1$,
so ist $t = 0{,}11552 = 0{,}23104$ Secunden
$m = 0{,}9$ giebt $t = 0{,}12921 = 0{,}25842$ —
$m = 0{,}8$ — $t = 0{,}14660 = 0{,}2932$ —
$m = 0{,}7$ — $t = 0{,}16942 = 0{,}33884$ —
$m = 0{,}6$ — $t = 0{,}20067 = 0{,}40134$ —
$m = 0{,}5$ — $t = 0{,}24613 = 0{,}49226$ —
$m = 0{,}4$ — $t = 0{,}31845 = 0{,}6369$ —
$m = 0{,}3$ — $t = 0{,}45198 = 0{,}90396$ —
$m = 0{,}2$ — $t = 0{,}78845 = 1{,}5769$ —

Für $m = 0{,}1$ wird der Logarithme unmöglich.

Diese beyden Beyspiele, in welchen wir der Kürze wegen einerley Hemmungsgrad für sämmtliche Paare

von Vorstellungen angenommen haben, können zu einiger Übersicht schon hinreichen.

Dass für $a = b = 2$ der Hemmungsgrad $m = 0{,}6$ nicht mehr zu gebrauchen seyn würde, und eben so wenig für $a = b = 10$ der Hemmungsgrad $m = 0{,}1$: dies zeigt ein Täfelchen in dem grössern psychologischen Werke *).

Denn für $m = 0{,}6$ soll dort, wenn $b = a$, beydes $= 2{,}18$ seyn, um $c = 1$ auf die Schwelle zu treiben. Desgleichen für

$$m = 0{,}5,\ a = b = 2{,}561$$
$$m = 0{,}4,\ a = b = 3{,}108$$
$$m = 0{,}3,\ a = b = 4$$
$$m = 0{,}2,\ a = b = 5{,}74$$
$$m = 0{,}1,\ a = b = 10{,}84$$

welche letztre Angabe zu erkennen giebt, dass für $a = b = 10$ der Hemmungsgrad $m = 0{,}1$ schon zu klein war.

Die Gleichheit des a und b ist hier nur der bequemern Übersicht wegen angenommen worden. Den merkwürdigen Umstand, dass für den Schwellenwerth $c = 1$, bey grösster Verschiedenheit der Werthe von a, sich b innerhalb sehr enger Gränzen halten muss, kennt man aus dem frühern Werke **). Eine Analogie damit wird sich anderwärts zeigen.

Beym Anblick obiger Zahlen wolle man nicht fragen, mit welchen Erfahrungen wir unsre Hunderttausendtheile von Secunden belegen. Es versteht sich von selbst, dass nicht einmal die Hunderttheile zu verbürgen sind. Die Zahlen sind so hingeschrieben, wie die Rechnung sie gab; indem die Fortschreitung solcher Zahlen einiges

*) Daselbst §. 56. In der Formel für b ist dort ein Druckfehler. Statt $8m^2$ lese man $8m$.

**) Daselbst §. 55.

Interesse hat, und zu künftigen Vergleichungen Anlass geben kann. Die Psychologie wäre glücklich, wenn ihr in allen Puncten soviel erfahrungsmässig bestimmtes zu Hülfe käme, wie oben (in 57) ist nachgewiesen worden. Mögen aber Andre versuchen, uns Erfahrungen entgegen zu stellen! Das würde leicht seyn, wenn unsre Formeln, anstatt der Bruchtheile von Secunden etwa Minuten, oder selbst viele Minuten anzeigten. Denn alsdann würde man mit Recht sagen, ein so spät sich herstellendes Gleichgewicht unter drey einfachen Vorstellungen lasse auf eine Trägheit aller geistigen Bewegungen schliessen, der man die menschlichen Köpfe im Allgemeinen nicht anklagen könne.

Ein andrer wichtiger Punct, bey welchem die Einheit der Zeit auf Bestimmung wartete, ist das zeitliche Entstehen der Vorstellungen *). Wenn man die Werthe nachsieht, welche aus der Formel

$$z = \varphi\ (1 - e^{-\beta t})$$

wo φ die Empfänglichkeit, β die Intensität einer anhaltenden sinnlichen Wahrnehmung bedeutet, für angenommene Zeiten hervorgehn **), so kann man es einigermaassen befremdend finden, dass in so kurzen Zeiten wie $t = \frac{1}{2}$ und $t = 1$, also in einer oder zwey Secunden, schon ein so bedeutendes Quantum des Vorstellens entstehen, und so viel von der Empfänglichkeit erschöpft werden solle. Allein erstlich kommt hiebey Alles auf die noch zu bestimmende Grösse β an. Diese wurde in unsern Rechnungen bloss willkührlich, zum Behuf der Rechnung, angenommen. Zweytens darf man gar

*) Psychologie §. 94 u. s. f.

**) Daselbst §. 95 vergleiche man die Werthe von z in den Täfelchen.

nicht glauben, das, was uns im sinnlichen Wahrnehmen eigentlich beschäftigt, und worüber die Zeit merklich hingeht, sey das blosse Sammeln der momentanen Wahrnehmungen. Es ist vielmehr hauptsächlich die Reproduction der älteren gleichartigen Vorstellungen, nebst dem, was sich daran knüpft, die Wölbung und Zuspitzung in Ansehung der oben erwähnten verworrenen Neben-Vorstellungen. Man sieht, und man strebt genauer zu sehn. Man hört, und man will genauer hören. Denn das früher schon Gesehene und Gehörte drängt sich herbey, und doch ist es nicht genau oder nicht ausschliessend das, was sich eben jetzt, zum Sehen und Hören darbietet. Dazu kommt nun noch die Configuration; beym Sehen die räumliche, beym Hören gesprochener Worte die Verknüpfung der Vocale und Consonanten zu Sylben, Worten, Sätzen, Perioden. Wer auf Umstände der Art nicht achtet, der wird nicht einmal richtige psychologische Analysen zu Stande bringen; vielweniger zwischen Rechnung und Erfahrung die gehörige Vergleichung machen können.

Den obigen Zeitbestimmungen könnten noch andre beygefügt werden; allein es scheint nicht nöthig. Was die Zeiten des Sinkens zur Schwelle anlangt, so fällt zwar in die nämliche Zeit ein geringeres Sinken der stärkeren Vorstellungen, neben welchen die schwächeren aus dem Bewusstseyn verschwinden; und es wäre leicht, auch dies Sinken seiner Grösse nach zu berechnen, um es jenem Verschwinden gegenüber zu stellen. Man weiss aber schon aus den früheren Untersuchungen *), dass dieses durch die Hemmungs-Verhältnisse bestimmt ist.

Indessen wollen wir nicht unbemerkt lassen, dass

*) Psychologie §. 75.

sich von diesem proportionalen Sinken mehrerer einander widerstrebender Vorstellungen eine Ansicht fassen lässt, dergleichen Einige bey der Lehre vom statischen Moment am Hebel anzubringen pflegen. Denn obgleich hier nichts vorkommt, was sich mit der Länge der Hebel-Arme vergleichen liesse, so zeigt sich doch eine Analogie mit dem grössern Bogen, welche ein Gewicht am längern Arme durchlaufen müsste, wenn es zur Bewegung käme. Dem Bogen nämlich würde die Geschwindigkeit entsprechen; und das kleinere Gewicht hätte eine grössere Geschwindigkeit, mithin gleich viel Bewegung, wie am kürzern Hebel-Arme das grössere Gewicht. Gegen diese Art, den Hebel zu betrachten, haben wir zwar anderwärts eine Erinnerung gemacht *); allein passender ist eine analoge Betrachtung hier, wo Vorstellungen zusammen sinken, weil sie noch nicht im Gleichgewichte sind, sondern erst dadurch, dass sie sinken, sich demselben nähern. An sich nämlich ist eine schwächere Vorstellung gewiss nicht im Gleichgewicht mit einer stärkern; sie kann nur dazu gelangen, indem sie gerade durchs Sinken in den Zustand des Strebens übergeht. Hiedurch gewinnt sie nicht bloss überhaupt Energie, sondern mehr Energie als die minder sinkende stärkere; und durch diesen Factor erst kann sie ersetzen, was der ursprünglichen Stärke zum Gleichgewichte fehlt. Vorstellungen, die in endlicher Zeit zur Schwelle sinken, gelangen zwar niemals dahin; sie müssten negativ werden, welches ungereimt ist. Aber bevor sie zur Schwelle getrieben sind, haben sie dennoch eine solche Geschwindigkeit, welche der Annäherung zum Gleichgewichte (obgleich ein solches hier nur ein imaginäres ist), entspricht.

*) Metaphysik §. 387.

indem sie von der ursprünglichen gemeinschaftlichen Hemmungssumme, in Verbindung mit den Hemmungs-Verhältnissen, bestimmt wird. Setzt man nun in Gedanken die Geschwindigkeiten des Sinkens, wodurch die Energien erzeugt werden (da die Vorstellungen an sich weder Kräfte sind noch Kräfte haben), an die Stelle der Energie selbst, so hat man hier eine ähnliche Ansicht wie dort, wo entgegengesetzte Bewegungen sich aufheben sollen, wenn den Geschwindigkeiten das umgekehrte Verhältniss der bewegten Massen zugeschrieben wird; nur dass hier nicht Bewegungen einander aufheben sondern einander entsprechen, weil sie von einem gemeinschaftlichen Grunde abhängen, dem sie, bey ungleicher Stärke der Vorstellungen, doch gleichmässig Genüge leisten müssen.

Bemerkungen über die Bildung und Entwickelung der Vorstellungsreihen.

Am gehörigen Orte ist gezeigt worden, dass die Reproduction einer vorhandenen Reihe von Vorstellungen in der nämlichen Ordnung und Folge, wie dieselbe war gegeben worden, hauptsächlich von der Abstufung der Reste herrühre, welche bey der reproducirenden Vorstellung zu unterscheiden sind. Denn die grössern Reste wirken anfangs geschwinder auf ihre Clienten, wenn wir solche Benennung denjenigen Vorstellungen geben dürfen, welche reproducirt werden. Die kleinern Reste wirken anfangs langsamer, aber beharrlicher. Wofern nun hemmende Kräfte entgegen wirken, so giebt es Maxima, über welche die Reproductionen nicht hinausgehn; diese Maxima folgen nach einander in der Ordnung jener grössern und kleinern Reste, wenn man das Übrige gleichsetzt *).

Diese Theorie bedarf nun noch gar sehr der weiteren Ausbildung. Gegenstand derselben ist zunächst der gedächtnissmässige Gedankenlauf, welcher den Faden früher erworbener Vorstellungen auf gegebenen Anlass treulich so wieder abwickelt, wie die Verknüpfung war gebildet worden.

Will man die Formeln dafür ohne nähere Bestimmung so gebrauchen wie sie vorliegen, so finden sich zwar die Maxima nach einander gemäss der Ordnung

*) Psychologie §. 86 u. s. w.

jener Reste, allein es zeigt sich dabey folgender Umstand. Seyen die Vorstellungen *a*, *b*, *c*, *d*, so gelangt *b* zu einem Maximum, während *a* nicht bloss noch im Bewusstseyn gegenwärtig ist, sondern auch noch nicht unter jenes Maximum des *b* herabgesunken ist. Demnach bleibt *a* hervorragend über *b*; desgleichen *b* über *c*; *c* über *d*, und so ferner. Die Vorstellungen kommen dem gemäss zwar allmählig zu einander hinzu, aber die frühern weichen nicht vor den folgenden.

Nun lässt sich nicht leugnen, dass es der Erfahrung gemäss oft wirklich so geschieht; und es kann noch weit öfter so geschehn als wir es bemerken. Denn sobald irgend ein äusseres Handeln hinzukommt, wäre es auch nur Sprechen oder Schreiben, so brauchen die frühern Vorstellungen gar nicht ihr Maximum zu erreichen, um die Handlung zu veranlassen; erfolgt aber die That und deren äussere Erscheinung, so werden hiedurch, nämlich durch die Wahrnehmung dessen was gethan ist, die entsprechenden Vorstellungen höher gehoben; dadurch verlieren die reproducirenden Reste ihre Spannung gemäss der Folge der ausgeführten Handlungen; diese Spannung bleibt aber den folgenden Resten, bis auch diese zum Thun gelangen; und die Reihe läuft ab, während die dazu gehörigen Handlungen eine zur andern hinzukommen.

Im täglichen Leben greift der Mensch zu den äussern Hülfsmitteln der Beschäfftigung, oder er sucht Gesellschaft, wenn er sich seine Vorstellungen zu entwickeln wünscht. Dem Einsamen und zugleich Unbeschäfftigten stocken die Gedanken. Das stille Denken ist überdies grossentheils merklich ein zurückgehaltenes Sprechen; und man hat allen Grund anzunehmen, dass wirklich

ein Handeln dabey vorgeht, welches für die Seele schon ein äusseres Handeln ist; nämlich ein Anregen der Nerven, welche die Sprachorgane regieren; nur nicht stark genug um die Muskeln zu bewegen.

Daher ist die Theorie nicht bloss richtiger sondern auch vollständiger als sie auf den ersten Blick scheinen möchte. Sie macht aufmerksam, dass man die Erfahrung genauer beobachten soll.

Gleichwohl ist es einer fortgesetzten Untersuchung werth, ob die Sache sich immer und nothwendig so verhalte; ob also die Vorstellungen wirklich nur zu einander hinzukommen, oder ob unter näher zu bestimmenden Bedingungen die frühern vor den spätern zurückweichen.

Sehr verschiedene Puncte kommen hier zugleich in Betracht, die aber nur nach einander können angegeben werden.

I. Die erste Voraussetzung, unter welcher die schon längst bekannt gemachten Formeln auf jenes Resultat führen, ist diese: die reproducirende Vorstellung habe einen vesten Stand im Bewusstseyn. Wie aber wenn sie selbst im Sinken begriffen ist; so dass eben die Reste, welche reproducirend wirken, zugleich während dieses Wirkens, einer nach dem andern im Bewusstseyn eine niedrigere Stellung bekommen? Dass ihr Reproduciren sich dadurch vermindern muss, dass hiemit auch die reproducirten Vorstellungen eine nach der andern einen Verlust erleiden, also die frühern den spätern mehr Platz machen müssen, leuchtet im Allgemeinen schon ein. Und die Voraussetzung eines vesten Standes im Bewusstseyn passt zwar näherungsweise auf die herrschenden Vorstellungsmassen, nicht aber auf

solche Vorstellungen, die selbst in einer sich evolvirenden Reihe liegen; auch nicht auf die stärkern unter denselben.

Um nun die Sache zu prüfen, müssen wir zuerst das Gesetz des Sinkens zurückrufen.

Die Vorstellung P sey irgend einer Hemmungssumme dergestalt unterworfen, dass ein Bruchtheil von ihr sinken müsse, den wir mit kP bezeichnen. Kommt keine weitere Bestimmung hinzu, so ist $k\sigma$ der entsprechende Bruchtheil des Gehemmten σ in der Zeit t. Demnach $kP - k\sigma$ das noch Übrige, welches in dem Zeittheilchen dt für P die Nothwendigkeit seiner ferneren Hemmung bestimmt, mithin

$$k\ (P - \sigma)\ dt = kd\sigma$$

Wofern aber die nämliche Hemmungssumme zugleich auf ältere Vorstellungen fällt, und diese nöthigt, für kurze Zeit unter ihren statischen Punct herabzusinken, so streben sie fortwährend, zu demselben zurückzukehren; wirken dadurch gegen P, dass es noch schneller sinke, welches wiederum auf sie zurückwirkt; und dies geschieht in dem Maasse, wie ein andrer Theil der Hemmungssumme sie während der Zeit t zum Sinken gebracht hat. Das Gesunkene derselben sey $k'\sigma$, so vermehrt sich die ganze Nöthigung zum Sinken während des Zeittheilchens dt um $k'\sigma$, und hievon fällt auf P der Bruchtheil k. $k'\sigma$; mithin ist nun

$$k\ (P - \sigma + k'\sigma)\ dt = kd\sigma$$

wo, wie schon zuvor, der Factor k für die Rechnung überflüssig ist. Es sey aber ferner $1 - k' = q$, so ist kürzer ausgedrückt

$$(P - q\sigma)\ dt = d\sigma$$

und da für $t = o$ auch $\sigma = o$,

$$\sigma = \frac{P}{q}\ (1 - e^{-qt})$$

wobey zu bemerken, dass wenn jener Bruchtheil k', (welcher andeutet, wiefern die andern Vorstellungen unter ihren statischen Punct herabgedrückt, also aus dem Gleichgewicht gebracht sind) sehr gering ist, alsdann q sehr nahe $= 1$ seyn muss. Dies braucht aber nicht immer der Fall zu seyn.

Es sey nun P bis auf seinen Rest $= r$ herabgesunken. So ist

$$r = P - k\sigma = P - \frac{kP}{q}\left(1 - e^{-qt}\right)$$

Ein eben so grosser Rest sey aus früherer Zeit verschmolzen mit dem Reste ϱ der Vorstellung Π; er habe während der Zeit t das Quantum A, einen Theil von ϱ, reproducirt; so ist dies geschehen nach einer schon bekannten Formel

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$$

welche sich ergiebt aus der Differentialgleichung

$$\frac{r\varrho}{\Pi} \cdot \frac{\varrho - \omega}{\varrho} \cdot dt = d\omega$$

Hier ist r die wirkende Kraft; $\frac{\varrho}{\Pi}$ das Verhältniss, in welchem Π die Wirkung annimmt; $\frac{\varrho - \omega}{\varrho}$ das Verhältniss, worin, nachdem schon ω im Verlauf der Zeit t hervorgetreten, jetzt, im nächsten Zeittheilchen, die Wirkung noch fortdauert *). Dabey wird r als constant vorausgesetzt.

Weil nun die obige veränderliche Grösse

$$r = P\left[1 - \frac{k}{q}\left(1 - e^{-qt}\right)\right]$$

*) Psychologie §. 86.

in diese constante übergegangen ist, so muss man für t einen bestimmten Werth setzen. Die abgelaufene Zeit also, während welcher durch den mit ϱ verbundenen Rest r die Grösse ω bis zu dem Quantum A gehoben wurde, — werde mit t' bezeichnet. So lange diese Zeit noch in ihrem Verlaufe begriffen war, sank zwar P, allein die reproducirende Wirkung auf Π hing immer von einerley r ab, welches mit ϱ verbunden war. Jetzt aber sinkt P unter die Grösse $= r$ herab; also muss auch die Reproduction sich vermindern, und die Formel dafür muss verändert werden. Wir werden also die Differentialgleichung so abfassen:

$$P\left[1-\frac{k}{q}\,(1-e^{-qt})\right].\ \frac{\varrho-\omega}{\Pi}.\ dt = d\omega$$

und dieselbe so integriren, dass für $t = t'$ auch $\omega = A$ sey. Man findet zunächst

$$(\varrho-A)\ e^{-\frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)t-\frac{k}{q^2}.\ e^{-qt}\right]} =$$

$$(\varrho-\omega)\ e^{-\frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)t'-\frac{k}{q^2}.\ e^{-qt'}\right]}$$

und hieraus

$$\omega = \varrho-(\varrho-A)\ e^{-u}$$

wenn $u = \frac{P}{\Pi}\left[\left(1-\frac{k}{q}\right)(t-t')+\frac{k}{q^2}\,(e^{-qt'}-e^{-qt})\right]$

Um den Sinn dieser Formel zu überlegen, gehn wir zurück zu dem Ausdrucke für r. Da nämlich r ein Bruch von P seyn soll, so sey $r = mP$; alsdann ist

$$m = 1-\frac{k}{q}\,(1-e^{-qt})$$

mithin $e^{-qt} = 1-\frac{q}{k}\,(1-m)$

und $t = \frac{1}{q}\ \log\ \frac{k}{k-(1-m)\,q}$

Hier darf der Nenner nicht negativ und nicht $= o$ werden, damit nicht eine unmögliche oder unendliche Zeit herauskomme; also ist folgende Gleichung:

$$k = (1 - m)\, q$$

eine Gränzgleichung, welche anzeigt, dass $m > 1 - \frac{k}{q}$, also dass r nicht jeder beliebig kleine Bruch von P werden könne, sondern dass dieses nach den angenommenen Brüchen k und q seine Gränze habe, die in keiner Zeit könne überschritten werden. Hat man, innerhalb der Gränze, m bestimmt, so ergiebt sich hieraus, und aus k und q, die zugehörige Zeit.

Es kommt ferner darauf an, k und q zu bestimmen. Soll die allmählige Hemmung der Vorstellung P eine bedeutende Folge haben, so wird man k nicht zu gering — etwa zwischen $\frac{1}{2}$ und 1, — annehmen. Alsdann ist das Einfachste, $k = q$ zu setzen. Dies ist ohnehin die Voraussetzung, wenn die Hemmungssumme zwischen P und den dadurch unter ihren statischen Punct herabgedrückten Vorstellungen getheilt werden soll; denn alsdann ist $(k + k')\, \sigma = \sigma$, $k + k' = 1$, und da $q = 1 - k'$, so folgt $q = k$. Hiemit verkürzt sich die Formel für ω. Denn nun ist $1 - \frac{k}{q} = o$, also

$$u = \frac{P}{\Pi q}\,(e^{-qt'} - e^{-qt})$$

und $\omega = \varrho - (\varrho - A)\, e^{-\frac{P}{\Pi q}\,(e^{-qt'} - e^{-qt})}$

Indem t wächst, verschwindet mehr und mehr e^{-qt}, und ω nähert sich einer Gränze, die man, wenn t' ein kleiner Bruch ist, durch den Ausdruck

$$\varrho - (\varrho - A)\, e^{-\frac{P}{\Pi q}} [1 - qt + \tfrac{1}{2} q^2 t^2]$$

hinreichend angeben kann. Das abzuziehende $\varrho - A$ verschwindet also nicht ganz; sondern die Gränze für ω, welche sonst ϱ ist, findet sich um so mehr erniedrigt, wenn das reproducirende P gegen Π nicht zu gross ist.

Während aber diese Reproduction des Restes r sich vermindert, wirken andre kleinere Reste von P noch so lange unvermindert auf die mit ihnen verbundenen Π', Π'', Π''' u. s. w., bis auch sie von dem allmähligen Sinken des P getroffen werden. Stehen nun allen diesen Reproductionen die hemmenden Kräfte entgegen, (wovon weiterhin,) so lässt sich schon hieraus zum Theil begreifen, wie die Reihe abläuft; indem ein früher gehobenes ω dem Widerstande nicht bloss überhaupt (was schon die ältern Rechnungen lehren) früher weicht, sondern auch schnell genug sinkt, um sich hinter dem nächstfolgenden ω zurückzuziehn. Und dies kann selbst dann, wenn q ein wenig grösser ist als k, sich nicht stark verändern, da der Unterschied zwischen zwey ächten Brüchen, die beyde nahe an 1 seyn sollen, nicht gross seyn kann.

II. Auf Vorstellungen, die im Sinken begriffen sind, wirkt, so lange die Hemmungssumme nicht ganz gesunken ist, eine Kraft, der sie noch weiter nachgeben müssen. Dies gilt auch denjenigen, von welchen die Hemmung herrührt, so lange die Reproduction, welche sie zwar verzögern aber nicht ganz hindern können, noch fortschreitet. Während nun die Reste der Vorstellung P das Hervortreten der Π, Π', Π'', Π''' u. s. w. noch fördern können, ist für diese Π freyer Raum vorhanden; und es kommt in Frage, ob sie bloss passiv

gehoben werden, oder ob sie den freyen Raum, wie gering er auch seyn möge, vielleicht selbstthätig benutzen werden?

Um hier wenigstens den Begriff des Fragepuncts klar zu machen dient folgende kurze Rechnung.

$$\text{Wenn } \omega = \varrho\ (1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}})$$
$$\text{so ist } \frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi}\ e^{-\frac{rt}{\Pi}}.$$

Dieses ist der Ausdruck für die Geschwindigkeit, womit in dem Zeittheilchen dt die Reproduction des ω durch den Rest r vor sich geht. In demselben Augenblick würde die Vorstellung Π, wovon ω ein Theil ist, sich, falls sie dazu stark genug wäre, mit einer Energie $= \Pi - \omega$ erheben, da dieser Theil von ihr noch gehemmt ist. Also wäre dann

$$\frac{d\omega}{dt} = \Pi - \omega$$

und es kommt in Frage, ob dieser oder jener Differentialquotient der grössere sey? Denn der grössere bestimmt die augenblickliche Geschwindigkeit. Nun wird bey der ganzen Betrachtung vorausgesetzt, Anfangs habe sich Π nicht von sich selbst heben können, wohl aber sey die Reproduction durch r begonnen worden.
Anfangs also war

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi}$$

welches sich ergiebt, indem man in dem obigen Ausdruck $t = o$ setzt. Zugleich ergiebt sich, dass diese Geschwindigkeit grösser war als Π; sonst wäre Anfangs $d\omega = \Pi dt$ gewesen. Aber aus

$$\frac{r\varrho}{\Pi} > \Pi$$

$$\text{folgt } \frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho}$$

welche Ungleichheit der Verhältnisse muss vestgehalten werden. Da nun die Geschwindigkeit, welche der Rest r bewirkt, beständig abnimmt, so fragt sich, ob zu irgend einer Zeit die Abnahme so weit gehe, dass die andre Geschwindigkeit $\Pi - \omega$ grösser werde? denn wenn dies geschieht, so wird sich ω gleichsam losreissen von r, um für den Augenblick seinem eignen Zuge zu folgen.

Zum Versuch setzen wir die Gleichung auf:

$$\frac{r\varrho}{\Pi} e^{-\frac{rt}{\Pi}} = \Pi - \omega = \Pi - \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$$

woraus $\left(\frac{r\varrho}{\Pi} - \varrho\right) e^{-\frac{rt}{\Pi}} = \Pi - \varrho$

und $\frac{\Pi}{r} \log \frac{\varrho}{\Pi - \varrho}\left(\frac{r}{\Pi} - 1\right) = t$

Deutlicher vielleicht

$$\frac{\Pi}{r} \log \frac{\frac{r}{\Pi} - 1}{\frac{\Pi}{\varrho} - 1} = t$$

wo der Logarithme nicht negativ seyn kann, weil $\frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho}$ seyn soll, nach der Voraussetzung. Die Einwendung, der Nenner würde unendlich, wenn $\Pi = \varrho$, kann nicht statt finden; denn eine geringe Differenz ist hier hinreichend, und im strengsten Sinne ungehemmt konnte Π nicht mit r verschmelzen, sobald die Vorstellungen Π und P auch nur im mindesten verschieden sind.

III. Wir fassen jetzt einige, hier zunächst minder bedeutende Umstände kurz zusammen.

1) Die frühern Glieder der Reihen bereiten das Steigen nicht bloss der nähern, sondern auch der entferntern unter den nachfolgenden. Daraus entsteht für jedes spätere eine Zusammenwirkung von mehrern vorhergehenden; die sich jedoch mit dem Sinken der frühern vermindert.

2) Die weiterhin folgenden wirken zurück auf die vorhergehenden. Dies kommt unter andern in Ansehung des absichtlichen Handelns in Betracht, wo die Vorstellung des Zwecks die Mittel herbeyruft, deren Reihe bis zum Zwecke fortläuft.

3) Je zwey nächste Glieder sind unter sich verbunden; oft so nahe, dass sie fast in einander fliessen; wovon die beyden Vocale eines Diphthongs ein auffallendes Beyspiel geben; und kaum weniger auffallend die zunächst einander folgenden Consonanten, wenn solche nicht durch einen Vocal getrennt sind. Dass hiebey keine Umkehrungen vorzukommen pflegen, ist eine starke Probe von der Gesetzmässigkeit, welcher die einmal gebildeten Vorstellungsreihen in ihrer Entwickelung treu bleiben.

Indessen diese Umstände sind nicht gleich wesentlich, denn es giebt in Hinsicht derselben grosse Verschiedenheiten, die sich zwar daran offenbaren, dass einige Vorstellungsreihen weit leichter als andere gefasst und behalten werden; die aber eben deswegen anfangs, so lange man nur im Allgemeinen die Möglichkeit der Reproduction untersucht, müssen bey Seite gesetzt werden. Wir eilen zur Hauptsache.

IV. Von sehr allgemeiner Anwendung ist folgendes.

Man weiss, dass in der Psychologie, wo kein Beharrungsvermögen (keine sogenannte *vis inertiae*, wie bey

Körpern) vorkommen kann, das Steigen oder Sinken der Vorstellungen unmittelbar durch die Kräfte bestimmt wird; indem also $\frac{d\omega}{dt}$ die Geschwindigkeit anzeigt, womit eben jetzt ω sich hebt, erkennt man darin nicht etwa die blosse Fortsetzung einer frühern Bewegung, sondern die jetzige Wirksamkeit, wodurch ω steigt; mag übrigens der Sitz dieser Wirksamkeit seyn welchen man wolle.

Gesetzt nun, es gebe mehrere solche Wirksamkeiten zugleich, und für alle einen gemeinsamen Widerstand: so wird zwar dieser Widerstand, so fern er nachgiebig ist, durch jene alle gemeinschaftlich zum Weichen gebracht; allein dazu gehört Zeit; und in wie fern die Geschwindigkeit dieses Weichens nicht kann plötzlich vermehrt werden, bleibt in jedem Augenblicke ein Hinderniss jener Wirksamkeiten, worunter die schwächern derselben desto mehr leiden müssen, je mehr — für den Augenblick, — die stärkeren sich gelten machen. In diesem Sinne kann man sagen, die stärkeren drängen den Widerstand gegen die schwächeren.

Wenn eine eben aufgeregte Vorstellungsreihe sich Bahn macht unter den andern Vorstellungen, die sonst im Bewusstseyn würden ungestört gewesen seyn, so können wir diese andern als einen gemeinsamen Widerstand ansehen, (zufällige Umstände bey Seite setzend;) und alsdann unser Augenmerk auf die Geschwindigkeiten $\left(\text{wie } \frac{d\omega}{dt}\right)$ richten, welche den einzelnen Gliedern der Vorstellungsreihe zukommen.

Zwey von diesen Gliedern seyen, wie vorhin, Π' und Π'': gehoben durch die mit ihnen verbundenen

Reste r' und r'' der reproducirenden Vorstellung P. Also gemäss dem, was schon oben (II) erinnert worden, giebt die allgemeine Formel

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$$

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{r'\varrho}{\Pi'} e^{-\frac{r't}{\Pi'}} \text{ und } \frac{d\omega''}{dt} = \frac{r''\varrho}{\Pi''} e^{-\frac{r''t}{\Pi''}}$$

Fragt man, welche von diesen Geschwindigkeiten die grössere, und hiemit gegen den Widerstand die stärkere sey, so zeigt der Augenschein, dass zwar für $t = o$, wenn $\Pi' = \Pi''$, bey gleichem ϱ, hingegen $r' > r''$, die Geschwindigkeit $\frac{d\omega'}{dt}$ die grössere und stärkere ist; dass sie aber nicht die grössere bleibt, indem ihre Exponentialgrösse desto schneller verschwindet, je grösser r. Demnach wird der Widerstand zwar Anfangs dahin stärker drängen, wo in der Vorstellungsreihe die schwächern r sich befinden; allein späterhin sich mehr gegen die vordern Glieder der Reihe wenden, und diese gegen jene zurückdrängen.

Es muss einen Augenblick geben, in welchem je zwey solche Geschwindigkeiten wie die obigen, unter sich gleich sind, also auch gleichen Druck des Widerstandes tragen. Man setze

$$\frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r't}{\Pi}} = \frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}}$$

$$\text{so ist } r' : r'' = e^{-\frac{r''t}{\Pi}} : e^{-\frac{r't}{\Pi}}$$

$$\text{und } \log r' - \log r'' = \frac{r't}{\Pi} - \frac{r''t}{\Pi}$$

$$\text{mithin } \Pi . \frac{\log r' - \log r''}{r' - r''} = t$$

Man dividire die Differenz der Logarithmen der reproducirenden Reste durch die Differenz der Reste selbst; der Quotient, multiplicirt mit der, als gleich angenommenen, Stärke derjenigen Vorstellungen, welche reproducirt werden, ergiebt den Zeitpunct, in welchem die Reproductionen zu gleicher Geschwindigkeit gelangen.

Diese Zeitpuncte scheiden die beyden Zeiten, worin, zuerst $\frac{d\omega'}{dt}$, dann $\frac{d\omega''}{dt}$, mehr gegen den Widerstand vordringt. Um aber die Folge dieser Zeitpuncte, worauf vorzugsweise die Evolution der Vorstellungsreihen zu beruhen scheint, zur Übersicht zu bringen, wollen wir für r', r'', u. s. w. eine Reihe von Zahlen annehmen. Es versteht sich, dass hier natürliche Logarithmen gebraucht werden.

Es sey $r' = 10$, $r'' = 9$, so ist $\frac{l10 - l9}{10 - 9} = 0{,}10536$

$r' = 10$, $r''' = 8$, $\frac{l10 - l8}{10 - 8} = 0{,}11157$

$r' = 10$, $r'''' = 7$, $\frac{l10 - l7}{10 - 7} = 0{,}11889$

$r' = 10$, $r''''' = 6$, $\frac{l10 - l6}{10 - 6} = 0{,}12770$

ferner $r'' = 9$, $r''' = 8$ giebt $\frac{l9 - l8}{9 - 8} = 0{,}11778$

$r'' = 9$, $r'''' = 7$ $\frac{l9 - l7}{9 - 7} = 0{,}12565$

$r'' = 9$, $r''''' = 6$ $\frac{l9 - l6}{9 - 6} = 0{,}13515$

ferner $r''' = 8$, $r'''' = 7$ giebt $\frac{l8 - l7}{8 - 7} = 0{,}13353$

$r''' = 8$, $r''''' = 6$ $\frac{l8 - l6}{8 - 6} = 0{,}14384$

u. s. w.

Damit die Formel richtig verstanden werde, muss man bemerken, dass $\frac{\Pi}{r' - r''}$ eine Zahl ist, die mit einer andern Zahl, nämlich $\log r' - \log r''$, multiplicirt, wieder eine Zahl giebt. Diese letztre nun ist auf die Einheit der Zeit zu beziehen. Die Einheit für die Stärke der Vorstellungen ist hier nicht bloss unbestimmt, sondern gleichgültig.

Ist der Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit verflossen, so kann man fragen, ob der entstandene Unterschied bedeutend zunehme? Es gehe t über in $t + u$, so sind die beiden Geschwindigkeiten

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r'}{\Pi}(t+u)} \text{ und } \frac{d\omega''}{dt} = \frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''}{\Pi}(t+u)}$$

$$= \frac{r'\varrho}{\Pi} \cdot e^{-\frac{r't}{\Pi}} \cdot e^{-\frac{r'u}{\Pi}} \qquad = \frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}} \cdot e^{-\frac{r''u}{\Pi}}$$

und wenn u klein genug, so ist nahe

$$e^{-\frac{r'u}{\Pi}} = 1 - \frac{r'u}{\Pi} \text{ und } e^{-\frac{r''u}{\Pi}} = 1 - \frac{r''u}{\Pi}$$

Beyde Geschwindigkeiten sind im Abnehmen begriffen; die Verluste verhalten sich einer zum andern nahe wie $r' : r''$; die Abnahme überhaupt ist nahe dem Zeittheil u proportional.

Für die obigen Zahlen kann man Beyspielsweise $\Pi = 5$ annehmen; da nun (laut voriger Abhandlung) die Einheit der Zeit auf 2 Secunden zu schätzen ist, so wird das Zehnfache jener Zahlen für die Zeiten, in welchen die Geschwindigkeiten gleich werden, die Angabe in Secunden liefern. Diese Zeitbestimmung ist unabhängig von ϱ; welches jedoch für jede Geschwindigkeit und für jedes ω bestimmt seyn muss. Nicht jeden Theil von Π darf man in diesem Zusammen-

hange für ϱ annehmen, da (nach II) $\frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho}$ seyn muss. Es sey $\varrho = 4$; dies wird passen, wenn nur nicht r bis auf 6 herab vermindert ist.

Also für $\Pi = 5$, $\varrho = 4$, $r' = 10$, findet man

wenn $t = 0$, dann $\omega = 0$, und $\frac{d\omega}{dt} = 8$

wenn $t = 1{,}0536$ Secunden, $\omega = 2{,}6053$; $\frac{d\omega}{dt} = 2{,}789$.

Für dieselben Werthe von Π und ϱ, aber $r'' = 9$,

wenn $t = 0$, $\omega = 0$, $\frac{d\omega}{dt} = 7{,}2$

wenn $t = 1{,}0536$ Secunden, $\omega = 2{,}4502$, $\frac{d\omega}{dt} = 2{,}789$.

Hiebey ist nun noch kein Widerstand in Rechnung gezogen; aber man sieht, dass ein solcher vor der angegebenen Zeit anders als nach derselben einwirken werde, wenn er jedesmal die geringere Geschwindigkeit noch mehr verzögert. Denn die zuvor grössere Geschwindigkeit verliert jetzt in dem Verhältniss 10 : 9 gegen den Verlust der andern, die ihr gleich geworden war.

Anmerkung 1. Wenn man den Ausdruck für die Zeit, nämlich $t = \Pi \frac{\log r' - \log r''}{r' - r''}$, in den für die Geschwindigkeit, also in $\frac{r'\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r't}{\Pi}}$ oder in $\frac{r''\varrho}{\Pi} e^{-\frac{r''t}{\Pi}}$, substituirt: so findet sich eine Bestimmung der gleichen Geschwindigkeit durch r' und r''. Um die gestrichelten Buchstaben zu vermeiden, sey nun $r' = a$ und $r'' = b$; so giebt jene Substitution

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt} = \frac{\varrho}{\Pi} \cdot \left(\frac{b^a}{a^b}\right)^{\frac{1}{a-b}}$$

Dies führt auf den Gedanken, man könne die gleiche Geschwindigkeit, worin je zwey Reste r für einen bestimmten Augenblick zusammentreffend wirken müssen beliebig annehmen, auch zugleich die Differenz jener Reste willkührlich voraussetzen; und hieraus die Reste selbst berechnen.

Sey das obige $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{\varrho}{\Pi} \cdot V$, also $V = \left(\frac{b^a}{a^b}\right)^{\frac{1}{a-b}}$

und $V^{a-b} = \frac{b^a}{a^b}$, auch die bekannte Differenz $a - b = n$, während a und b unbekannt sind: so kommt $a^b V^n = b^a$, oder $b \log a + n \log V = a \log b$; und weil $a = b + n$,

$$b \log (b+n) + n \log V = (b+n) \log b$$

Da $\log (b+n) = \log b + \log \left(1 + \frac{n}{b}\right)$, so folgt

$$b \log b + b \log \left(1 + \frac{n}{b}\right) + n \log V = b \log b + n \log b.$$

oder $b \log \left(1 + \frac{n}{b}\right) = n - \frac{1}{2}\frac{n^2}{b} + \frac{1}{3}\frac{n^3}{b^2} - \frac{1}{4}\frac{n^4}{b^3} + \ldots + n \log V$

$= n \log b$ und $1 - \frac{1}{2}\frac{n}{b} + \frac{1}{3}\frac{n^2}{b^2} - \frac{1}{4}\frac{n^3}{b^3} + \ldots + \log V = \log b$

Hat man V und n passend angenommen, so dass b hinreichend gross gegen n seyn müsse, so wird

$$\text{nahe } 1 + \log V = \log b$$

Man kann also auch noch immer n so wählen, dass die Rechnung bequem sey zur weitern Annäherung, nachdem V schon vestgesetzt worden.

Beyspiel: für $\Pi = 5$ und $\varrho = 4$ soll die gleiche Ge-

schwindigkeit $= 5$ seyn. Also $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{4}{3} V = 5$, und $\frac{25}{4} = V$. Nun ist $1 + \log V = \log 17$ beynahe; man kann also füglich $n = 1$ setzen; es ist alsdann $1 - \frac{1}{3^4} + \log \frac{25}{4} = \log 16,496$; so dass ungefähr $b = 16,5$ und $a = 17,5$ wird. Man kann aber auch $n = 2$ setzen, woraus $1 - \frac{1}{17} + \log \frac{25}{4} = \log 16,018$; also nahe $b = 16$ und $a = 18$. In beyden Fällen wird die Zeit etwa 0,6 Secunden betragen; und die Geschwindigkeiten sind Anfangs beträchtlich grösser, als in dem frühern Beispiele.

Anmerkung 2. Aus $t = \Pi \frac{\log r' - \log r''}{r' - r''}$ sieht man unmittelbar, dass die Zeit so kurz seyn kann wie man will, wofern man Π im nämlichen Verhältniss verkleinert. In Ansehung der Reste, wenn $r' = r'' + u$, findet sich

$$\frac{t}{\Pi} = \frac{1}{u} \log \left(1 + \frac{u}{r''}\right) = \frac{1}{r''} - \frac{1}{2} \frac{u}{r''^2} + \frac{1}{3} \frac{u^2}{r''^3} - \cdots$$

welches, wenn die Reste gleich sind, also $u = 0$ ist, sich in $\frac{1}{r''}$ verwandelt; eine Gränze, die nicht überschritten werden kann; so dass, wenn t sehr klein seyn und dabey Π nicht in demselben Verhältnisse abnehmen soll, beyde Reste sehr gross sein müssen. Man kann auch $\log \frac{r'}{r''} = f$ als eine gegebene Grösse ansehn; dann ist $r' = r'' e^f$ und $\frac{t}{\Pi} r'' (e^f - 1) = f$, mithin

$$\frac{\Pi}{tr''} = \frac{e^f - 1}{f} = 1 + \frac{1}{2} f + \frac{1}{6} f^2 - \cdots$$

wo $f = 0$ für $r' = r''$ wird, und nicht negativ genommen werden darf.

V. Wenn eine Vorstellungsreihe sich im Bewusstseyn entwickelt, so hat sie nicht bloss denjenigen Widerstand zu überwinden, welcher von andern Vorstellungen herrührt, die sonst im Bewusstseyn würden gewesen seyn, und nun mehr oder weniger zurückgedrängt werden: sondern auch unter den Gliedern der Reihe wird es Gegensätze geben; daraus wird eine Hemmungssumme entstehn; diese Hemmungssumme wird sogar eine Zeitlang anwachsen, und jenen Widerstand, der zu überwinden ist, noch verstärken. Wenn wir nun, der Einfachheit wegen, auch nur Eine reproducirende Vorstellung P annehmen, deren verschiedene Reste r', r'', r''' u. s. w. mit Π', Π'', Π''' u. s. w. (den Gliedern der Reihe) verschmolzen sind: so geschieht doch die Reproduction von Anfang an durch alle diese Reste zugleich; die Gegensätze der verschiedenen Π bilden unter sich eine wachsende Hemmungssumme, zu welcher die sämmtlichen Π in dem Maasse beytragen, wie sie im Bewusstseyn emporsteigen. Wie gross diese Hemmungssumme sey, und nach welchem Gesetze sie wachse, lässt sich im Allgemeinen nicht vestsetzen; weil die Reihen höchst verschieden seyn können. Im gemeinen Leben wird oft genug bemerkt, Einiges sey schwerer, Anderes leichter zu behalten; diese Unterschiede kann man in demjenigen, was während der Reproduction verschiedentlich nach Zeit und Umständen im Bewusstseyn ist, nicht suchen, denn die grössere oder geringere Schwierigkeit des Behaltens (also eigentlich des Reproducirens, worin die Probe des Behaltens sich zeigt,) wird den Reihen selbst zugeschrieben.

Überdies kommen noch physiologische Nebenumstände hinzu; indem Jemand mehr oder weniger aufge-

legt ist, sich mit diesem oder jenem Gegenstande zu beschäfftigen, wenn das leibliche Befinden besser oder schlechter, wenn auch nur diejenige Disposition, welche durch Affecten irgend einer Art herbeygeführt wurde, günstiger oder ungünstiger einwirkt.

Die Mannigfaltigkeit dessen, wovon der Widerstand abhängt, ist demnach so gross, dass an eine allgemeine Regel seines Wirkens nicht zu denken ist; eben deshalb aber ist es passend, dass wir uns verschiedene Formen aufsuchen, wie er möglicherweise beschaffen seyn könnte, und welche Folgen, die man in der Erfahrung wieder erkennen wird, daraus hervorgehn mögen.

VI. Die einfachste Voraussetzung ist folgende: Wenn durch den Rest r der reproducirenden Vorstellung P, von dem mit ihm in Verbindung getretenen Reste ϱ der Vorstellung Π, im Laufe der Zeit t das Quantum ω hervorgetreten ist: so soll im nächsten Zeittheilchen dt der Bruch α von ω zum Sinken gedrängt werden; dergestalt dass α eine constante Grösse sey. Also

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \alpha\,\omega\,dt = d\,\omega$$

$$\text{woraus } \omega = \frac{\varrho}{1+\alpha\frac{\Pi}{r}}\left(1 - e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}\right)$$

Vergleicht man dies mit der bekannten Formel

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$$

welche aus dem eben gefundenen Ausdruck wieder hervorgeht, wenn $\alpha = o$ gesetzt wird: so zeigt sich, dass ω nun einer niedrigern Gränze sich geschwinder nähert;

dass aber ein eigentliches Maximum, worauf ein Sinken folgen würde, nicht statt findet; nämlich nicht unter der Voraussetzung, α sey constant.

Nun kann man diese Voraussetzung zunächst dadurch zurücknehmen, dass man eine schnelle Veränderung zulässt, die einer plötzlichen nahe kommen möge. Hieraus entstehn schon zwey Fragen. Erstlich: wie stark müsste sich α ändern, wenn $\frac{d\omega}{dt}=0$ werden sollte? Zweytens: wie gross wäre eine Veränderung, wodurch die Erhebungsgränze von ω unter den, zu einer bestimmten Zeit schon erreichten Standpunct sollte herabgesetzt werden?

1) Aus $\omega=\frac{\varrho}{1+\frac{\alpha\Pi}{r}}\left(1-e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}\right)$

folgt $\frac{d\omega}{dt}=\frac{r\varrho}{\Pi}e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}$

Dieses würde $=0$ werden, wenn eine gleiche negative Grösse plötzlich hinzukäme. War also für ein bestimmtes t' und ω'

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho-\omega')\,dt-\alpha\omega' dt=d\omega',$$

so müsste im nächsten Augenblicke statt dessen

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho-\omega')\,dt-\alpha\omega' dt-\alpha'\omega' dt=d\omega'$$

eintreten, wo α' den nöthigen Zusatz zu α ausdrückt, oder α sich in $\alpha+\alpha'$ dergestalt verwandeln würde, dass

$\alpha'\omega'=\frac{r\varrho}{\Pi}e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t'}$ wäre, um obiges $\frac{d\omega}{dt}$ aufzuheben. Hieraus folgt mit Zuziehung des Werths von ω' nun

$$\acute{\alpha} = \frac{r + \alpha \Pi}{\Pi} \cdot \frac{1}{e^{\left(\frac{r}{\Pi} + \alpha\right) t'} - 1}$$

welcher Zusatz um desto geringer wäre, je grösser t' schon angewachsen seyn würde. (Man denke sich etwa $\frac{r}{\Pi} = 2$, $\alpha = 0{,}3$, $t' = 1$, so ist $\acute{\alpha} = 2{,}3 . \frac{1}{9{,}974 - 1}$, also wenig über $\frac{1}{4}$.)

Von jetzt an wäre demnach $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi} e - \left(\frac{r}{\Pi} + \alpha + \acute{\alpha}\right) t$, zwar kleiner als zuvor, aber nicht negativ; und die Erhebungsgränze von ω, wäre nicht mehr, wie vorhin,

$$\frac{r\varrho}{r + \alpha \Pi},$$ sondern herabgesetzt auf $$\frac{r\varrho}{r + (\alpha + \acute{\alpha})\Pi}$$

Auch würde sich wegen der Veränderung des Exponenten, ω dieser Gränze schneller nähern als zuvor.

Wenn die Veränderung von α noch mehr betrüge, als hier gefunden worden, so müsste, im Augenblicke der Veränderung, ω eine negative Geschwindigkeit bekommen, also herabsinken von der erreichten Höhe; es würde aber gleich darauf doch fortfahren zu steigen; nur noch weniger als zuvor.

2. Der Ausdruck $\acute{\omega} > \frac{r\varrho}{r + \acute{\alpha}\Pi}$ bezeichnet eine dergestalt herabgesetzte Erhebungsgränze, dass $\acute{\omega}$ augenblicklich zurückgedrängt, obgleich dann wieder steigend, nicht mehr auf seinen schon erreichten Stand sich von neuem erheben könnte. Man hätte also

$$\acute{\alpha} > \frac{r(\varrho - \acute{\omega})}{\Pi \acute{\omega}}$$

oder, wenn man der Gränzbestimmung wegen das Gleichheitszeichen anstatt des Zeichens der Ungleichheit setzt,

$$\alpha' = \frac{\alpha e^{\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t} + \frac{r}{\Pi}}{e^{\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t} - 1}$$

wo der Nenner die Vergleichung mit dem vorhin (1.) gefundnen Werthe erleichtert; indessen kann man vielleicht noch deutlicher so schreiben:

$$\alpha' = \frac{\alpha + \frac{r}{\Pi} e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}}{1 - e^{-\left(\frac{r}{\Pi}+\alpha\right)t}}$$

Dass nun auch minder plötzliche Veränderungen des Widerstandes doch schnell entstehen, und den vorigen nahe kommen können, wird nach dem was oben (besonders unter IV) gesagt worden, wohl nicht zu bezweifeln seyn. Auch ist klar, dass wenn α plötzlich, oder schnell, kleiner wird, alsdann umgekehrte Erfolge eintreten müssen. Wahrscheinlicher jedoch sind solche Bestimmungen, vermöge deren der Widerstand allmählig wächst, indem die Glieder der Vorstellungsreihe emporsteigen, und dasjenige gegen sich in Spannung versetzen, was ihnen im Wege ist. Zu einer solchen gehen wir jetzt über.

VII. Anstatt des obigen α setze man $\mu\omega$, wo μ einen beliebigen ächten Bruch bedeutet. Also:

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)dt - \mu\omega^2 dt = d\omega$$

oder

$$dt = \frac{d\omega}{\frac{r}{\Pi}\varrho - \frac{r}{\Pi}\omega - \mu\omega^2}$$

Setzen wir $\sqrt{4\mu\varrho\frac{r}{\Pi} + \frac{r^2}{\Pi^2}} = a$, so giebt die Rechnung

$$t = \frac{1}{a} \log \frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu\omega}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu\omega} . \text{ Const.}$$

und da $t = o$ für $\omega = o$, so ist Const $= \frac{a - \frac{r}{\Pi}}{a + \frac{r}{\Pi}}$ mithin vollständig

$$t = \frac{1}{a} . \log \frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu\omega}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu\omega} . \frac{a - \frac{r}{\Pi}}{a + \frac{r}{\Pi}}$$

und hieraus, wenn man noch der Kürze wegen $\frac{r}{\Pi} = b$ setzt,

$$\omega = \frac{a^2 - b^2}{2\mu} . \frac{e^{at} - 1}{(a + b) e^{at} + a - b}$$

woraus ferner, indem $\frac{a^2 - b^2}{2\mu} = \frac{2r\varrho}{\Pi}$,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{2r\varrho}{\Pi} . \frac{2a^2 e^{at}}{[(a + b) e^{at} + a - b]^2}$$

Wenn die Zeit unendlich, wird $\omega = \frac{a - b}{2\mu}$; das ist, $\omega = \frac{-r + \sqrt{r^2 + 4r\varrho\mu\Pi}}{2\mu\Pi}$; und eben den nämlichen Werth findet man, wenn, um $d\omega = 0$ zu setzen, der Nenner $\frac{r\varrho}{\Pi} - \frac{r}{\Pi}\omega - \mu\omega^2$ in Factoren zerlegt, also die Gleichung $\mu\omega^2 + \frac{r}{\Pi}\omega = \frac{r\varrho}{\Pi}$ aufgelöset wird. Demnach ist die Erhebungsgränze für ω zugleich das Maximum; und auch hier, wie im vorigen Falle, findet ein eigentliches Maximum, worauf ein Sinken folgen sollte, nicht statt.

Setzt man in dem so eben angegebenen Ausdrucke $\mu = 0$, so wird $\omega = \frac{0}{0}$; wenn man aber Nenner und Zähler nach μ differentiirt, und alsdann $\mu = 0$ setzt, so findet sich $\frac{4 r \varrho \Pi d\mu}{2\sqrt{r^2 + 4 r \varrho \Pi \mu} \cdot 2 \Pi d\mu} = \varrho$, wie es seyn muss, indem für $\mu = 0$ nichts Anderes als das längst bekannte $\omega = \varrho \left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$ herauskommen kann, dessen Erhebungsgränze $= \varrho$ ist.

Ueberhaupt kann für geringe Werthe von μ die jetzige Formel nicht weit von jener abweichen. Die zuvor mit a bezeichnete Grösse $\sqrt{4 \mu \varrho \frac{r}{\Pi} + \frac{r^2}{\Pi^2}}$ ist $= \frac{r}{\Pi}$ für $\mu = 0$; und dann auch $a = b$.

Um nun den Faden der Untersuchung in IV wieder aufzunehmen, müssen wir zuerst für zwey verschiedene Reste r' und r'' den Zeitpunct aufsuchen, wo beyde dem steigenden ω eine gleiche Geschwindigkeit ertheilen. Hier würden wir in eine abschreckende Weitläuftigkeit der Rechnung gerathen, wenn unmittelbar aus der Gleichheit zweyer, von r' und r'' abhängiger Differentiale $d\omega$ und $d\omega''$ sollte t gesucht werden. Allein wenn μ nicht zu gross genommen wird, ist durch die Rechnung in IV der Werth von t schon nahe gefunden, und wird sich, so weit nöthig, berichtigen lassen.

Beyspiel: Wie oben sey $r' = 10$, $r'' = 9$, $\Pi = 5$, $\varrho = 4$, $\mu = \frac{1}{10}$; demnach $a = 2{,}6833$ und $b = 2$ für $r' = 10$; und $a = 2{,}4738$ und $b = 1{,}8$ für $r'' = 9$. Aus $t = \Pi \frac{\log r' - \log r''}{r' - r''}$

und $\frac{d\omega}{dt} = \frac{2r\varrho}{\Pi} \cdot \frac{2a^2 e^{at}}{[(a+b)e^{at}+a-b]^2}$

ergiebt sich nun $\frac{d\omega'}{dt} = 2{,}3835$ und $\frac{d\omega''}{dt} = 2{,}4108$; beydes, wie natürlich, etwas kleiner, als in dem Beyspiel, welches oben in IV berechnet wurde, $\frac{d\omega}{dt} = 2{,}789$; überdies ist aber $\frac{d\omega''}{dt} > \frac{d\omega'}{dt}$; die Zeit der gleichen Geschwindigkeit ist also überschritten, da im Anfange $d\omega'$ grösser war als $d\omega''$; und so weit, als die eben gefundenen Zahlen angeben, können daher die Geschwindigkeiten im rechten Augenblicke noch nicht abgenommen haben. Es kommt nur darauf an, eine nicht gar zu beschwerliche Correctur zu gewinnen, wenigstens auf den Fall, dass man eine solche für nöthig hielte.

Der Nenner werde entwickelt; alsdann Zähler und Nenner mit e^{at} dividirt; und in das letzte Glied des letztern der vorige Werth von t substituirt, welches füglich angeht, weil dieses Glied gering ist im Vergleich gegen die andern. Nach gehöriger Rechnung kann man ferner $t = t' + u$ setzen, und auf bekannte Weise dem Werthe von u sich annähern. Wäre es nöthig, so würde man mit dem hiedurch verbesserten t die Operation wiederhohlen. Also:

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{2r'\varrho}{\Pi} \cdot \frac{2a^2 e^{at}}{(a+b)^2 \cdot e^{2at} + 2.(a-b)(a+b)e^{at} + (a-b)^2}$$

$$= \frac{2r'\varrho}{\Pi} \cdot \frac{2a^2}{(a+b)^2 e^{at} + 2(a^2-b^2) + (a-b)^2 e^{-at}}$$

Hier wird man in e^{-at} den Werth setzen, welcher

für t in IV gefunden war, und folglich $(a-b)^2 . e^{-at}$ einstweilen als constant betrachten. Wenn nun auf ähnliche Weise auch mit $\frac{d\omega''}{dt}$ verfahren worden, lässt sich beydes gleich setzen, und nachdem die beyden veränderlichen Grössen auf eine Seite gebracht worden, hat die Gleichung folgende Form:

$$Ae^{a''t} - Be^{a't} = C, \text{ oder, } t' + u \text{ für } t \text{ gesetzt,}$$
$$Ae^{a''t'} . e^{a''u} - Be^{a't'} . e^{a'u} = C,$$

alsdann kann $e^{a''u}$ und $e^{a'u}$ in eine Reihe aufgelöset, und u mehr oder weniger genau berechnet werden. Wir wollen für das obige Beyspiel nur $e^{a'u} = 1 + a'u$ nehmen. Es ergiebt sich $u = -0{,}0577$, und da (nach IV) der Werth von $t = \Pi \ . \ 0{,}10536$ war, mithin für $\Pi = 5$, $t = 0{,}5268$, so haben wir nunmehr verbessert $t = 0{,}469$. Setzt man dies in $\frac{d\omega}{dt}$, so kommt für $r' = 10$, $\frac{d\omega'}{dt} = 2{,}7518$; und für $r'' = 9$, $\frac{d\omega''}{dt} = 2{,}7465$; die Differenz der Werthe, welche eigentlich gleich seyn sollten, beträgt jetzt also nur noch 0,0053; anstatt vorhin 0,0273. Der Fehler in t ist nun dem vorigen entgegengesetzt; denn $\frac{d\omega''}{dt}$ ist noch nicht zur Gleichheit mit $\frac{d\omega'}{dt}$ gelangt; und t sollte noch ein weniges grösser seyn; gewiss aber liegt es nun bedeutend näher bey 0,469 als bey 0,5268, und ist hiemit hinreichend begränzt.

VIII. Da für r die Erhebungsgränze von $\omega = \frac{-r + \sqrt{r^2 + 4r\varrho\mu\Pi}}{2\mu\Pi}$ gefunden wurde (VII): so

suche man dasjenige μ'', für welches der Rest r'' die nämliche Erhebungsgränze gebe, wie r' für μ'. Also

$$\frac{-r'+\sqrt{r'^2+4r'\varrho\mu'\Pi}}{2\mu'\Pi}=\frac{-r''+\sqrt{r''^2+4r''\varrho\mu''\Pi}}{2\mu''\Pi}.$$

Der Kürze wegen sey $\frac{-r'+\sqrt{r'^2+4r'\varrho\mu'\Pi}}{2\mu'\Pi}=E$, so findet man

$$\mu''=\frac{r''(\varrho-E)}{\Pi E^2}$$

Im obigen Beyspiele (VII) ist $E=3{,}416$; und dieses ist das nämliche für $\mu'=\frac{1}{10}$ und $r'=10$, wie für $\mu''=0{,}0901$ und $r''=9$. Es versteht sich von selbst, dass wenn das kleinere r'' die Reproduction des ω eben so weit bringen soll, als das grössere r', dann der Widerstand etwas geringer seyn muss. Der Unterschied aber ist klein zwischen beyden μ, wenn nicht die Reste weit verschieden sind. Wird der Unterschied des Widerstandes grösser, also μ'' kleiner oder μ' grösser, so gehört zu r'' eine höhere Erhebungsgränze, als zu dem grössern r'.

Nun kann in Folge dessen, was in IV und V über den Widerstand gesagt worden, (vollends wenn noch das hinzukäme, was in I angeführt ist,) nachdem der Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit (VII) vorüber gegangen, jener Unterschied leicht grösser werden; und hiemit wirklich für ω'' eine höhere Gränze der Annäherung eintreten als für ω'; mithin ω', wenn schon steigend, doch hinter ω'' zurückbleiben. Es kommt jetzt darauf an, dies genauer zu untersuchen.

Zu diesem Zwecke wenden wir uns nochmals zu der Integration von

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu\,\omega^2\,dt = d\,\omega$$

woraus gefunden war

$$t = \frac{1}{a}\log\frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu\omega}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu\omega} \cdot \text{Const.}$$

In dem Zeitpuncte gleicher Geschwindigkeit sey $t = T$, und $\omega = O$; die Constante soll dem gemäss bestimmt, also in so fern die Rechnung abgeändert werden, um alsdann ein grösseres oder geringeres μ nach jenem Zeitpuncte annehmen zu können.

Zuvor sey noch bemerkt, dass bis zu dem erwähnten Zeitpuncte hin die beyden μ füglich für gleich können angenommen werden, in der Voraussetzung nämlich, dass auf r' und r'' noch viele andre kleinere Reste r''', r'''', u. s. w. folgen, vermöge deren die reproducirende Vorstellung P auf die spätern Glieder der Vorstellungs-Reihe wirkt. Denn wenn schon der grösste Rest r' anfangs am meisten vordringend den Widerstand gegen die spätern Glieder treibt, so leiden doch davon die schwächern Reproductionen gemeinschaftlich, und diejenige, welche unter ihnen noch die stärkste ist, also die von r'' ausgeht, am wenigsten: so dass r' von r'' sehr verschieden seyn müsste, um hier eine bedeutende Verzögerung zu veranlassen. Dagegen ist schon in IV gezeigt, dass r' nicht bloss von r'', sondern sehr bald auch von r''' überflügelt wird, also μ' schon deshalb einer fortgesetzten Vergrösserung unterworfen ist.

Da nun $T = \frac{1}{a}\log\frac{a + \frac{r}{\Pi} + 2\mu O}{a - \frac{r}{\Pi} - 2\mu O} \cdot \text{Const.}$

so ist Const. $= \frac{a-b-2\mu O}{a+b+2\mu O} \cdot e^{aT}$, indem wir, wie vorhin, $\frac{r}{\Pi} = b$ setzen. Also vollständig

$$t = \frac{1}{a} \log \frac{a+b+2\mu\omega}{a-b-2\mu\omega} \cdot \frac{a-b-2\mu O}{a+b+2\mu O} \cdot e^{aT}$$

wo nun vor Augen liegt, dass die Erhebungsgränze so bestimmt wird, als ob vor Ablauf der Zeit T kein anderes μ statt gefunden hätte. Denn wenn $t = \infty$, kann der Logarithme nur dadurch unendlich werden, dass $a - b = 2\mu\omega$.

Zur Abkürzung sey $\frac{a+b+2\mu O}{a-b-2\mu O} = K$,

also $$t = \frac{1}{a} \log \frac{a+b+2\mu\omega}{a-b-2\mu\omega} \cdot \frac{e^{aT}}{K},$$

so ist $$\omega = \frac{(a-b)Ke^{a(t-T)} - (a+b)}{2\mu(Ke^{a(t-T)}+1)}$$

und $$\frac{d\omega}{dt} = \frac{a^2}{\mu} \cdot \frac{Ke^{a(t-T)}}{(Ke^{a(t-T)}+1)^2}$$

Um hier das obige Beyspiel zu verfolgen, müssen wir zuerst ω' und ω'' nach der Gleichung in VII für den Zeitpunct der gleichen Geschwindigkeit, also für $t = 0{,}469$ oder kürzer für $t = 0{,}47$ (da es etwas grösser seyn wird,) berechnen. Dies giebt $\omega' = 2{,}3513$, und $\omega'' = 2{,}2072$. Nun wollen wir nur eine geringe Veränderung von μ' annehmen, so dass füglich aus den angegebenen Gründen eine stärkere, zwar nicht plötzliche, aber sehr bald entstehende, könnte erwartet werden. Es sey also, anstatt des frühern $\mu' = 0{,}1$, jetzt $\mu' = 0{,}12$. Da so eben gefunden worden, dass die veränderte Constante keinen Einfluss auf die Formel für

die Erhebungsgränze hat, so ist in die nämliche Formel nur das veränderte μ' zu setzen; alsdann ergiebt sich, dass ω' sich bis zu dem Werthe $= 3{,}3333$ erheben würde, wenn die Zeit unendlich wäre. Hingegen ω'', dessen μ'' wir unverändert lassen, würde steigen bis zu dem Werthe $= 3{,}369$. Vermöge der Art, wie ω' und ω'' von Exponentialgrössen abhängen, ist klar, dass sie bey längerer Zeit sehr bald so gut als constant werden; man kann also das Emporsteigen von den zur Zeit $t = 0{,}47$ erlangten Werthen bis zu den Erhebungsgränzen fast als gleichförmig, demnach als geradlinigt, ansehen. Demnach, wenn, nach jenem Zeitpuncte, ω' noch um $3{,}3333 - 2{,}3513 = 0{,}982$, und ω'' noch um $3{,}369 - 2{,}207 = 1{,}162$ steigen soll: so kann man dem ω'' eine grössere Geschwindigkeit des Steigens beylegen; und zwar so, dass näherungweise die Geschwindigkeiten des ω' und ω'' sich verhalten, wie der Wachsthum in gleicher Zeit, also wie $0{,}982 : 1{,}162$. Es wird dem gemäss einen Zeitpunct geben, in welchem $\omega' = \omega''$. Man setze $2{,}2072 + x = 2{,}3513 + y$, wo x und y dasjenige bedeuten, um wieviel ω'' und ω' noch zunehmen müssen, um gleich zu werden, und zwar in gleicher Zeit. Verhält sich solches Zunehmen wie $1{,}162 : 0{,}982$, so ist $x = 1{,}162\,t$ und $y = 0{,}982\,t$, und $y = \frac{0{,}982}{1{,}162}\,x$. Hieraus $x = 0{,}9303$, $y = 0{,}7862$, $t = 0{,}8006$. Da hier t von dem Zeitpuncte der gleichen Geschwindigkeiten anfängt, so muss man für die obigen Formeln $0{,}47 + 0{,}8006 = 1{,}2706 = t$ nehmen; und es fragt sich nun, ob dieser Werth nahe richtig sey. Wir könnten, um dies zu prüfen, in die Formel für ω'', welche unverändert ihr voriges $\mu'' = 0{,}1$ behält, das eben ge-

fundene t setzen; allein das Verfahren lässt sich umkehren, und wir werden, weil t sich mehr verändert als ω, vielmehr in die Formel für t (nach VII) denjenigen Werth von ω setzen, welcher als der wahrscheinliche aus der eben geführten Rechnung hervorgeht. Wenn nämlich x oder y zu dem frühern ω'' und ω' addirt wird, so findet man $\omega'' = \omega' = 3{,}1375$. Angenommen dies sey richtig, so giebt die Formel für t in VII nunmehr $t = 1{,}1378$; welches von dem, als erste Annäherung gefundenen, 1,2706, nicht so sehr abweicht, dass weitere Rechnung deshalb nöthig wäre, die Jeder leicht würde anstellen können.

Hier kam es nur auf den Begriff dessen an, was zu berechnen ist. Man sieht nämlich, dass bey der Reproduction der Vorstellungs-Reihen die frühern Glieder, während sie selbst noch steigen, von den nachfolgenden können überstiegen werden.

IX. Wir wenden uns zu andern möglichen Formen des Widerstandes; und zwar zu einer ganzen Klasse dieser Formen, von denen die einfachsten näher in Betracht sollen gezogen werden. Der Widerstand kann nach Potenzen der Zeit bestimmt seyn; er mag einfach der Zeit, oder einer Potenz der Zeit proportional, oder eine solche Function derselben seyn, die man nach Potenzen der Zeit entwickeln würde. An die Stelle des vorigen $\mu\omega^2$ trete jetzt μt, so haben wir

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu\, t\,dt = d\omega,$$

woraus, wenn für $t = 0$ auch $\omega = 0$,

$$\omega = \left(\varrho + \mu\frac{\Pi^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \mu\,\frac{\Pi}{r}\,t$$

und $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi} e^{-\frac{rt}{\Pi}} - \frac{\mu\Pi}{r}\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)$

Hier kann $\omega = 0$ werden, nachdem es ein Maximum hatte. Der Differential-Quotient zeigt, dass ω bis gegen das Maximum hin fast eben so zunimmt, wie wenn kein Widerstand wäre; vorausgesetzt nämlich, dass μ ein kleiner Bruch sey. Man kann auch so schreiben:

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{r\varrho}{\Pi} + \frac{\mu\Pi}{r}\right) e^{-\frac{rt}{\Pi}} - \frac{\mu\Pi}{r}$$

also fürs Maximum

$$t = \frac{\Pi}{r} \log\left(\frac{r^2}{\Pi^2} \cdot \frac{\varrho}{\mu} + 1\right)$$

Ist diese Zeit gross genug, damit man allenfalls $e^{-\frac{rt}{\Pi}}$ neben 1 weglassen könne, so kann um desto gewisser für $\omega = 0$ dasselbe zur ersten Annäherung dienen; und dann ist, indem ω verschwindet, nahe

$$t = \frac{\varrho r}{\mu\Pi} + \frac{\Pi}{r}$$

Für die vorigen Annahmen $r = 10$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, $\mu = \frac{1}{10}$, wird fürs Maximum $t = 2{,}54$, und für $\omega = 0$, $t = 80{,}5$; also steigt ω schnell und nimmt langsam bis auf 0 ab.

Da für kurze Zeiten die Bewegung des ω fast gänzlich derjenigen gleichkommt, die für $\mu = 0$ statt finden würde, so kann hier verglichen werden, was oben (in IV) gefunden worden. Die Geschwindigkeiten zweyer Reste, wie $r' = 10$ und $r'' = 9$, werden unter Voraussetzung jener Werthe von Π, ϱ, μ, viel früher gleich, als das Maximum eintrit. Wenn nun wiederum der Zeitpunct gleicher Geschwindigkeiten eine Veränderung des μ herbeyführt, so muss der Erfolg dem schon be-

kannten (VIII) ziemlich ähnlich ausfallen; nur wird dann zugleich das Maximum für $r' = 10$ etwas eher kommen.

Andre Werthe von r, Π, ϱ, μ, so weit solche brauchbar sind, bringen in der Zeit fürs Maximum nur geringe Veränderung hervor. Man weiss aus II, dass $\frac{r}{\Pi} > \frac{\Pi}{\varrho}$; überdies ist ϱ ein Theil von Π, und obgleich hier $\mu > 1$ genommen werden kann, so wird man doch nicht leicht eine grosse Zahl dafür nehmen, wenn die Entwickelung der Vorstellungsreihe nicht unterdrückt werden soll. Innerhalb der hiedurch vorgeschriebenen Gränzen ändert sich eine logarithmische Grösse, wie t, nur wenig; vollends wegen des Coefficienten $\frac{\Pi}{r}$, welcher kleiner wird, wenn r gegen Π vergrössert. Hier, wo ein Maximum statt findet, kann man die Zeit desselben nicht viel leichter verrücken, als bey den zuvor angenommenen Gesetzen des Widerstandes (in VI, VII, VIII,) ein Maximum denkbar gewesen wäre.

Es richte sich jetzt die Form des Widerstandes nach dem Quadrate der Zeit. Also:

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt = \mu t^2\,dt = d\omega$$

Woraus $\omega =$

$$\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t - \frac{\mu\Pi}{r}t^2 \ldots\ldots (A)$$

und $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}} - 2\mu\frac{\Pi}{r}t + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$

welches letztere man auch schreiben kann:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{r\varrho}{\Pi}e^{-\frac{rt}{\Pi}} + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{2\mu\Pi}{r}t$$

Bey der Integration ist $\omega = 0$ für $t = 0$ genommen. Um die Zeit des Maximums aus der Gleichung

$$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}} = \frac{2\mu\Pi t}{r} - \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$$

bequem zu finden, kann zunächst die Bemerkung dienen, dass t gewiss grösser ist als $\frac{\Pi}{r}$, weil dadurch die beyden letzten Glieder sich aufheben würden. Man nehme $t = \frac{n\Pi}{r}$, wo n eine beliebige Zahl; so lässt sich für die angenommenen Werthe, mit Hülfe der bekannten Tafeln leicht erkennen, ob $\frac{r\varrho}{\Pi} \cdot e^{-n} > \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}(n-1)$. Ist hiedurch ein nahe kommender Werth von t gefunden, welchen wir mit T bezeichnen, so sey $t = T + u$,

$$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{r}{\Pi}(T+u)} = \frac{2\mu\Pi}{r}(T+u) - \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$$

und $e^{-\frac{r}{\Pi}\cdot T} = M$; alsdann ist

$$\frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right) \cdot M \cdot e^{-\frac{r}{\Pi}u} = \frac{2\mu\Pi}{r}(T+u) - \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$$

woraus wegen $e^{-\frac{r}{\Pi}u} = 1 - \frac{r}{\Pi}u + \frac{1}{2}\frac{r^2}{\Pi^2}u^2 - \ldots$ u leicht gefunden wird.

Hier kann nun eher als im vorigen Falle für μ eine Zahl > 1 gesetzt werden, da, so lange $t < 1$, das Hervortreten von ω durch das Glied $\mu t^2 dt$ nicht so sehr gehindert erscheint, als vorhin durch $\mu t dt$.

Indem für die jetzt angenommene Form des Widerstandes eine ähnliche Untersuchung, wie in VII, soll geführt werden, stossen wir zuerst wieder auf die Frage nach dem Zeitpuncte, wo die Geschwindigkeiten für r' und r'' gleich sind. Diese Frage bedarf jedoch hier

nicht viel mehr als eine Rückweisung auf IV. Um nämlich $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt}$ zu finden, wird man die Werthe dieser Differential-Quotienten für r' und r'' zu bestimmen haben. Wenn nun dort, weil t für den gesuchten Zeitpunct nicht gross seyn kann, $1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}$ in die Reihe $1 - 1 + \frac{rt}{\Pi} - \frac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} + \frac{1}{6}\frac{r^3t^3}{\Pi^3} - \ldots$ aufgelöset, und mit dem Factor $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$ multiplicirt wird, so sieht man gleich, dass $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2} \cdot \frac{rt}{\Pi}$ sich gegen das folgende Glied $-\frac{2\mu\Pi}{r}t$ aufhebt; ferner dass $\frac{2\mu\Pi^2}{r^2} \cdot \frac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} = \mu t^2$ für r' und r'' gleich ausfällt, und hiemit aus der Gleichung verschwindet; endlich dass auch die Glieder, welche von t^3 abhängen, nur sehr wenig verschieden seyn können, wenn nicht eine grosse Differenz zwischen r' und r'' vorausgesetzt war. Also bleibt von $\frac{d\omega'}{dt} = \frac{d\omega''}{dt}$ nicht viel mehr übrig als $\frac{r'\varrho}{\Pi}e^{-\frac{r't}{\Pi}} = \frac{r''\varrho}{\Pi}e^{-\frac{r''t}{\Pi}}$. Dies aber ist aus IV bekannt, und wir werden die dortigen Werthe hier gebrauchen können.

Nun müssen, wie in VIII, ω' und ω' für jenen Zeitpunct berechnet werden. Wir nehmen Beyspielsweise wiederum $r' = 10$, $r'' = 9$; also den Zeitpunct gleicher Geschwindigkeit $= 5 \,.\, 0{,}1053 = 0{,}526$. Dies in die Gleichung für ω gesetzt, wobey $\mu = 1$ seyn mag, (desgleichen wie zuvor $\varrho = 4$, $\Pi = 5$,) giebt

$$\omega' = 2{,}445 \text{ und } \omega'' = 2{,}406$$

Ferner soll aus den früher angegebenen Gründen der Widerstand sich, von dem erwähnten Zeitpuncte an, mehr gegen ω' wenden. Wie in VIII verändern wir die Constante in der Formel für ω, damit $\omega = O$ für $t = T$ seyn möge; um alsdann ein etwas grösseres μ eintreten zu lassen. Die Integration von

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\,dt - \mu t^2\,dt = d\omega$$

ergiebt ursprünglich

$$\omega = \varrho - \mu\frac{\Pi}{r}\left(t^2 - \frac{2\Pi}{r}\left(t - \frac{\Pi}{r}\right)\right) + \text{Const.}\,e^{-\frac{rt}{\Pi}}$$

Es sey $O = \varrho - \mu\frac{\Pi}{r}\left(T^2 - \frac{2\Pi}{r}\left(T - \frac{\Pi}{r}\right)\right) + \text{Const.}\,e^{-\frac{r}{\Pi}T}$

und man bezeichne $O - \varrho + \mu\frac{\Pi}{r}\left(T^2 - \frac{2\Pi}{r}\left(T - \frac{\Pi}{r}\right)\right)$

$= K$, so ist $Ke^{\frac{r}{\Pi}T} = \text{Const.}$; und vollständig

$$\omega = \varrho - \frac{\mu\Pi}{r}\left(t^2 - \frac{2\Pi}{r}\left(t - \frac{\Pi}{r}\right)\right) + K.e^{-\frac{r}{\Pi}(t-T)} \ldots (B)$$

woraus

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{2\mu\Pi}{r}\left(\frac{\Pi}{r} - t\right) - K.\frac{r}{\Pi}.e^{-\frac{r}{\Pi}(t-T)}$$

Soll dieser Differentialquotient $= 0$ seyn, so hat man

$$\frac{2\mu\Pi}{r}\left(t - \frac{\Pi}{r}\right) = -K.\frac{r}{\Pi}\,e^{-\frac{r}{\Pi}(t-T)}$$

Um in der Berechnung des Beyspiels fortzufahren, suchen wir zuerst aus jenem, der Formel (A) zugehörigen Differentialquotienten, auf die schon angegebene Weise, die Zeit des Maximum für $r'' = 9$, also für ω''; indem $\mu = 1$, wie vorhin, stehen bleibt. Es ergiebt sich $t = 1{,}2176$; und daraus das Maximum selbst, nämlich $\omega'' = 3{,}1765$. Nachdem dies gefunden, wel-

ches der Vergleichung wegen nöthig ist, kann in der Formel (B) nunmehr nach Belieben μ verändert werden; indem man sich den Widerstand gegen ω' mehr oder weniger vergrössert denkt, welches, wie aus dem Obigen erhellet, nach den verschiedenen Umständen verschieden seyn kann. Hiebey wird also der Bequemlichkeit der Rechnung etwas einzuräumen seyn. Man kann die Zeit des Maximums für ω' als die anzunehmende Grösse betrachten; so ergiebt sich daraus das hiezu nöthige veränderte μ. Man setze z. B. in dem zur Formel (B) gehörigen Differentialquotienten, $t = 1{,}2$; so findet man $\mu = 1{,}061$; und das Maximum von $\omega' = 3{,}236$. Oder soll $t = 1{,}15$ seyn, so kommt $\mu = 1{,}263$, und das Maximum von $\omega' = 3{,}1653$. Im ersten Fall steigt ω' höher als ω'' sich etwas später (in der Zeit $t = 1{,}2176$) erheben wird; im zweyten Falle, bey verstärktem Drucke des durch μ angedeuteten Widerstandes hat ω' sein Maximum noch früher als vorhin; es gelangt nur bis 3,1653. Für die nämliche Zeit, $t = 1{,}15$, findet man $\omega'' = 3{,}171$; schon nahe seinem Maximum $= 3{,}1765$. Da nun ω' von Anfang an grösser war als ω'', so muss es einen Zeitpunct gegeben haben, worin beyde gleich waren; und dieser Zeitpunct muss eingetreten seyn, während beyde noch im Steigen begriffen waren. Dieser Fall ist ähnlich dem, was schon in VIII gefunden wurde. Allein es lässt sich erwarten, dass auch ein andrer Fall — der dort nicht vorkommen konnte, weil das Gesetz des Widerstandes kein Maximum, sondern nur eine Erhebungsgränze erlaubte, — hier möglich sey; nämlich der Fall, dass eine Vorstellung erst vom Maximum wieder herabsinke, bis die andre ihr nachkommt und sie übersteigt.

Wir setzen nun die Zeit des Maximums für ω' auf $t = 1{,}16$; und finden $\mu = 1{,}219$; $\omega' = 3{,}1802$. Von hier sinkt ω' herab; und bey dem nämlichen μ hat es um die Zeit $t = 1{,}2176$ nur noch den Werth $\omega' = 3{,}1752$; geringer als der gleichzeitige Werth von $\omega'' = 3{,}1765$. Fasst man dies mit dem vorigen zusammen, so ergiebt sich: für $t = 1{,}16$ $\omega' = 3{,}180$; ω'' zwischen 3,171 und 3,176, für $t = 1{,}2176$ $\omega' = 3{,}1752$; $\omega'' = 3{,}1765$.
Also muss ein gleicher Werth für beyde statt gefunden haben, nachdem schon ω' sein Maximum erreicht hatte.

Indessen fällt hier der Zeitpunct der gleichen Werthe sehr nahe an den Zeitpunct des Maximums für ω''. Man kann das Beyspiel verändern. Wir nehmen den Zeitpunct des Maximums für ω' ein wenig früher; etwa $t = 1{,}155$; und finden das dazu nöthige $\mu = 1{,}2407$; woraus $\omega' = 3{,}17244$; hingegen für $t = 1{,}2179$ ist $\omega' = 3{,}1669$. Ferner ist, für $t = 1{,}155$, $\omega'' = 3{,}1716$. Zusammengestellt

für $t = 1{,}155$; $\omega' = 3{,}17244$; $\omega'' = 3{,}1716$
für $t = 1{,}2176$ $\omega' = 3{,}1669$; $\omega'' = 3{,}1765$.

Sucht man nun die Stelle, wo die beyden ω sich kreuzen oder wo sie einerley Werth haben, so macht hiebey sich der Umstand bemerklich, dass eine Grösse in der Nähe ihres Maximums sich nur wenig verändert. Man versuche $t = 1{,}17$, es findet sich $\omega' = 3{,}1721$, aber zugleich $\omega'' = 3{,}1735$, welches zu gross ist, und anzeigt, man müsse die Zeit noch kleiner nehmen. Also sey nun $t = 1{,}16$; hier wird $\omega' = 3{,}17240$, und $\omega'' = 3{,}1723$; also sind beyde noch nicht vollends, doch ganz nahe gleich, allein ω' ist kaum von dem Werthe, der sein Maximum war, zu unterscheiden. Dieser Umstand, der allgemein seyn muss, weil er auf einem all-

gemeinen und bekannten Grunde beruht, ist wichtig in Ansehung der Art, wie die Vorstellungen selbst da, wo die vorige, von ihrem Maximum herabsinkend, der folgenden weicht, in einander greifen. Die spätere steigt schnell, während die vorige noch ihren Platz zu behaupten scheint, wiewohl sie schon im Sinken begriffen seyn mag.

Ueberhaupt zeigt sich nun, dass wenn zwey reproducirte Vorstellungen nach einander ein Maximum haben, zwischen beyden eine Kreuzung ihrer Werthe statt finden könne. Die genauern Bestimmungen hievon sind jetzt zu suchen.

X. Die Gleichung (A), nämlich

$$\omega = \varrho\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right)\frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t - \frac{\mu\Pi}{r}t^2$$

nimmt durch Auflösung in eine Reihe folgende Form an:

$$\omega = \varrho\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\left(\frac{rt}{\Pi} - \tfrac{1}{2}\frac{r^2t^2}{\Pi^2} + \tfrac{1}{6}\frac{r^3t^3}{\Pi^3} - \tfrac{1}{24}\frac{r^4t^4}{\Pi^4} + \cdots\right) + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t - \frac{\mu\Pi}{r}t^2$$

$$= \varrho\left(1-e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu t^3 + \tfrac{1}{12}\mu\frac{r}{\Pi}t^4 - \cdots$$

Hier sieht man deutlich, dass die Grösse μ nicht eher merklich vermindernd in Betracht kommt, als bis der Kubus der Zeit bedeutend wird; und dass alsdann selbst dass Verhältniss $r : \Pi$ auf diese Verminderung noch wenig Einfluss hat, der jedoch sehr gross wird, wenn die spätern Glieder heranwachsen. Indessen auf lange Zeit wird die Bedeutung der Formel niemals

ausgedehnt werden; und bekanntlich sind Reihen dieser Art ihrer Natur nach eigentlich immer convergent, wegen der zunehmenden Zahlen in den Nennern der Coefficienten.

Unterwirft man die frühere Gleichung

$$\omega = \left(\varrho + \mu \frac{\Pi^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \mu \frac{\Pi}{r} t$$

einer ähnlichen Behandlung, so ergiebt sich

$$\omega = \varrho\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{2}\mu t^2 + \tfrac{1}{6}\mu \cdot \frac{r}{\Pi} t^3 - \ldots$$

dass also hier, wo der Widerstand proportional der Zeit wachsend angenommen war, der Einfluss der Grösse μ zunächst schon vom Quadrat der Zeit abhängt.

In Ansehung des Differentialquotienten zu (A) ist die analoge Bemerkung schon vorhin gemacht worden.

Jene Umformung kann veranlassen, für kleine t einen zum Rechnen bequemen Ausdruck für die Differenz $\omega' - \omega''$ zu suchen. Aus

$$\omega' = \varrho\left(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu' t^3 + \tfrac{1}{12}\mu' \frac{r'}{\Pi} t^4 - \tfrac{1}{60}\mu' \frac{r'^2}{\Pi^2} t^5 + \tfrac{1}{360}\frac{\mu' r'^3}{\Pi^3} t^6 - \ldots$$

und

$$\omega'' = \varrho\left(1 - e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) - \tfrac{1}{3}\mu'' t^3 + \tfrac{1}{12}\frac{\mu'' r''}{\Pi} t^4 - \tfrac{1}{60}\frac{\mu'' r''^2}{\Pi^2} t^5 + \tfrac{1}{360}\frac{\mu'' r''^3}{\Pi^3} t^6 - \ldots$$

$$\text{wird } \omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) - \frac{t^3}{3}(\mu' - \mu'') + \frac{t^4(\mu' r' - \mu'' r'')}{12\,\Pi} - \frac{t^5(\mu' r'^2 - \mu'' r''^2)}{60\,\Pi} + \ldots$$

Auch aus der ursprünglichen Gestalt der Gleichung lässt sich ein endlicher Ausdruck für $\omega' - \omega''$ finden; wie für grössere t nöthig ist. Aus

$$\omega' = \left(\varrho - \frac{2\,\mu'\,\Pi^3}{r'^3}\right)\left(1 - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + \frac{2\,\mu'\,\Pi^2}{r'^2}\,t - \frac{\mu'\,\Pi}{r'}\,t^2$$

und

$$\omega'' = \left(\varrho - \frac{2\,\mu''\,\Pi^3}{r''^3}\right)\left(1 - e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) + \frac{2\,\mu''\,\Pi^2}{r''^2}\,t - \frac{\mu''\,\Pi}{r''}\,t^2$$

wird

$$\omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + 2\,\Pi^3\left(\frac{\mu''}{r''^3} - \frac{\mu'}{r'^3}\right)$$

$$+ 2\,\Pi^3\left(\frac{\mu'}{r'^3}\,e^{-\frac{r't}{\Pi}} - \frac{\mu''}{r''^3}\,e^{-\frac{r''t}{\Pi}}\right) + 2\,\Pi^2\left(\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{\mu''}{r''^2}\right)t$$

$$- \Pi\left(\frac{\mu'}{r'} - \frac{\mu''}{r''}\right)t^2$$

Könnte man diesen Ausdruck $= 0$ setzen, und daraus t berechnen, so wären die Kreuzungen der Werthe mehrerer ω gefunden; und der Weg wäre gebahnt, um unter diesen Kreuzungen die mancherley nähern Bestimmungen aufzuspüren, welche bey der Reproduction der Vorstellungsreihen eintreten können. Nun lässt sich ohne Zweifel eine einzelne Gleichung von solcher Form leicht genug auflösen; damit aber ist wenig oder nichts gewonnen; denn es kommt auf eine bequeme Uebersicht der verschiedenen Fälle an, welche unter jenem Ausdruck enthalten sind. Drey verschiedene Möglichkeiten lassen sich sogleich aus der Menge hervorheben:

1) $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, wodurch das letzte Glied wegfällt.

2) $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$, wodurch das vorletzte Glied verschwindet.

3) $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{\mu''}{r''^3}$. Was dieser Fall bedeute, erkennt man am leichtesten aus den Gleichungen für ω' und ω'', deren erstes Glied eine Erhebungsgränze anzeigt. Diese Gränze wird für beyde die nämliche, wenn $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{\mu''}{r''^3}$, nur geht für ω' die Annäherung an dieselbe schneller als für ω''. Dass es bey dieser Annäherung nicht bleibt, vielmehr nothwendig für jedes ω ein Maximum eintrit, war schon durch den oben angegebenen Differential-Quotienten ersichtlich.

Vor genauerem Eingehn auf die einzelnen Fälle muss im Allgemeinen bemerkt werden, dass für das Maximum von ω, wenn die Zeit dafür als bekannt angesehen wird, ein sehr einfacher Ausdruck statt findet. Denn weil $\frac{d\omega}{dt} = \frac{r}{\Pi}\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}} - 2\mu\frac{\Pi}{r}t + \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}$ $= 0$ seyn muss, so ist auch $\left(\varrho - \frac{2\mu\Pi^3}{r^3}\right)e^{-\frac{rt}{\Pi}} - \frac{2\mu\Pi^2}{r^2}t + \frac{2\mu\Pi^3}{r^3} = o$; und da alle diese Glieder sich in dem allgemeinen Werthe von ω befinden, so verschwinden sie für den Fall des Maximums, und es bleibt bloss übrig $\omega = \varrho - \frac{\mu\Pi}{r}t^2$; wie auch aus der ursprünglichen Differentialgleichung erhellet. Folglich sind für ω' und ω'' die Maxima gleich, wenn $\frac{\mu'\Pi}{r'}t'^2 = \frac{\mu''\Pi}{r''}t''^2$, das heisst, wenn

$$t'^2 : t''^2 = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'} = \mu'' r' : \mu' r'' = \frac{r'}{\mu'} : \frac{r''}{\mu''}$$

Nach dieser Vorerinnerung wenden wir uns zu dem zweyten der nur eben vorhin unterschiedenen drey Fälle. Es sey also $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$, oder $\mu' : \mu'' = r'^2 : r''^2$. Denn ein grösseres $\frac{\mu'}{r'}$ gehört zur kürzern Zeit t', ein kleineres $\frac{\mu''}{r''}$ zur längern Zeit t'', um die beyden ω auf denselben Punct zu bringen. Dies lässt sich mit dem vorigen verbinden, und giebt

$$t'^2 : t''^2 = r'' : r'$$

Die Quadrate der Zeiten fürs Maximum verhalten sich alsdann umgekehrt wie die zu ihnen gehörigen reproducirenden Reste, wenn die Maxima gleich sind.

Nun ist von selbst klar, dass wenn ω' und ω'' nach einander ein gleiches Maximum haben, in der Zwischenzeit beyde, das eine sinkend und das andre steigend, irgendwo zusammentreffen müssen, wo $\omega' - \omega'' = o$ ist. Der zweyte jener drey Fälle entspricht also ganz vorzüglich dem, was im Vorhergehenden untersucht wurde; und die Beyspiele welche schon in IX berechnet sind, können dies hinreichend ins Licht setzen; obgleich dort nicht streng ein ganz gleiches Maximum gefodert wurde, sondern nur zwey, zwischen denen die Kreuzung sich ereignen könne. Wenn $\mu'' = 1$, und $r' : r'' = 10 : 9$, so ist $r'^2 : r''^2 = 100 : 81 = 1,2346 : 1$, und die Zahl 1,2346 fällt zwischen die dortigen $\mu' = 1,219$ und $\mu' = 1,2407$. Desgleichen in dem zweyten Beyspiele, wo die Maxima fast ganz gleich sind, quadrire man die Zei-

ten 1,155 und 1,2176. Man findet 1,3340 und 1,4826, ferner ist $\frac{9}{10}$. 1,4826 = 1,33534, also sind die Quadrate der Zeiten fast ganz im umgekehrten Verhältnisse der zugehörigen Reste, obgleich das Beispiel nicht einmal genau für den vorliegenden Fall gewählt war. Endlich nehme man die Biquadrate der Zeiten 1,155 und 1,2176; man findet ihr Verhältniss wie 1 : 1,235, welches fast ganz dem obigen Verhältnisse der beyden μ entspricht. Es folgt nämlich unmittelbar aus dem Vorigen:

$$t'^4 : t''^4 = r''^2 : r'^2 = \mu'' : \mu'$$

Wenn also reproducirte Vorstellungen nach dem jetzt angenommenem Gesetze des Widerstandes gleiche Maxima im Bewusstseyn erreichen, so werden sie einander sehr schnell folgen, wofern nicht die reproducirenden Reste bedeutend verschieden an Stärke, und die Grade des Widerstandes noch mehr verschieden sind. Die Zeiten rücken zusammen wie die Quadratwurzeln der Reste, und wie die Biquadratwurzeln der Grade des Widerstandes. Jener Eine Zeitpunct aber, in welchem $\omega' - \omega'' = o$, oder in welchem ihre Werthe sich kreuzen, kann alsdann nicht schwer zu finden seyn, denn er liegt zwischen den beyden Zeiten des Maximums.

Wir betrachten nun zunächst den ersten der unterschiedenen drey Fälle; es sey $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$ oder $\mu' r'' = \mu'' r'$. Wollte man diese Annahme mit der obigen Bedingung der Gleichheit des Maximums verbinden, so käme eine Ungereimtheit. Nämlich

$t'^2 : t''^2 = \mu'' r' : \mu' r''$ gäbe nun $t' = t''$; welches ein gleiches Bewegungsgesetz beyder ω voraussetzen würde. Vielmehr ist klar, dass hier dem stärkern Reste bey weitem nicht genug Widerstand entgegentritt, um

das von ihm bewirkte Maximum so weit zurückzudrängen, bis es demjenigen gleich würde, welches von dem schwächern Reste abhängt.

Dennoch wird es in diesem Falle eine Kreuzungsstelle geben; nur weit entfernt von jedem Maximum. Um dies zu erkennen, ist nur nöthig, die Glieder in dem Ausdrucke für $\omega' - \omega''$ durchzumustern. Das erste Glied enthält verschwindende Exponentialgrössen. Das zweyte ist constant. Das dritte enthält abermals verschwindende Exponentialgrössen. Das fünfte ist der Voraussetzung gemäss $= o$. Das vierte aber enthält den Factor $\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{\mu''}{r''^2}$, welcher, wenn $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, sich so schreiben lässt: $\frac{\mu'}{r'}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)$. Da nun $r'' < r'$, so ist $\frac{1}{r'} < \frac{1}{r''}$; das Glied also ist negativ ungeachtet des positiven Vorzeichens, und da ihm der Factor t enthalten ist, so wächst dies negative Glied, bis zu $\omega' - \omega'' = o$; auch bekommt es von hier an einen negativen Werth, indem ω'' nun $> \omega'$.

Für $r' = 10$, $r'' = 9$, $\Pi = 5$, $\varrho = 4$, $\mu'' = 1$, sey der Annahme gemäss, dass $\mu' r'' = \mu'' r'$, nunmehr $\mu' = \frac{10}{9} = 1{,}111\ldots$ Man setze $t = 1{,}8$ in die Gleichung für $\omega' - \omega''$, so erhält man $\omega' - \omega'' = -0{,}005837$; also ist die Zeit der Gleichheit beyder ω schon ein wenig überschritten. Für die nämliche Zeit findet sich ungefähr $\frac{d\omega'}{dt} = -1{,}37\ldots$ desgleichen $\frac{d\omega''}{dt} = -1{,}12\ldots$ und beyde ω über 1,5; wo die negativen Differential-Quotienten anzeigen, dass die Maxima überschritten, und die positiven Werthe von ω, dass die reproducir-

ten Vorstellungen noch im Bewusstseyn gegenwärtig sind. Hieraus erhellt die Möglichkeit einer solchen Kreuzung, wo beyde reproducirten Vorstellungen zugleich von ihrem Maximum herabsinken, und während dieses Sinkens noch diejenige, welche bis dahin die andre überragte, hinter derselben zurücktrit.

Was den dritten Fall anlangt, nämlich $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{\mu''}{r''^3}$, so lässt sich voraussehn, dass er keine gleichen Maxima ergeben wird. Denn zu solchem Behuf muss, wie oben gezeigt, von einerley ϱ die gleiche Grösse $\frac{\mu\Pi}{r}t^2$ abgezogen werden. Soll diese Grösse in einer kürzern Zeit entstehn, so erfordert dies nach der Natur der Sache ein grösseres r; und für das einfach grössere r soll die Zeit quadratisch abnehmen. Wenn nun $t''^2 : t'^2 = \frac{1}{r''} : \frac{1}{r'}$, und überdies $t''^2 : t'^2 = \frac{\mu'}{r'} : \frac{\mu''}{r''}$, so folgt aus $\frac{1}{r''} : \frac{1}{r'} = \frac{\mu'}{r'} : \frac{\mu''}{r''}$ von selbst $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$, welches jener zweyte Fall war; aber nicht $\frac{\mu'}{r'^3} = \frac{\mu''}{r''^3}$, wo $\mu' : \mu'' = r'^3 : r''^3$ einen viel zu sehr verstärkten Druck in der kürzern Zeit anzeigt, als dass die Maxima gleich werden könnten.

Um das Beyspiel mit denen in IX vergleichbar zu machen, muss es unter den dortigen Umständen nach der Formel B berechnet werden. Für $r' = 10$, $r'' = 9$, $\mu'' = 1$, wird μ' nun $\frac{\mu'' r'^3}{r''^3} = \frac{1000}{729} = 1{,}3718$. Der zur Formel B gehörige Differentialquotient, (in welchem

man der leichtern Rechnung wegen, erst für angenommene t suchen mag ein μ so zu finden, dass es dem gegebenen nahe komme,) erfordert für jenes μ ein $t = 1{,}1276$. Hieraus das Maximum von $\omega' = 3{,}12778$. Wie zu erwarten war, die Zeit ist kürzer, und das Maximum niedriger als bey den Beyspielen in IX; auf welche übrigens nur nöthig ist zu verweisen.

XI. Die vorhin schon angegebene Differentialgleichung

$$\frac{r}{\Pi}\,(\varrho-\omega)\,dt - \mu t\,dt = d\omega$$

erfodert zum Maximum

$$\frac{d\omega}{dt} = o;\ \varrho-\omega = \frac{\mu\,\Pi t}{r},\ \text{und}\ \omega = \varrho - \frac{\mu\,\Pi t}{r}$$

Also für gleiche Maxima bey gleichem ϱ und Π

$$t' : t'' = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}$$

Aus dem Integral

$$\omega = \left(\varrho + \mu\frac{\Pi^2}{r^2}\right)\left(1 - e^{-\frac{rt}{\Pi}}\right) - \frac{\mu\,\Pi t}{r}$$

folgt

$$\omega' - \omega'' = \varrho\left(e^{-\frac{r''t}{\Pi}} - e^{-\frac{r't}{\Pi}}\right) + \Pi^2\left(\frac{\mu'}{r'^2} - \frac{\mu''}{r''^2}\right)$$

$$+ \Pi^2\left(\frac{\mu'' e^{-\frac{r''t}{\Pi}}}{r''^2} - \frac{\mu' e^{-\frac{r't}{\Pi}}}{r'^2}\right) + \Pi\left(\frac{\mu''}{r''} - \frac{\mu'}{r'}\right)t$$

Von den in X bemerkten drey Fällen giebt es hier nur zwey; nämlich

1) $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$, wodurch das letzte Glied wegfällt, und eine Curve über das Maximum der andern hinweg geht;

2) $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$; wodurch das zweyte Glied verschwindet, und gleiche Maxima entstehn.

Beyspiel für den ersten Fall. Es sey $r'' = 9$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, $\mu'' = 1$; nun soll für $r' = 10$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, angenommen werden $\frac{\mu'}{r'} = \frac{\mu''}{r''}$; also $\mu' = \frac{10}{9} = 1{,}111\ldots$ Wir suchen zunächst die Maxima für beyde ω, und setzen alsdann die zugehörigen Zeiten aus jeder Gleichung in die andere, so findet sich

für $t = 1{,}3672$ $\omega' = 3{,}2405$ $\omega'' = 3{,}1814$

für $t = 1{,}4645$ $\omega' = 3{,}2262$ $\omega'' = 3{,}1864$

Setzt man in die Gleichung für $\omega' - \omega''$ nun $t = 2{,}21$, so erhält man schon einen kleinen negativen Werth, nämlich $\omega' - \omega'' = -0{,}00167$. Dass aber beyde ω hier noch lange nicht aus dem Bewusstseyn verschwunden seyn können, zeigt ein Blick auf den Werth von t für $\omega = o$, welcher schon in IX angeführt worden, nämlich $t = \frac{\varrho r}{\mu\Pi} + \frac{\Pi}{r}$, hier nahe gleich für beyde ω; beynahe $8{,}5 = t$. Man sieht, dass die Curve für ω' über das Maximum von ω'' hinweg geht, aber um die Zeit 2,2 die Werthe sich kreuzen, so dass ω' sich nun hinter ω'' zurückzieht.

Beyspiel für den zweyten Fall. Es sey $r'' = 9$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, $\mu'' = 1$; nun soll für $r' = 10$, $\varrho = 4$, $\Pi = 5$, angenommen werden $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$; also $\mu' = 1{,}2346$. Aus dem (schon oben, in IX angegebenen) Werthe der Zeit fürs Maximum findet man $t = 1{,}31809$; und das Maximum $\omega' = 3{,}1864$. Diesem gleich ist, wie schon für den ersten Fall gezeigt, ω'' für $t = 1{,}4645$. Nimmt

man zwischen den Zeiten das arithmetische Mittel, also $t = 1{,}3913$, und setzt diesen Werth in die Formel für $\omega' - \omega''$, so ergiebt sich $\omega' - \omega'' = 0{,}0003$, also beynahe $= o$.

Also auch hier giebt $\frac{\mu'}{r'^2} = \frac{\mu''}{r''^2}$ gleiche Maxima. Der Grund ist der nämliche wie in X, und er lässt sich leicht noch weit allgemeiner fassen. Es sey angenommen

$$\frac{r}{\Pi}(\varrho - \omega)\ dt - \mu t^n dt = d\omega$$

Welche Zahl nun auch n seyn möge: immer folgt

$$\text{aus } \frac{d\omega}{dt} = o,\ \varrho - \omega = \frac{\mu \Pi}{r} t^n$$

Zu t^n gehört immer ein bestimmtes r, und aus der Natur der Sache folgt immer, dass je kürzer t, desto grösser r. Wenn nun $t'^n : t''^n = \frac{1}{r'} : \frac{1}{r''}$, und überdies, weil für gleiche Maxima die Grösse $\frac{\mu \Pi}{r} t^n$ gleich bleiben muss, auch $t'^n : t''^n = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}$, so folgt $\frac{1}{r'} : \frac{1}{r''} = \frac{\mu''}{r''} : \frac{\mu'}{r'}$, und $\frac{\mu''}{r''^2} = \frac{\mu'}{r'^2}$.

Je höher die Potenz n, desto näher bey einander liegen die Wurzeln von r, denen die Zeiten proportional seyn sollen. Umgekehrt, wenn n ein ächter Bruch wäre, würde das Verhältniss der Zeiten durch Potenzen der Reste bestimmt werden, und es gäbe mehr Zwischenzeit zwischen einem Maximum und dem andern.

Wir haben bisher nur solche Gesetze des Widerstandes in Betracht gezogen, deren Begriff sehr leicht fasslich, und für die Rechnung nicht besonders schwie-

rig ist. Man könnte zu anderen übergehen; auch gehören hieher noch Untersuchungen anderer Art*); allein es ist besser, der Rechnung einstweilen Ruhe zu gönnen, und dagegen über die Anwendungen etwas beyzufügen.

XII. Schon die oberflächlichste Vergleichung dieser und der beyden vorhergehenden Abhandlungen reicht hin, um eine grosse Verschiedenheit wahrzunehmen, die ihren Grund in dem Gegenstande hat. Thatsachen lassen sich voranstellen, wenn sie eine präcise Auffassung ohne Mühe gestatten; allein dies ist in dem weiten Gebiete der Psychologie nur eine seltene Ausnahme. Viel öfter muss die Selbstbeobachtung erst durch die vorangehende Theorie auf dasjenige hingewiesen werden, was zu bemerken ist; und auch alsdann lässt sich nur unvollkommen wiederfinden, was die Rechnung bestimmt angiebt. Dies ist besonders deshalb unvermeidlich, weil das Verschwinden und schon die Verminderung des Vorstellens sich niemals unmittelbar beobachten lässt. Dass man etwas vergessen habe, bemerkt man oft; dass man eben jetzt etwas vergesse, weiss man niemals und kann es nicht wissen. Auch steigende Vorstellungen mögen innerlich beobachtet werden, wenn sie sich ihrem Maximum nähern, aber der Anfang des Steigens bleibt unbemerkt. Wie soll man es denn anfangen, jene Kreuzungen steigender und sinkender Vorstellungen factisch nachzuweisen, von welchen zuvor geredet worden? Doch etwas lässt sich thun; man kann

*) Im §. 100 der Psychologie ist ein andrer Faden angesponnen, dessen weitere Benutzung vorbehalten bleibt.

in den Producten des Vorstellens im Allgemeinen erkennen, dass so etwas vorgegangen seyn müsse.

Unsre Vorstellungen gestalten sich, indem sie reproducirt werden. Diese Gestaltung ist nicht genau eine bleibende; ihr Product keine veste Gestalt, doch aber oft der Vestigkeit nahe genug, um erkannt zu werden.

Drey verschiedene Arten, wie die Vorstellungen sich kreuzen können, sind im Obigen als möglich zum Vorschein gekommen.

1) Die zweyte Vorstellung, anfangs hinter der ersten zurück, kann diese übersteigen, während beyde fortwährend steigen. Man setze, dass eine dritte gleich darauf die zweyte eben so übersteige; so wird nun die zweyte ihre Stellung zwischen der ersten und dritten haben; diese Stellung wird während des Steigens nahe die nämliche bleiben. Eben so werde die dritte von der vierten, die vierte von der fünften, u. s. f. überstiegen. Nähern sich alle diese Vorstellungen einer Erhebungsgränze (VII, VIII,) so erscheint das gesammte Vorgestellte gleich einem emporgestiegenen Bau, dessen allmähliges Werden man mit angeschaut hat.

2) Die zweyte Vorstellung bleibt hinter der ersten lange genug zurück, damit die erste ihr Maximum erreichen könne; dann durchkreuzt sie dieselbe, und gewinnt selbst ein nahe liegendes Maximum. Nun folge eben so der zweyten die dritte; so wird die zweyte ein Durchgangspunct, durch welchen, als den zwischen liegenden, man von der ersten zur dritten gelangt. Wenn dies bis zur vierten, fünften, u. s. w. fortgeht, so entwickelt sich ganz eigentlich eine Reihe, von der jedes vorhergehende Glied dem folgenden weicht. So

bey der gedächtnissmässigen Reproduction; Beym Aufzählen, Aufsagen, u. d. gl.

3) Die zweyte Vorstellung, von der ersten gleichsam eingehüllt, hat ein Maximum, und erst von diesem herabsinkend übertrifft sie die erste, welche jetzt noch schneller sinkt, und dadurch hinter der zweyten sich zurückzieht. Eben so sey eine dritte Anfangs von den beyden vorhergehenden eingehüllt; indem sie langsamer sinkt als die zweyte, ziehe sich diese hinter ihr zurück. Während des Sinkens hat nun wieder die zweyte eine mittlere Stellung, aber die Ordnung der ersten und dritten ist umgekehrt. Dies geht so fort zur vierten, fünften, u. s. w. So giebt das Gesammt-Vorgestellte das Gegenstück zu einem sich erhebenden Bau; es ist das Bild eines Verfalls, welcher, während das Höhere sammt dem Niedern sinkt, zugleich das Innere nach aussen kehrt und nackt vor Augen stellt.

Von der Wichtigkeit des Zwischen für die Psychologie ist in frühern Schriften vielfältig gesprochen; es wird kaum nöthig seyn, hier noch an den Raum, und dessen Analoga zu erinnern, die man bis in Logik und Sprachlehre hinein verfolgen kann. Jedermann weiss, dass die Präpositionen durchgehends auf räumliche und zeitliche Verhältnisse hinweisen. Wichtiger noch für den Gedankenbau sind die Conjunctionen, auf die wir vielleicht anderwärts zurückkommen; hier schliessen wir mit einem Worte von Jean Paul: „im einzigen Zwar steckt ein kleiner Philosoph."

Psychologische

Untersuchungen

von

Herbart.

Zweytes Heft.

Göttingen,
Druck und Verlag der Dieterichschen Buchhandlung.
1840.

Vorrede.

Dies Heft enthält die, schon im vorigen erwähnte, Untersuchung über zugleich steigende Vorstellungen; und hiemit den nothwendigsten Nachtrag, welcher zu des Vfs grösserem psychologischen Werke musste geliefert werden.

Ausserdem wird man hier eine Abhandlung finden, worin die Kantischen Kategorien mit den Conjunctionen, deren sich die Sprache bedient, zusammengestellt werden. Der Bau der Sprachen giebt Thatsachen an die Hand, welche zwar nicht mathematische Bestimmtheit (wie Tonlehre und Zeitmaass), aber doch grammatische Vestigkeit besitzen; Thatsachen, die jedem Individuum auf gleiche Weise vorliegen, und nicht mit den Schwankungen zu kämpfen haben, welchen die innere Wahrnehmung unterliegt. Sucht man für die psychischen Thatsachen eine solche Reihenfolge, in welcher sie mehr oder weniger genau können aufgefasst werden, so kommt eine ganz andere Rangordnung zum Vorschein, als die, welche unsre psychologischen Compendien darbieten. —

Kurz vor geendetem Drucke dieser Blätter wurde dem Verfasser eine Stelle aus einem Buche in glaubhafter Abschrift vorgelegt, worin ein Ausfall auf die mathematische Psychologie enthalten ist. Man kann wohl einmal nachsehn, von wo das Widersprechen ausgeht, und wie weit es führt.

Herr geh. Hofrath Fries widerspricht, indem er behauptet:

„Blosse Verhältnisse sind nur eine mathema-
„tische Abstraction, bey deren Anwendung
„auf bestimmte Fälle, wenn auch nicht die
„Messung, doch die Messbarkeit der vergliche-
„nen Grössen vorausgesetzt werden muss."

Also Anwendung auf bestimmte Fälle — davon redet Hr. geh. Hofrath Fries. Er zeige nun diejenigen Anwendungen auf bestimmte Fälle, die er widerlegt habe.

Messbarkeit verglichener Grössen — davon redet Hr. F. Wie beweiset er, dass denjenigen Grössen, welche zu messen bis jetzt keine Hülfsmittel bekannt sind, die Messbarkeit abzusprechen sey?

„Die Messbarkeit von intensiven Grössen ist
„nur möglich, wenn ihnen eine extensive Scale
„an die Seite gesetzt werden kann."

Also vom Messen-Können — nicht von der Messbarkeit der Grössen selbst und an sich — redet hier Hr. F.; vertieft, wie er zu seyn pflegt, in seinen eignen Gedanken.

Wir müssen doch wohl für Solche, die nicht bloss Sich hören, sondern das beachten, wovon ihnen gegenüber die Rede ist, obige Stelle etwas verändern.

> Blosse Verhältnisse, in mathematischer Abstraction gedacht, müssen so weit verfolgt werden, bis sich Gesetze und charakteristische Unterschiede zeigen, die sich in ganzen Klassen von Thatsachen wiedererkennen und zu fortgesetzter Vergleichung benutzen lassen. Dabey werden Grössen vorausgesetzt, die an sich messbar seyn würden, wenn wir zur wirklichen Messung schon die Mittel besässen.

Von Anwendungen auf bestimmte Fälle, desgleichen von empirisch gemessenen Grössen, die man, um nur überhaupt zu Anwendungen zu gelangen, in die Formeln substituiren müsste, ist hier im Allgemeinen nicht die Rede; und um so weniger von extensiven Scalen für intensive Grössen.

Gegen folgende Behauptung:

„für die intensiven Grössen des geistigen Le-
„bens könne keine Einheit gegeben werden",

welche Behauptung sich etwas voreilig auf die Höhen des geistigen Lebens verstiegen hat, — wird man in der Region, wo die Fundamente der Psychologie liegen, ganz einfach sagen, dass zwey Lichter doppelt so stark leuchten als eins; dass drey Saiten auf einer Taste dreymal so stark tönen als

eine. Kurz: jede, erste beste sinnliche Empfindung dient als Einheit, wo das Empfundene sich gleichartig vervielfältigt. Um die Unsicherheit, welche dabey Statt finden kann, kümmern wir uns hier, wo es auf Einzelnheiten nicht ankommt, wenig; noch viel weniger jedoch um eine andre Art vorgeblicher Unsicherheit, worauf Hr. F. ein Gewicht legt, als hätte er von hoher Hand einen Schatz empfangen. Er trägt nämlich ganz ernsthaft folgenden Satz vor:

> „Bey Intensitätsrechnungen gelten die ersten „Grundsätze der Arithmetik nicht sicher. „Zum Beyspiel: wenn die eine Grösse „kleiner, die andre grösser, als eine „dritte ist, so folgt nicht, dass die grössere „auch grösser als die kleinere sey."

Worauf beruhet denn die Evidenz der Arithmetik bey extensiven Grössen? Etwan auf der Extension, die in den Zahlen mangelt? Der anthropologische Empirismus wird vielleicht sagen: Man sehe mit den leiblichen Augen, dass drey Fuss mehr ist als zwey, vier Fuss mehr als drey, und dann auch vier Fuss mehr als zwey. Man lerne durch die tägliche Erfahrung, dass zweymal zwey Fuss wirklich vier Fuss ergeben! Achtet aber Hr. F. eine solche Sprache (als ob die Zahlbegriffe Zwey, Drey, Vier, an den Füssen klebten,) seiner unwürdig, so zeige er nun das Vorrecht des Exten-

siven vor dem Intensiven, welches zu beweisen seine Sache wäre. — Statt des Beweises bringt er ein Beyspiel für jenen Satz vom Intensiven; ein Beyspiel, weit erhaben über die Fundamente der Psychologie, und das doch in der That handgreiflich zu heissen verdient. Es ist hergenommen von — der Geschicklichkeit im Schachspiel.

„Wenn A mit B spielt, gewinnt meist A;
„wenn B mit C spielt, gewinne meist B; so
„folgt nicht, dass, wenn A mit C spielt, C
„meist verlieren würde."

Wenn der Körper A länger ist als B, und der Körper B breiter als C, so folgt nicht, dass A grösser sey als C. Auch bey Extensitäts-Rechnungen gelten die ersten Grundsätze der Arithmetik nicht sicher, — vielmehr, sie gelten ganz und gar nicht, wenn man bey einer Grösse, welche mehrere Factoren enthält, unterlässt, die Factoren einzeln und sämmtlich zu berücksichtigen. An Factoren der Geschicklichkeit im Schachspiel — als da sind: Geschick im Gebrauch des Springers, Läufers, Thurms, der Königin, der Bauern u. s. w. erinnern die eignen Worte:

„denn die Unterschiede der Geschicklichkeiten
„können von sehr verschiedener Art seyn."

So schlägt sich Hr. F. mit seinen eignen Waffen. Das Beyspiel lehrt, dass in Bezug auf intensive Grössen einige Übung im Denken nöthig ist. Hr.

F. stelle sich in Gedanken neben einem in aller Hinsicht grössern Mathematiker, und einem in aller Hinsicht kleineren. Er wird sogleich wissen, dass Jener grösser sey als dieser; und die mathematische Evidenz wird hier nicht von Lineal und Zirkel abhängen. Oder auch: Hr. F. stelle sich, wenn es ihm beliebt, an die Spitze der Philosophen. Er gehe nun den verschiedenen Geschicklichkeiten nach, welche im Philosophiren liegen. Er stelle alle ihm bekannten Philosophen, — nicht etwan in Reih' und Glied, — sondern von sich ausgehend weise er, nach seinem Gutdünken, allen andern die Plätze an, die sie in gehörigen Distanzen als grössere oder kleinere Logiker, grössere und kleinere Metaphysiker, Psychologen, Naturphilosophen, Ethiker u. s. w. einnehmen sollen. Er spalte wiederum die Geschicklichkeiten, um die Distanzen genauer zu bestimmen. Wir wollen diesmal um die Plätze nicht streiten; Hr. F. wird aber wissen, dass es Streit darum giebt, weil die Grössenschätzung nicht ausbleiben kann, obgleich keine Messung nach Fussen und Zollen, mittelst extensiver Scalen, hiebey anzubringen ist. Bey aller Unsicherheit solcher Grössenschätzung wird Hr. F. doch genug davon in Gedanken behalten, um nicht Schüler und Meister durch einander zu werfen, Fortschritte der Schüler abzuleugnen, Geschwindigkeit oder Langsamkeit des Fortschreitens der Unbestimmtheit preis

zu geben. Die Quantitäts-Begriffe werden ihn nicht verlassen, obgleich man ihm hiebey nicht mit Rechnungen beschwerlich zu fallen gedenkt. Was ungewiss bleibt, ist darum noch nicht an sich unbestimmt und maasloss; es giebt auch hier Grössenverhältnisse, nach denen gefragt wird; es giebt Proben, Zeichen, indirecte Erkenntnissmittel, aus denen ein Mehr oder Weniger kann geschlossen werden. Dass aber den sehr zusammengesetzten geistigen Thätigkeiten des wissenschaftlichen Denkens andere, minder zusammengesetzte zum Grunde liegen, — dass man, immer weiter zurückgehend, endlich deren so einfache annehmen kann, welche sich der Rechnung unterwerfen lassen, — und wozu das diene: dies Hrn. F. deutlich zu machen, darauf muss man, wie es scheint, Verzicht leisten; wenn er nämlich nicht selbst des mathematischen Hebels, des Falls im luftleeren Raume, der Schwingung ohne Reiben, und dgl. sich erinnert.

Zurückblickend auf jenen angenommenen Fall des Schachspiels könnten wir noch die Wahrscheinlichkeit bemerken, dass wenn *B* gegen *A*, *C* gegen *B* oftmals *) verliert, dann auch *C* gegen *A* verlieren werde. Sind aber die Intensitäten so sublimer Natur, dass sie sich den ersten Regeln

*) Anstatt des verfänglichen Meist; wobey unbestimmt bleibt, wiefern das Gewinnen als Probe der Geschicklichkeit im Ganzen könne angesehen werden.

der Arithmetik entziehen, so geht nicht bloss diese Wahrscheinlichkeit verloren, sondern es ist zu besorgen, dass an ihnen auch eine Auctorität, die — messbar oder nicht, — doch eben nicht grösser ist, als die der Arithmetik, die Auctorität der logischen Regeln, denen man bekanntlich keine extensiven Scalen an die Seite setzen kann (wenn nicht etwa die Cirkel, wodurch man wohl die Sphären der Begriffe zu bezeichnen pflegt, anstatt der Scalen gelten sollen,) etwas einzubüssen haben werde. Beliebe denn unser berühmter Logiker nachzusehn, ob etwa folgender Syllogismus seinen Beyfall hat:

> Geschicklichkeit im Schachspiel ist nicht messbar. Geschicklichkeit im Schachspiel ist eine intensive Grösse. Also: keine intensive Grösse ist messbar?

Es mag nun das Ende des letzten Aufsatzes in diesem Hefte verglichen werden; wo sich Gelegenheit gefunden hat, einiges hieher Gehörige beyzufügen. Der Aufsatz ist zwar nicht gegen Hrn. geh. Hofr. Fries geschrieben; es kann aber theilweise so scheinen, und mag dafür angesehen werden. Dabey ist um desto weniger Bedenken, weil Hr. F. nicht bloss (um seine eignen Ausdrücke zu gebrauchen,) verwerfend angefangen und absprechend geendigt hat, sondern auch seine, nach einer andern Seite hin geäusserte, Geneigtheit zum Unterhandeln an durchaus unzulässige Bedingun-

gen knüpft. Qualitäten im Pluralis und Seelenvermögen sollen die Basis der Unterhandlung abgeben. Eine unbekannte Qualität gilt ihm für keine; er erzählt (*mirabile dictu*) von einer „Hypothese, die ein qualitätsloses einfaches Wesen zum Grunde lege." Schreiber Dieses weiss zwar von keiner solchen Hypothese, wird aber niemals einräumen, dass man das Einerley, was die Seele ist, mit dem Vielerley, was sie kann, verwechseln und vermengen dürfe. Die vielen Qualitäten würden keine wahre Einheit, nicht das, was die Seele ist, ausmachen; und wenn wirkliche Qualitäten in blossen Möglichkeiten, die man Vermögen nennt, bestehn, oder umgekehrt diese Vermögen die Stelle wirklicher Qualitäten vertreten sollen, so schwankt Alles zwischen Möglichkeit und Wirklichkeit auf eine Weise, die man zwar blossen Empirikern nicht übel nimmt, die aber bey einem so entschiedenen Freunde der Kategorien, wie Hr. F., beynahe ins Unbegreifliche fällt. Was endlich solche Imperative anlangt, wie: „man hätte sich sollen schon durch Kants Antinomien abhalten lassen", so darf sich Hr. F. das Zeugniss geben, dass Er es während beynahe vier Decennien an Ermahnungen zum Gehorsam im Kantischen Reiche keinesweges hat ermangeln lassen. Warum der Gehorsam nicht erfolgte, scheint er noch bis jetzt nicht zu wissen.

Monadologie ist bey Hrn. F. ein unbeliebtes Wort.

Gleichwohl bedient er sich desselben, und zwar auf eine Weise, die noch mehr als das Übrige zu einer Entgegnung auffodern könnte. Anstatt auf Leibnitzens Lehren und Kantische Kritiken einzugehn, genüge es hier, auf ein neues, vielumfassendes Werk zu verweisen, welches Hr. Taute zu Königsberg, unter dem Titel: Religionsphilosophie, schreibt, und wovon die erste Lieferung bereits vorliegt. Für einen so stabilen Kantianer, wie Hr. F., hier einige Worte aus der Vorrede: „Ganz und gar der wissenschaftlichen Forschung hingegeben, hatte Kant, wie man es nennt, eine Revolution im Reiche der Begriffe vollbracht. Worin dieselbe bestehe, und was ihre Hauptergebnisse seyen, — ob das Ding an sich, oder die Ideen, ob die Verstandeserkenntnisse mit ihren Kategorien, dem synthetisch-apperceptiven Ich und den Grundsätzen, oder die Vernunftansicht mit den regulativen Principien; ob die metaphysische oder die ethische Seite des Systems, die Begründung des Wissens oder des Glaubens — das weiss man eigentlich nicht. Vielleicht soll auch der Begriff der Revolution, die bekanntlich niemals recht weiss was sie will und was sie schafft, darauf hindeuten."

Hier war geschlossen, und die Abschrift aus des Hrn. F. psychischer Anthropologie (S. VI—VIII) bey Seite gelegt. Aber es kommt eine neue Abschrift, welche des nämlichen Hrn. F. Geschichte

der Philosophie (zweyten Bandes S. 708) citirt. Je länger Hr. F. sich macht, desto mehr müssen wir abkürzen; also nur eine Probe! Da ist etwas zu lesen von stetigen Grössen, welche der Einfachheit der Seele untreu werden. Wer einmal vom Hörensagen (oder weiss Hr. F. eine bessere Quelle?) die Spukgeschichte vom qualitätslosen Wesen aufnimmt, dem müssen sich wohl die Selbsterhaltungen, sammt deren Grössen, in ein gespenstisches Treiben verwandeln, denn Was hätte wohl ein qualitätsloses Wesen zu erhalten? — Da sollen ferner „nur bey dem musikalischen Verhältniss der Töne hinlänglich einfache Vorstellungs-Reihen zur Anwendung der Formeln gefunden seyn." Herrn F. diene zur Nachricht, dass wir die psychologische Untersuchung musikalischer Vorstellungsreihen recht füglich dem zwanzigsten Jahrhundert überlassen können, sie ist bis jetzt unberührt. Intervalle und Accorde bestehen aus gleichzeitigen Tönen; auch die Auflösung einer Dissonanz wird Niemand eine Reihe nennen. Die ganze Untersuchung über Bildung und Wirkung der Reihen hat damit nichts zu thun; auch sind wir noch nicht so weit, dass wir diese auf das melodische Fortschreiten anwenden könnten. Hr. F. thäte wohl, auf seinem heimathlichen Grunde und Boden, das heisst, in seinem System zu bleiben; denn mit seiner Geographie des Auswärtigen ist es noch schlechter be-

stellt, als bey jenem Franzosen, der ein paar Fremde, einen aus dem Norden, den andern aus dem Süden von Deutschland, einander als Landsleute vorstellte, und da beyde sich über die weite Entfernung ihrer Wohnorte äusserten, zur Antwort gab: *n'importe; c'est toujours là bas.* — Hr. F. weiss auch zu erzählen: „H. hat sich von Anfang an von Fichtes Phantasie leiten lassen, dass alle menschliche Erkenntniss aus dem Sich-Selbst-Setzen des Ich abzuleiten sey; dies führte ihn auf seine Hypothese, dass die Seele ein einfaches, gestörtes Wesen sey"; — welches dann noch obendrein der „eigentliche Grundfehler" seyn soll. Dass jahrelang vor dem Eintritt in die Fichtesche Schule des Vfs philosophisches Denken durch Wolfische und durch Kantische Lehren in Gang gesetzt war, natürlich in weiterem Umfange, als den die bekanntlich sehr enge Fichtesche Schule hätte eröffnen können: dies, sollte man meinen, brauche eigentlich nicht gesagt zu werden, da es offenkundig ist, wieviel Anziehungskraft die Fichtesche Sphäre gegen Andre ausgeübt hat. Aber so etwas zu errathen, ist der Divination Derjenigen zu schwer, die, was sie systematisch nicht begreifen, gleichwohl historisch zu deuten und zu erklären unternehmen, ohne damit auch nur factisch bekannt zu seyn.

Inhalt.

		Seite
I.	Über Analogien, in Bezug auf das Fundament der Psychologie	1
II.	Über frey steigende Vorstellungen . . .	35
III.	Über Kategorien und Conjunctionen . . .	171

Ueber Analogien, in Bezug auf das Fundament der Psychologie.

Der Empirismus fühlt sich stark durch seine Verbindung mit der Mathematik; ob aber die Mathematik an den Empirismus gebunden sey?, das ist die Frage. Zwar begnügen sich die Physiker gewöhnlich, die Gesetze zu kennen, welche die Erscheinungen dergestalt befolgen, dass man im Stande ist sie vorherzusagen. Für die Wissenschaft aber hat das Prophezeihen nur den Werth einer Probe, ob man auf dem rechten Wege der Forschung sey; und daraus folgt nicht, dass die Mathematik in ihren möglichen Leistungen auf jene Genügsamkeit sich beschränken müsse.

Im vorigen Hefte wurde die Tonlehre auch zu einer Probe benutzt, ob die psychologische Rechnung auf richtigem Wege sey. Es kam aber nicht darauf an, zu prophezeihen was längst bekannt ist, sondern darauf, ein ganzes System von empirischen Kenntnissen durch Nachweisung seiner innern Gründe in Zusammenhang zu bringen. Dabey wurde die Mathematik auf Begriffe angewendet, die nicht aus der nackten unmittelbaren Erfahrung nach der Weise des Empirismus, sondern aus der durch Metaphysik bearbeiteten Erfahrung hervorgehn, und die mit Hülfe der Rechnung zur Erfahrung

zurückkehren. Es hat sich dort gefunden, dass zweyerley ganz verschiedene Erfahrungskreise, nämlich von Schwingungen tönender Körper, und von ästhetischen Urtheilen über vorgestellte Töne, darum weil sie sich in einigen wenigen Puncten sehr nahe zusammentreffend berühren, vermengt worden sind; während von Dissonanzen und deren Auflösung, von den Grundregeln des Contrapuncts, von den verbotenen Fortschreitungen gerade der reinsten und vollkommensten Consonanzen u. s. w. in den bloss physikalischen Kenntnissen, hätte man diese sich selbst allein überlassen, keine Spur anzutreffen seyn würde. Nur durch jene Vermengung hat der Chladnische Sand dahin gelangen können, für ein Hülfsmittel der Akustik zu gelten. Für die Bewegungen schwingender Körper mag er seine belehrenden Curven zeichnen; damit weiss man noch nichts von der Thätigkeit des Gehörnerven; vielweniger vom Hören selbst, und am allerwenigsten vom musikalischen Denken.

Durch unsre Untersuchung der Tonlehre ist nun zugleich für die Psychologie eine Vormauer gegen mögliche Angriffe gewonnen.

Nachdem solchergestalt für die Sicherheit gesorgt ist, kommt jetzt die Reihe an den Versuch, Vorkehrungen gegen Misverständnisse zu treffen, welchen vorzubeugen, als ob sie noch nicht da wären, oft besser ist, als mit einer schon ausgebildeten falschen Ansicht und Meinung sich zu befassen. Wer richtig verstehen will, wird gern zurückgehen bis auf einen Standpunct, wo das Misverstehen noch nicht angefangen hatte.

Schon im ersten Hefte wurde der Analogien gedacht, welche, wo sie zur Anknüpfung des Neuen an das alte Bekannte sich darbieten, zu Hauptquellen von Misver-

ständnissen werden können. Es hat nicht an Veranlassungen gefehlt, hierauf zurückzukommen. Folgendes ist ein Beyspiel. Von schätzbarer Hand wurde die Bemerkung mitgetheilt, es könnte wohl Jemand auf den Gedanken kommen, eine Analogie mit der Wahrscheinlichkeitslehre hervorzurufen. Denn wie Ein Ton, obgleich an sich einfach, doch in Bezug auf einen andern, höhern oder tiefern Ton, in Gleiches und Entgegengesetztes zerlegt zu denken sey, so zerfalle in der Wahrscheinlichkeitslehre die Einheit, als Ausdruck der Gewissheit, in die einander entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten. Freylich aber müssten nun (natürlich um die Analogie zu verfolgen) auch beyde Theile, worin Ein Ton zerlegt worden, als Gegensätze erscheinen; und da sey denn das Wort Gleichheit anstössig. —

Gäbe es keinen weitern Anstoss als nur diesen, so wären wir freylich bald fertig. Denn in der That ist die Gleichheit, als treibend zur Verschmelzung zweyer Töne, vollkommen entgegen jedem der Gegensätze, welche sich der Verschmelzung widersetzen; und hierauf beruhet, wie am gehörigen Orte gezeigt, unmittelbar die Bestimmung der reinen und der falschen Quinte. Nun aber kommen noch die Terzen, die Sexten, die Secunde und die Septime; mit ihnen kommt der Unterschied der halben Gleichheiten von der ganzen, und der gleichen Theile von der Gleichheit. Es ist nicht zu erwarten, dass man jene Analogie auch hier werde vesthalten wollen; da aber einmal aus so weiter Ferne — Wahrscheinlichkeitslehre und Musik sind doch wohl entfernt genug! — sich eine Analogie zufällig eingestellt hat, so mag man den Zufall benutzen. Man berechne also die Wahrscheinlichkeit, welche unsre Theorie zu-

vörderst dadurch erlangt, dass sie in der Tonlinie eben so viele merkwürdige Puncte nachweiset, als bekannte Intervalle in der Dur- und Moll-Scala vorhanden sind. Sollte etwa diese Wahrscheinlichkeit noch gering scheinen, so nehme man den Umstand hinzu, dass jedem einzelnen dieser Puncte seine Stelle durch eine besondre Rechnung bestimmt ist, welche mit dem, was bisher für richtig galt, nahe genug zusammentrifft, und, (was beynahe noch bedeutender ist,) die gleichschwebende Temperatur da vertheidigt, wo sie von der bisherigen, vermeintlich richtigen Rechnung merklich abweicht. Hat man auch so noch nicht Wahrscheinlichkeit genug, so steht nun die ganze Lehre von den Accorden u. s. w. in Bereitschaft, die man freylich wohl nicht in jene Wahrscheinlichkeits-Rechnung wird aufnehmen können, denn die innere Consequenz einer zusammenhängenden Theorie ist darüber hinaus, nach einer Summe von zutreffenden Einzelnheiten geschätzt zu werden.

Vor Analogien, die nicht sehr nahe liegen, sich zu hüten, darf man wohl einem Jeden überlassen, der genauer auf unsern Gegenstand einzugehen ernstlich beabsichtigt. Anders verhält es sich mit solchen fast unvermeidlichen Vergleichungen, die schon durch den Ausdruck Statik herbeygerufen werden. Deshalb ist schon im ersten Hefte des Hebels Erwähnung geschehen; denn der Hebel ist ja das erste, einfachste Beyspiel, was sich aufdringt, wo Etwas vom Gleichgewichte vorkommt. Es ist wünschenswerth, dass solche Erinnerungen, die man nicht wegschaffen kann, einer Umformung zugänglich seyn mögen, wodurch sie, anstatt den Gesichtspunct zu verrücken, vielmehr behülflich werden ihn sicher

zu stellen. Bey genauerem Nachdenken über den Hebel hat sich nun Einiges dargeboten, welches hier soll vorgelegt werden; ohne Besorgniss, als würde es gar zu fremdartig scheinen. Am Ende dieses Aufsatzes wird sich zeigen, dass hinreichender, und selbst doppelter Grund vorhanden ist, die Betrachtung des Gleichgewichts unter Vorstellungen mit derjenigen, wozu der Hebel Anlass giebt, in Verbindung zu setzen.

Beym Hebel pflegt man sogleich zunächst an Umdrehung einer unbiegsamen Linie um einen vesten Punct zu denken; dabey treten die drehenden Kräfte unter einander in Gegensatz. Man vergleicht also die Producte aus den Kräften in die Wege, welche, wenn die Umdrehung geschehn soll, müssen durchlaufen werden; und Alles scheint fertig, wenn diese Producte gleich und entgegengesetzt sind. Um Bestimmung des Drucks, welchen der veste Punct leidet, brauchte man demnach sich nicht zu bekümmern. Gleichwohl gehört derselbe sehr wesentlich zur Sache, denn wenn der Punct diesem Drucke ohne Widerstand nachgiebt, ist an Umdrehung um ihn nicht zu denken. Vollständiger wenigstens ist eine andere sehr bekannte Darstellung, welche ausgehend vom gleicharmigen Hebel mit gleichen Gewichten P, im Unterstützungspuncte dem dort aufwärts gerichteten Gegendrucke ein halb P niederwärts entgegensetzt, überdies einen Hebelarm verdoppelt, am Ende desselben auch ein halb P niederwärts anbringt, alsdann noch ein ganzes P mitten zwischen den halben, aufwärts ziehen lässt, und endlich ausstreicht was sich aufhebt; so dass nicht bloss $\frac{1}{2}P$ am doppelten Arme mit P am einfachen im Gleichgewichte steht, sondern auch der Druck $= \frac{3}{2}P$ im Unterstützungspuncte deutlich hervortritt:

— von wo der Weg zum dreyfachen, vierfachen, *n*fachen Hebelarme u. s. w. offen steht, indem an fingirten Gewichten, die beym wirklichen Hebel nicht vorkommen, die aber als Rechnungsgrössen eingeführt und wieder weggestrichen werden, niemals Mangel seyn kann. Allein mit dieser Darstellung können wir uns nicht befreunden. Denn

Erstlich: Auf solche Weise wird zwar demonstrirt, aber nicht erklärt. Die Frage bleibt offen, was denn da geschehe, wo die zur Demonstration nöthigen Hülfsgewichte nicht vorhanden sind, und dennoch Gleichgewicht statt findet. Der Hebel ist hier wie ein Gedankending behandelt. Die nämliche Einwendung gilt gegen alle Beweise, welche durch Hülfsgrössen und beliebige Wendungen des Denkens ans Ziel gelangen, ohne sich um die innere Nothwendigkeit ihres Gegenstandes zu bekümmern. Man kann gar mancherley denken; die Frage ist, ob man durch die Natur der Sache dazu gezwungen sey, und ob es zur vollständigen Auffassung derselben wesentlich gehöre. Beliebige Hülfsgrössen sind nun schon schlimm in der reinen Mathematik; aber der Übelstand, den sie verursachen, wird auffallender in der angewandten, wo bey allen Abstractionen, die man nicht vermeiden kann, doch immer die Aussicht auf wirkliche Dinge, und auf das, was mit ihnen geschieht, offen bleiben muss.

Zweytens: nicht bloss der veste Punct, und der Druck, den er wegen seiner vorausgesetzten Vestigkeit leidet, ist beym Hebel wesentlich, sondern das Gleichgewicht selbst hat hier zunächst seinen Sitz; und die Umdrehung, welche geschehen würde, wenn kein Gleichgewicht wäre, gehört nicht wesentlich zur Sache. Wenn paral-

lele Kräfte an einer unbiegsamen Linie ziehen, so wirken sie, um die Linie zu bewegen, zusammen, und nicht wider einander; wenn nun ein vester Punct ihnen widersteht, so trifft dieser Widerstand beyde zugleich; und wenn er beyde zugleich aufhebt, so ist Ruhe vorhanden, ohne irgend ein Streben zur Umdrehung. Man nehme den bekanntesten und einfachsten Fall: Gewichte, welche, ihrer Natur nach, parallel niederwärts ziehen. Dass man diesen Gewichten ein Streben zur Umdrehung beylegt, ist eine Absicht, die man ihnen unterschiebt; sie wollen Nichts, als nur sinken. Befindet sich zwischen ihnen der veste Punct gerade an der rechten Stelle, damit sein Widerstand sich auf beyde gehörig vertheilen könne, um beyden das Sinken zu verwehren, so geschieht weiter nichts; die Sache ist abgethan.

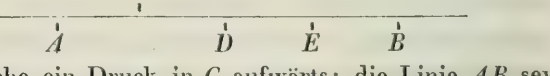
Also: die Vertheilung des Drucks, ist das, worauf es zuerst ankommt. Dass nun auch keine Umdrehung erfolgen kann, ist ein Umstand, den man hinzudenken mag; wir beseitigen für jetzt diesen Umstand, mit dem Vorbehalte, darauf zurückzukommen.

Schon hier erhellt, dass die Analogie zwischen dem Gleichgewicht am Hebel und dem Gleichgewicht unter Vorstellungen eine etwas bequemere Gestalt gewinnt, indem hier wie dort eine Vertheilung vorliegt. Damit ist noch lange nicht gesagt, dass man der Analogie sich nun dürfe unbehutsam überlassen; wohl aber giebt es noch einen Punct, auf den die jetzige Betrachtung hinweiset, um Vorsicht zu empfehlen; nämlich auf den Fragepunct: wo denn eigentlich das Gleichgewicht zu suchen sey, und zwischen welchen gleichen und entgegengesetzten Grössen es eigentlich statt finde? Dieser

Fragepunct kann bey den Vorstellungen noch leichter verfehlt werden, als beym Hebel.

Was hier nun weiter vom Hebel soll gesagt werden, bezieht sich bloss auf den angegebenen Begriff der Vertheilung des Drucks. Mit dem Winkelhebel haben wir nichts zu thun; denn Zerlegung der Kräfte (oder vielmehr der Richtungen) ist etwas fremdartiges, worauf uns einzulassen hier nicht nöthig seyn wird. Eben so wenig wollen wir die angenommene unbiegsame Linie weiter untersuchen; genug wenn irgend eine solche Vestigkeit vorausgesetzt wird, die man sich unter dem Bilde einer geraden unbiegsamen Linie denken könne.

In Einer Hinsicht aber werden wir die Vorstellung des Hebels nach unsrer Bequemlichkeit umformen. Die unbiegsame Linie braucht nicht zur Drehung bereit zu liegen, nachdem wir diesen Begriff schon zurückgewiesen haben. Man mag an Vertheilung einer Last denken, die von einer auf zwey Puncten ruhenden Stange getragen wird; ein Gegenstand, bei welchem gewöhnlich die Lehre vom Hebel als bekannt vorausgesetzt wird, obgleich kein Drehen dabey vorkommt. Der Hebel ist das Umgekehrte jener Stange. Das Wesentliche aber ist: dass ein Druck, der von einem Puncte auf einen andern entfernten wirken soll, erst die Distanz dieser Puncte durchlaufen muss; sonst wäre keine Verbindung vorhanden.



Es gehe ein Druck in C aufwärts; die Linie AB sey in A und B bevestigt; man fragt, wie sich der Druck von C aus auf die Puncte A und B vertheile, wenn $CB = 3\,AC$.

Der Druck geht von C aus nach beyden Seiten dieses Puncts gleichmässig, wofern, wie hier vorausgesetzt wird, die Linie AB gleichförmig in sich zusammenhängt. Ist der Druck linkshin bey A angelangt, so wird er hier aufgehalten durch die Bevestigung in A. Soll die Linie in Ruhe bleiben, so muss in D, wo ein gleicher Druck statt findet, wenn $CD = CA$, derselbe mit eben so viel Gewalt zurückgehalten werden wie in A. Wenn der ganze Druck in $C = 1$, so ist er in A und in $D = \frac{1}{2}$. Er wird aber in D nicht zurückgehalten, weil hier keine Bevestigung vorhanden ist. Demnach gilt in D, was in C galt; der Druck aufwärts in D wird von D aus gleichmässig nach beyden Seiten fortgepflanzt. Er gelangt also nach A und B gleichmässig, das heisst, auf B kommt $\frac{1}{4}$ und auf A $\frac{1}{4}$. Nun war der Druck, der von C nach A gelangte, $= \frac{1}{2}$. Da nun $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, so ist der Druck in A dreymal so gross als in B; und hiemit im umgekehrten Verhältnisse der Entfernungen vom C.

Man verlängere in Gedanken die Linie AB über B hinaus, also rechtshin, bis zu einem Puncte, den wir F nennen; dergestalt, dass $BF = AB$; überdies verlege man die Bevestigung von B nach F. Wird der Druck in B, wo er $= \frac{1}{4}$ war, nicht aufgehalten, so vertheilt er sich nach A und F gleichmässig; und beträgt an beyden Orten $\frac{1}{8}$. Also in A ist ein Druck $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$, und in F ein Druck $= \frac{1}{8}$; da nun $AB = 4\,AC = BF$, so ist $AF = AB + BF = 8\,AC$, und $CF = AF - AC = 7\,AC$, und hiemit wiederum der Druck in umgekehrtem Verhältnisse der Entfernung von C vertheilt.

Die Entfernung AD war $= 2\,AC$; die Entfernung $AB = 4\,AC$; ferner $AF = 8\,AC$. Man nehme über F

hinaus eine Entfernung $AG = 2^n AC$. Der Druck, welcher in $D = \frac{1}{2}$ war, muss in $G = (\frac{1}{2})^n$ seyn; desgleichen der in A ist $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + (\frac{1}{2})^n = 1 - (\frac{1}{2})^n$. Nun ist $CG = AG - AC = 2^n AC - AC = (2^n - 1) AC$, also $AC : GC = 1 : 2^n - 1$; und der Druck in G verhält sich zum Druck in A wie $(\frac{1}{2})^n : \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1 : (2^n - 1)$, also entspricht der Druck in A der Entfernung des andern Puncts G von C, welche Zahl auch möge für n angenommen werden.

Wir kehren jetzt in den Anfang der Betrachtung zurück. Der Druck, welcher von C ausgehend sich eben jetzt nach beyden Seiten ausbreitet, sey bis A und D gelangt. Nach dem Vorstehenden sieht man voraus, in welches Gleichgewicht der Druck A mit dem in F treten wird, wenn dort die Bevestigung angebracht ist; eben so, in welches Gleichgewicht der Druck in D mit einem links jenseits A treten müsse, falls dort, in einer Entfernung, die von C angerechnet $= CB$ sey, der veste Punct sich befindet. Es soll nämlich laut dem Vorstehenden betragen

der Druck in A, $\frac{7}{8}$; in F, $\frac{1}{8}$

in D, $\frac{3}{4}$; links in der Entfernung CB, $\frac{1}{4}$.

Also zwischen dem Druck in A und in F das Verhältniss $7 : 1$, zwischen dem in D und jenem links, das Verhältniss $3 : 1$. Oder das erste Verhältniss ist $1 : \frac{1}{7}$, das andre $1 : \frac{1}{3}$. Setzt man nun den Druck in A und in $D = 1$, so stehn damit die Drucke in den Entfernungen $7AC$ und $3AC$ im Gleichgewichte, wenn sie sich verhalten wie $\frac{1}{7} : \frac{1}{3}$.

Allgemein: die Entfernungen nach beyden Seiten von C seyen im Verhältniss $(2^n - 1) AC : (2^{n+1} - 1) AC$, und

man nehme die Einheit des Drucks in der Entfernung AC auf beyden Seiten, so steht damit einerseits ein Druck $\frac{1}{2^n - 1}$, andrerseits ein Druck $\frac{1}{2^{n+1} - 1}$ im Gleichgewichte; also sind diese Drucke unter sich im Gleichgewichte, wenn sie sich verhalten wie

$$(2^{n+1} - 1) : (2^n - 1).$$

Nun kann man AC so klein nehmen wie man will, und n so gross wie man will. Es sey $n = \infty$, so verschwindet die Zahl 1 neben 2^{n+1} und 2^n. Aber $2^{n+1} : 2^n = 2 : 1$; das heisst, wenn die Entfernungen sich verhalten wie 1 : 2, so müssen fürs Gleichgewicht die Drucke sich verhalten wie 2 : 1.

Dies lässt sich durch einen Rückblick auf das Vorige auch direct zeigen. Es sey nämlich jetzt die Bevestigung in A und in E; auch $CE = 2AC$. Hat der Druck von C aus, sich einerseits bis A ausgebreitet, so ist er andrerseits bey D gleich stark. Da er hier keinen Widerstand findet, so vertheilt er sich von D gleichmässig nach E und C. In E beträgt er $\frac{1}{4}$, in A, $\frac{1}{2}$; in C auch $\frac{1}{4}$, aber dies muss wegen Mangels an Widerstand abermals vertheilt werden. So kommt auf A noch $\frac{1}{8}$, auf D $\frac{1}{8}$, welches wieder vertheilt für E noch $\frac{1}{16}$, für C auch $\frac{1}{16}$ giebt. Verfolgt man dies weiter ins Unendliche, so hat man für den Punct A die Reihe $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots (\frac{1}{2})^{2n+1}$, für den Punct E die Reihe $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots (\frac{1}{2})^{2n}$. Die erste Reihe hat eine Gränze $= \frac{2}{3}$, die andre $= \frac{1}{3}$, also ist der Druck auf A doppelt so stark wie auf den doppelt entfernten E; allein die Sache ist hier doch nicht so einfach, wie im vorigen Falle; die unendlichen Reihen wollen durchlaufen seyn; sie zeigen eine Annäherung, aber kein plötzliches, auf Einen Schlag vorhandenes Gleichgewicht.

Denn der Druck kann nicht eher zu den entferntern Stellen gelangen, bis er die nähern erreicht hat; und erst nachdem er vollständig vertheilt worden, bildet sich das Gleichgewicht.

Noch etwas verwickelter ist der Fall, wenn ein Hebelarm fünfmal so lang ist als der andre. Man denke sich rechts von C einen Punct H, so dass $CH = 5\,AC$. Ist der auf C angebrachte Druck bis D gelangt, so vertheilt er sich, wie gleich Anfangs gezeigt, von hier wieder auf A und B, da er früher nicht aufgehalten wird. Er beträgt bey B, wie vorhin, $\frac{1}{4}$. Weil auch hier die Bevestigung fehlt, muss er sich wiederum vertheilen. Während von ihm $\frac{1}{8}$ bis H gelangt, wirkt das andre $\frac{1}{8}$ auf D; und so beginnt von diesem Puncte aus eine neue Vertheilung, welche den schon gezeigten Weg immer von neuem durchlaufend eine unendliche Reihe bildet. Man hat nun die Gränze dieser Reihe für den Punct H zu bestimmen. Der erste Druck auf D betrug $\frac{1}{2}$; der jetzige $\frac{1}{8}$; von dem ersten gelangte nach H $\frac{1}{8}$, von jetzigen $\frac{1}{8.4}$, weil $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = 4 : 1$. Dieses verfolgend findet man die unendliche Reihe $\frac{1}{8} + \frac{1}{8.4} + \frac{1}{8.4.4} + \ldots \frac{1}{8.4^n}$

$$= \frac{4^n + 4^{n-1} + 4^{n-2} + \ldots 4 + 1}{8 \,.\, 4^n} \text{ wo } n = \infty.$$

Die Reihe im Zähler ist $= \frac{4^{n+1}}{3}$; also die Gränze des Bruches $= \frac{4}{3.8} = \frac{1}{6}$. Es versteht sich von selbst, dass am andern Ende, bey A, der Druck bis zu der Gränze $= \frac{5}{6}$ anwächst, da der Druck sich ganz auf A und H vertheilen muss. Das Verhältniss hier und dort ist demnach 1 : 5.

Von dem Falle, da ein Arm siebenmal so lang ist als der andre, wurde schon gesprochen; man hat gesehn, dass er keine unendliche Reihe erfordert, sondern nächst jenem, wo $CB = 3\,AC$, der einfachste ist, und aus diesem unmittelbar folgt.

Wir ziehen noch ein paar Fälle in Betracht; wäre es auch nur, um die Verschiedenheit einleuchtender zu machen. Der Punct H rücke weiter hin; und CH sey nun $= 11\,AC$. Vorhin hatten wir $CF = 7\,AC$; bey F war der Druck $= \frac{1}{8}$. Fehlt nun bey F die Bevestigung, und befindet sich dieselbe bey H, so gelangt dorthin zunächst $\frac{1}{16}$; das andre $\frac{1}{16}$ aber kehrt von F zurück in eine Entfernung $= FH$; es findet dort den Punct B, denn $BF = FH = 4\,AC$. Also von B aus geht nun eine Vertheilung in unendlicher Reihe fort. Bekannt ist aus dem Vorigen, dass von dem Drucke $= \frac{1}{4}$ bey B sich auf das jetzige H der Druck $= \frac{1}{16}$ verpflanzt; nun beträgt der neue Druck auf B nur $\frac{1}{16}$, also der daraus entstehende auf H ist $\frac{1}{16.4}$; dies fortgesetzt giebt die Reihe $\frac{1}{16} + \frac{1}{16.4} + \ldots \frac{1}{16.4^n} = \frac{4}{3.16}$ $= \frac{1}{12}$; am andern Ende $\frac{11}{12}$; und das Verhältniss 1 : 11.

Der Punct H rücke noch weiter; es sey $CH = 13\,AC$. Von dem Drucke $= \frac{1}{8}$ bey F gelangt nun $\frac{1}{16}$ nach H; aber FH ist jetzt $= 6\,AC$, also das andre $\frac{1}{16}$ kehrt zurück bis D, weil auch $FD = 6\,AC$. Bey D betrug der erste Druck $\frac{1}{2}$; von dort gelangte nach dem jetzigen H $\frac{1}{16}$. Aber $\frac{1}{2} : \frac{1}{16} = 8 : 1$. Vom jetzigen neuen Druck $= \frac{1}{16}$ gelangt also nach H noch $\frac{1}{16.8}$; und die Reihe der successiven Vertheilungen ergiebt für H nun

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16.8} + \cdots \frac{1}{16.8^n} = \frac{8}{7.16} = \frac{1}{14}$. Auf das andre Ende kommen $\frac{13}{14}$, und das Verhältniss ist 1 : 13.

Fragt man, wohin dies Alles führe, so ist die natürliche Antwort: gewiss nicht dahin, das Ungleichartige gleichartig zu machen. Unendliche Reihen, und deren Gränzen, sind nicht gleichartig mit solchen Grössen, die auf einmal bestimmt vorliegen; und die angegebenen Fälle zeigen deutlich, dass selbst die unendlichen Reihen nicht immer von den nämlichen Puncten ausgehn; indem ihnen mehr oder weniger von bestimmter Vertheilung muss vorangeschickt werden. Verlangt man aber einen Weg zu dem bekannten allgemeinen Resultate, unbekümmert um die verschiedenen Weisen wie es erreicht wird, so lässt sich etwa Folgendes beyfügen.

Zuvörderst ergeben sich aus den Bestimmungen für ungleiche Hebelarme nach den Verhältnissen 1 : 2, 1 : 3, 1 : 5, 1 : 7, 1 : 11, 1 : 13, viele Zusammensetzungen von selbst. Theils nach Potenzen; indem z. B. der Druck $\frac{1}{9}$ am neunfachen Arme dem $\frac{1}{3}$ am dreyfachen, und dieser dem Drucke 1 am einfachen, also der $\frac{1}{9}$ am neunfachen dem Drucke 1 am einfachen gleich gilt. Theils dadurch dass man die Potenzreihen unter einander zusammenstellt; also etwa den Druck $\frac{1}{8}$ am dreifachen, $\frac{1}{9}$ am neunfachen Arme mit dem Drucke $\frac{1}{2}$ am doppelten, $\frac{1}{4}$ am vierfachen Arme; wo der einfache Druck am einfachen Arme das Mittelglied der Vergleichung bildet. Die Producte kommen hinzu; z. B. der Druck $\frac{1}{6}$ am 6fachen Arme gilt gleich dem Drucke $\frac{1}{2}$ am doppelten; dieser dem ganzen am einfachen Arme: also dem letztern auch $\frac{1}{6}$ am sechsfachen; eben so beym zehn-

fachen Arme als dem doppelt fünffachen. Auch bey Primzahlen vermittelt der einfache Druck bey einfacher Länge die Vergleichung. So findet sich der allgemeine Satz für alle kleinern Zahlen der Reihe nach richtig, so weit man gehen will. Hiebey kann man die Einheit der Längen unendlich klein nehmen. — Ferner, um zu grössern Zahlen zu gelangen, dient die Bemerkung, dass zu einer, den Armen umgekehrt proportionalen Vertheilung des Drucks eine andre eben so proportionale hinzukommt. Das Verhältniss der Arme sey $1 : m$, der Drucke wie $1 : \frac{1}{m}$; der ursprüngliche Druck (in C) sey $= 1$; man verlängere den längsten Arm, und das Verhältniss sey nun $1 : m + n$; so muss der Druck $\frac{1}{m+1}$ sich weiter vertheilen; und zwar umgekehrt wie n zu $m + 1$. Auf den Endpunct des verlängerten Arms kommt $\frac{1}{(m+1+n)}$, auf den andern Endpunct kommt $\frac{n}{(1+m)(m+1+n)}$. Dies letztere vereinigt sich mit dem dort schon vorhandnen Drucke $= \frac{m}{m+1}$; die Summe ist $\frac{m(m+1+n)+n}{(1+m)(m+1+n)} = \frac{(m+n)}{(m+1+n)}$; also die Drucke auf beyde Endpuncte sind wie $m + n : 1$. Aus dem Drucke $\frac{1}{11}$ am zehnfachen Arme, und der Vertheilung desselben für die Endpuncte nach der Verlängerung, (wenn $m = 10$, $n = 3$) konnte man das Verhältniss $13 : 1$ finden, wenn man nicht ausführlich die Art der Vertheilung, sondern nur das Resultat wissen wollte. So wird man überall von kleinern zu grössern Verhältnissen fortgehn können; und hierin liegt die be-

kannte allgemeine Regel. Aber auch das liegt vor Augen, dass die Regel ungleichartige Fälle umfasst, die sie nur scheinbar gleichstellt.

Wir wollen den Gegenstand, den wir nun einmal berührt haben, noch etwas weiter verfolgen; nämlich zu der Vertheilung des Drucks auf drey veste Puncte, die mit der gedrückten Stelle in einerley Ebene, aber nicht in gerader Linie liegen. Man denke sich ein Dreyeck, dessen Seiten a, b, c, und gegenüberstehende Winkel bey den Puncten A, B, C; gesucht wird der Druck Π auf A, Π' auf B, Π'' auf C. Nichts ist leichter und scheinbar mehr genügend als folgende Vorschrift:

Auf c falle von der, innerhalb des Dreyecks liegenden, Stelle Q, wo der Druck $= P$ unmittelbar angebracht ist, ein Perpendikel; dies mit P multiplicirt giebt das Moment der Umdrehung um die Seite c. Ein andres Perpendikel aus dem gegenüberstehenden Winkelpuncte C auf dieselbe Seite c, multiplicirt mit dem dortigen Drucke Π'', muss ein eben so grosses Moment der nämlichen Umdrehung ergeben, damit der dortige, dem Π'' entgegen wirkende, Widerstand die wirkliche Umdrehung um die Seite c verhindere. Die beyden Perpendikel zeigen die Höhe der beyden Dreyecke, welche Q, und C, mit der Seite c, das heisst, mit den Winkelpuncten A und B bilden; und da die Dreyecke bey gleicher Grundlinie c sich wie die Höhen verhalten, so kann man sagen: P verhält sich zu Π'' wie das Dreyeck ABC zum Dreyecke ABQ. Eben so gut aber, als eine Umdrehung um die Seite c, kann auch eine Umdrehung um a und um b angenommen werden; mögen denn aus den gegenüberstehenden Winkelpuncten und aus Q die nöthigen Perpendikel auch auf a und b fallen; da-

nach bestimmen sich auch hier die Momente der Umdrehung, welche gleich seyn müssen; und die Höhen der Dreyecke ABC, BCQ, ACQ. Offenbar zerfällt also der ganze Druck $= P$ in Π, Π', Π'', nach den nämlichen Verhältnissen, wonach das ganze Dreyeck ABC zerfällt in die Dreyecke BCQ, ACQ, ABQ.

Damit ist die Frage beantwortet; und doch kann man weiter fragen: wandert der Druck P wirklich so, wie die eben angestellte Betrachtung, bey den Seiten des Dreyecks umher, versuchend, ob um eine oder andre die Umdrehung gelingen könne; und protestiren alsdann jedesmal die gegenüberstehenden vesten Puncte? Oder versucht der Druck P etwan alle drey Umdrehungen zugleich? Wenn nicht: was geschieht denn eigentlich, indem die Stelle Q wirklich gedrückt wird, und die vesten Puncte wirklich widerstehen?

Damit die Frage etwas fühlbarer werde, wollen wir einen Fehlschluss anzeigen, zu welchem man durch die vorstehende Betrachtung wohl verleitet werden könnte. Wir denken uns noch einmal jenes Perpendikel, welches aus dem Puncte Q auf die Seite c fällt; derjenige Punct auf der Linie c, wohin das Perpendikel fällt, heisse K. Nun bleibt die Linie QK immer die nämliche, wohin auch der Winkelpunct C, und mit ihm der Druck Π'' fallen möge, gegen dessen Moment das Product $P \,.\, QK$ im Gleichgewicht stehen soll. Aber auch der Druck Π'' kann unverändert bleiben, wenn der Punct C nur nicht seine Entfernung von der gegenüberliegenden Linie c verändert. Man ziehe durch C eine Parallele mit c; in dieser Parallele verrücke man nach Belieben den Punct C; immer wird die Höhe des Dreyecks ABC die nämliche bleiben; immer auch einer-

ley Verhältniss $P : \Pi''$ gefunden werden; und da dies Verhältniss immer durch die Linie QK bestimmt ist, so wird vermuthlich der Punct K immer einerley Widerstand leisten; welcher Widerstand ohne Zweifel $= P - \Pi''$ seyn wird. Alsdann kann dies $P - \Pi''$ auf die Tragepuncte A und B der Linie c so vertheilt werden, wie das umgekehrte Verhältniss der Entfernungen AK und BK es mit sich bringt; — und hiemit ist der ungereimte Satz fertig: wenn der Punct C sich in der Parallele mit c verrückt, so bleibt sowohl Π'' als der Gegendruck in K unverändert; dieser Gegendruck vertheilt sich immer auf gleiche Weise auf A und B; das Verhältniss Π, Π', Π'', ist immer dasselbe.

Diese Absurdität zu widerlegen ist nicht nöthig; es kommt vielmehr darauf an, sie zu vermeiden, also den Anlass wegzuschaffen, der dazu verleitete. Man werfe das halbe Dutzend Perpendikel, die zur obigen Demonstration gehören, auf einmal weg; denn durch diese wurde im buchstäblichen Sinne der rechte Punct verfehlt. Folgende Betrachtung, wiewohl etwas weitläuftiger als die obige Demonstration, (die im Fluge ans Ziel kam, aber die Sache nicht aufklärte), gehört wesentlich hieher.

In der Ebene ABC verbreitet sich der Druck P vom Puncte Q aus gleichförmig nach allen Seiten; also concentrisch in Kreisen um Q. Läge nun etwa Q im Mittelpuncte des, ein gleichseitiges Dreyeck ABC umfassenden Kreises; so wäre ohne irgend einen weitern Beweis $\Pi = \Pi' = \Pi'' = \frac{1}{3} P$. Da jedoch dies nur Ein Fall unter unendlich vielen möglichen Fällen ist, so wollen wir das Dreyeck ungleichseitig, und die Distanz QC kleiner nehmen als die Distanzen QA und QB.

Hat nun die kreisförmige Ausbreitung des Drucks den nächsten Punct C erreicht, so erfordert das Gleichgewicht einen zweyten Widerstand, welcher dem Widerstande in C direct entgegenwirke, wie zwey Kräfte am Hebel. Man ziehe eine gerade Linie durch die Puncte C und Q; in dieser Linie muss der zweyte Widerstand liegen, damit der Druck in Q sie nicht bewege; und zugleich in der Linie AB, oder c; denn er kann nur von den Puncten A und B geleistet werden. Wir kommen also hier nicht auf den vorigen Punct K, wofern nicht etwa die Linie CQ senkrecht gegen c gerichtet ist; und das ist sie gewiss nicht immer, wofern, wie vorhin angenommen wurde, der Punct C seinen Ort in der Parallele mit c verändert. Derjenige Punct, in welchem die Linie c von CQ durchschnitten wird, heisse q. Allerdings muss nun der Druck in q, welcher die Linie CQ in Ruhe halten, folglich mit Π'' gleiches Moment haben soll, sich auf die Puncte A und B gehörig vertheilen. Um dies vollends zu bestimmen, bezeichnen wir zuerst die, in dem gegebenen Dreyeck ABC gleichfalls gegebene, Distanz QC mit f; und benennen mit u und v die Winkel, worin durch die Linie f der Winkel C zerlegt wird. Diese Winkel mögen ebenfalls gegeben seyn; so dass auch die Winkel bey dem Puncte q bekannt sind; man wird nämlich im Dreyeck ACq einen Winkel $= 180^0 - (A + v)$ an einer Seite der Linie Cq, und im Dreyecke BCq den Neben - Winkel $= 180^0 - (B + u)$ an der andern Seite der Linie Cq haben. Endlich werde noch die Linie $Cq = F$ gesetzt. So ist $\mathrm{Sin}\,(A + v) : \mathrm{Sin}\,A = b : F$; und $\mathrm{Sin}\,(A + v) : \mathrm{Sin}\,B = a : F$; also $F = \frac{b\,\mathrm{Sin}\,A}{\mathrm{Sin}\,(A+v)}$

$= \frac{a \operatorname{Sin} B}{\operatorname{Sin}(A+v)}$. Um nun zuerst den Druck Π'' zu bestimmen, hat man $P.(F-f) = \Pi'' F$; also $\Pi'' = \frac{P.F-f}{F}$; $P - \Pi'' = P\frac{f}{F}$, das heisst $P - \Pi'' = \frac{P.F \operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A}$. Dieser Druck $P - \Pi''$ fällt auf q, und er ist es, welcher auf die Puncte A und B sich vertheilt; und zwar im umgekehrten Verhältnisse der beyden Theile, worin die Seite AB (oder c) durch den Punct q zerfällt. Einer dieser Theile findet sich durch die Proportion $\operatorname{Sin}(A+v) : \operatorname{Sin} v = b : \frac{b \operatorname{Sin} v}{\operatorname{Sin}(A+v)}$; der andre durch die Proportion $\operatorname{Sin}(A+v) : \operatorname{Sin} u = a : \frac{a \operatorname{Sin} u}{\operatorname{Sin}(A+v)}$, wobey man sich erinnern mag, dass $\operatorname{Sin}(A+v) = \operatorname{Sin}(B+u)$. Wie nun die ganze Seite c sich verhält zu ihrem Theile $\frac{b \operatorname{Sin} v}{\operatorname{Sin}(A+v)}$, so soll der Druck $P - \Pi''$ sich verhalten zu demjenigen Theile von ihm, der auf B fällt; und wie die ganze Seite c sich verhält zu ihrem Theile $\frac{a \operatorname{Sin} u}{\operatorname{Sin}(A+v)}$, so soll der Druck $P - \Pi''$ sich verhalten zu demjenigen Theile von ihm, der auf A fällt. Demnach $c : \frac{b \operatorname{Sin} v}{\operatorname{Sin}(A+v)} = P.\frac{f \operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A} : Pf.\frac{\operatorname{Sin} v}{c \operatorname{Sin} A}$ und $c : \frac{a \operatorname{Sin} u}{\operatorname{Sin}(A+v)} = P.\frac{f \operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A} : Pf.\frac{a \operatorname{Sin} u}{cb \operatorname{Sin} A}$. Hiemit ist die Vertheilung geschehen. Denn wir haben $\Pi = Pf\frac{a \operatorname{Sin} u}{cb \operatorname{Sin} A}$, $\Pi' = Pf\frac{\operatorname{Sin} v}{c \operatorname{Sin} A}$, $\Pi'' = P\left(1 - \frac{f \operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A}\right)$

und die ganze Sache lautet kurz so: durch den gedrückten Punct und den nächsten Tragepunct ziehe man eine gerade Linie; der Durchschnittspunct dieser Linie mit der gegenüber liegenden Seite des Dreyecks verbindet zwey Hebel, deren jeder im Gleichgewicht stehn muss.

Dass nun dies mit obiger Vorschrift im Resultate zusammenstimmt, lässt sich leicht zeigen. Das Dreyeck $BCQ = \frac{1}{2}\, af \operatorname{Sin} u$ und das Dreyeck $ACQ = \frac{1}{2}\, bf \operatorname{Sin} v$ werde dividirt durch das ganze Dreyeck $ABC = \frac{1}{2}\, bc \operatorname{Sin} A$, so findet man Π und Π'; das dritte Dreyeck ABQ ist $= \frac{1}{2}\, c\,(F-f) \operatorname{Sin}(A+v)$; die Division durch ABC giebt $\dfrac{(F-f) \operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A} = 1 - f\dfrac{\operatorname{Sin}(A+v)}{b \operatorname{Sin} A}$, weil $F = \dfrac{b \operatorname{Sin} A}{\operatorname{Sin}(A+v)}$, und hiemit ist auch Π'' gefunden. Aber die Flächen der Dreyecke sind überflüssig, wo nur drey Tragepuncte gegeben werden.

Was ist nun erträglicher, jene Lehre von den drey Umdrehungen, oder die übliche Darstellung des Hebels mit fingirten Gewichten, die wieder verschwinden sollen, weil sie sich unter einander aufheben? In solcher Vergleichung möchten die Umdrehungen doch noch einen Vorzug behalten. Denn obgleich es einleuchtet, dass die drey Umdrehungen nicht auf einmal können versucht werden; auch schwer zu sagen seyn möchte, ob etwa der erste Versuch, zu drehen, gegen die Seite, welche dem gedrückten Puncte zunächst liegt, mithin die grösste Winkelgeschwindigkeit darbietet, oder lieber gegen die entfernteste, wogegen der Druck das grösste Moment hat, solle unternommen werden, — jedenfalls noch ehe der Druck auf die Endpuncte bestimmt worden, denn diese Bestimmung will man ja

erst durch die sämmtlichen Drehungs-Versuche erreichen, — so liegt doch wenigstens der Gedanke des möglichen Umdrehens, falls etwan einer der Stützpuncte ein wenig nachgäbe, im Kreise der Frage und der mit ihr verbundenen Begriffe; er ist nicht gänzlich aus der Luft gegriffen, sondern die Fiction wird vom Gegenstande dargeboten. Wann hingegen am Hebelarm von dreyfacher Länge das einfache Gewicht sich mit dem dreyfachen Gewichte am einfachen Hebelarme ausgleicht, so findet sich hierin nicht die mindeste Spur von Nöthigung zu folgender Annahme:

A *C* *B* *D* *E*

1) In *A* 3 Pfund niederwärts; in *B* 3 Pfund niederwärts; in *C* 6 Pfund aufwärts.
2) In *C* 2 Pfund niederwärts; in *D* zwey Pfund niederwärts; in *B* 4 Pfund aufwärts.
3) In *E* 1 Pfund niederwärts; in *B* 1 Pfund niederwärts; in *D* 2 Pfund aufwärts.
4) Also in *A* 3 Pfund niederwärts; in *C* $6 - 2 = 4$ Pfund aufwärts; in *B* $3 - 4 + 1 = 0$ Pfund, in *D* $2 - 2 = 0$ Pfund, in *E* 1 Pfund niederwärts.

Hier hat man

wirkliche Pfunde		fingirte Pfunde	
1) in *A*,	3 Pfund	in *B*,	3 Pfund
in *C*,	4 Pfund	in *C*,	2 Pfund
2)		in *C*,	2 —
		in *D*,	2 —
		in *B*,	4 —
3) in *E*,	1 Pfund	in *B*,	1 —
		in *D*,	2 —
	8 Pfund		16 Pfund

Sechzehn fingirte Pfunde, um acht wirkliche Pfunde ins Gleichgewicht zu bringen.

Es giebt allerdings Fälle genug, wo man froh seyn muss, Begriffe durch Begriffe verknüpfen zu können, ohne sich an die Reihe Dessen was geschieht, zu binden. Der spinozistische Satz: *ordo et connexio idearum idem est ac ordo et connexio rerum*, ist ganz und gar kein Canon für das menschliche Forschen. Allein hier ist nicht einmal bloss die Abweichung der Gedankenreihe von der Folge des Wirklichen, sondern sogar die Abweichung der Gedanken vom gedachten Gegenstande zu tadeln. Ein ähnliches ganz einfaches Beyspiel, wo überall nicht vom Wirklichen die Rede ist, mag der Satz geben: Sin $(A+B) =$ sin A cos $B+$ sin B cos A. Bekanntlich giebt es Lehrbücher, die sich ganz ernsthaft die Mühe geben, diesen Satz zu beweisen, während er nur einer zweckmässigen Zeichnung bedarf, wenn man nicht etwan die Nachweisung, dass in der Figur sich ein Winkel wiederhohlt, für einen Beweis gelten lässt. Man zeichne, um es bequem zu haben, den ersten Radius horizontal, öffne aufwärts den Winkel A, weiter aufwärts den Winkel B; zeichne ferner die linearen Sinus von A, B, und $A+B$ wie gewöhnlich; und bemerke nun den Punct, wo der Sinus und der Cosinus von B zusammenstossen. Aus diesem Puncte werde eine horizontale und eine lothrechte Linie gezogen, und zugleich beachtet, dass in dem obersten Puncte der Figur, von wo sich der Sinus von B und von $A+B$ herab senken, der Winkel A sich wiederhohlen muss; (wegen Gleichheit zweyer Scheitelwinkel und zweyer rechter Winkel, die gar nicht zu verfehlen sind). Weiss man dieses, so liegt der Sinus von $A+B$ als beste-

hend aus zwey Theilen, unmittelbar vor Augen; dem obern Theile kann man keine andre Benennung geben als Sinus B mal Cosinus A, dem untern keinen andern Namen als Cosinus B mal Sinus A. Daher bleibt hier zum Beweisen kein Raum; und eben so unmittelbar liegt in der nämlichen Figur der Satz Cos $(A + B)$ $=$ cos B cos A — sin B sin A vor Augen.

Man vergleiche hiemit den, halb construirenden halb rechnenden, aus einem Viereck und einem Dreyeck im Kreise hergehohlten, und die Eigenschaften des Kreises mehrfach in Anspruch nehmenden, Beweis, welchen Klügel in seinem mathematischen Wörterbuch (Artikel Goniometrie,) für den leichtesten Beweis ausgiebt. Historisch merkwürdig mag es seyn, dass Ptolemäus auf den nach ihm benannten Satze die Berechnung der Chorden gegründet hat; für den innern Zusammenhang aber entscheidet dieser Umstand nichts mehr, als der, dass einst ein Mathematiker begehrte, man solle den Pythagoräischen Lehrsatz aus dem Ptolemäischen beweisen. Warum nicht gar etwan den Satz von den gleichen Rechtecken, wenn zwey Chorden des Kreises sich schneiden, aus der allgemeinen Lehre von den Kegelschnitten ableiten? Wirklich scheint zuweilen durch Erhebung zum Allgemeinsten der Logik ein Respect erwiesen zu werden, den sie schwerlich verdanken möchte, wenigstens nicht durch einen Gewinn an Klarheit verdanken kann. Nicht alle abstracten Begriffe werden dadurch gewonnen, dass man unnöthige Merkmale beseitigend die Begriffe vereinfacht; und nicht jeder abstracte Satz enthält alles das, worauf bey den ihm untergeordneten Fällen die volle Einsicht in seine Wahrheit beruhet. Man kann den Kreis

der Ellipse, als dem allgemeinern Begriff, subsumiren; dennoch ist der Begriff der Ellipse weit mehr zusammengesetzt; man soll zwey Axen unterscheiden, man kommt zu zwey Brennpuncten, man verliert die gleichförmige Krümmung des Kreises, es kommen die Durchmesser, die Krümmungshalbmesser zum Vorschein, u. s. w. Wo läge nun ein Verdienst, wenn man wirklich den Kreis aus der Ellipse demonstriren könnte? Und was die volle Einsicht in die Fälle anlangt, die unter einer allgemeinen Regel befasst waren: davon ist eben hier ein Beyspiel gegeben. Man mag überlegen, ob das volle Einsicht ist, dass am Hebel das Gleichgewicht ein umgekehrtes Verhältniss der Arme und der Kräfte erfodert; so lange nämlich die Frage umgangen war, wie denn der Druck, welcher den Kräften entgegenwirkt, an den Hebelarmen fortgeleitet werde, um sich mit den Kräften und die Kräfte unter einander in Gemeinschaft zu bringen. Dass er von Ort zu Ort muss fortgeführt werden, und zu den entfernteren Stellen nicht gelangen kann ohne die näheren zu durchlaufen, liegt am Tage; aber man hatte sich nicht darum bekümmert, und die ungleichartigen Fälle des mehr oder weniger schnell und bestimmt sich ausbildenden Gleichgewichts wurden nicht unterschieden.

Zu unserer Absicht ist hoffentlich nicht nöthig, auch noch desjenigen Falles zu gedenken, welcher eintrit wenn ein Balken auf drey oder mehrere Stützen gelegt wird, die in gerader Linie stehn. Bekanntlich reicht hiebey die gewöhnliche Betrachtung des Hebels nicht hin. Auch würde die Vertheilung auf drey Puncte in gerader Linie unmöglich seyn, wenn der Balken vollkommen unbiegsam, oder die Stützen durchaus vest

wären; denn alsdann müssten die beyden Stützen, zwischen welche der Schwerpunct fällt, das Gewicht ganz tragen. Anders ists, wenn der Balken gedacht wird, als hinge er in drey Stricken ; da lässt sich die etwas schiefe Lage bestimmen, welche der Balken annehmen wird, und hiemit auch der Antheil am Gewicht, welchen jeder Strick zu tragen bekommt. Oberflächlich angesehen, hat dieser Fall noch mehr Ähnlichkeit als die vorigen mit dem ungleichen Sinken dreyer Vorstellungen von ungleicher Stärke; allein er ist zu verwickelt für unsern Zweck; und wir gehen nicht darauf aus, Analogien zu empfehlen, sondern solche die sich aufdringen, unschädlich zu machen.

Mag der Druck, dessen Vertheilung untersucht wurde, sich so oder anders vertheilen: immer wird er getragen; es ist Druck und Gegendruck, es ist auch Gleichheit beyder vorhanden, und hierin kein Unterschied zwischen vertheiltem Druck und demjenigen, welcher unvertheilt getragen wird, wo eine Masse auf Einer vesten Stütze ruhet.

Allein die Bedeutung des Wortes Gleichgewicht ist hierauf nicht beschränkt. Der Gegensatz zwischen Statik und Mechanik erfodert, dass man Ruhe und Bewegung einander entgegen setze. An die Stelle der Bewegung, einer Veränderung des Orts, trit alsdann für Vorstellungen, die einmal nichts Räumliches sind, das Übergehn von Klarheit in Verdunkelung und umgekehrt. Dies Übergehn hat in jedem Augenblicke für jede Vorstellung seine bestimmte Geschwindigkeit; wenn aber die Geschwindigkeit, welche durch wider einander wirkende Vorstellungen nothwendig gemacht war, jetzt $= 0$ wird, dann ist Stillstand, und mit ihm Gleichgewicht

in so fern vorhanden, als die Vorstellungen in ihrer Wechselwirkung den Punct erreicht haben, über den sie nicht hinaus, jenseits dessen sie nichts mehr ausrichten können.

Nun gehe man zum Hebel zurück. Ungleiche Gewichte an ungleichen Hebelarmen, bey umgekehrtem Verhältnisse, sind unter sich im Gleichgewicht. Aber hier ist nicht jenes zuerst erwähnte Gleichgewicht zweyer gleich starker Drucke, die wegen entgegengesetzter Richtung sich aufheben. Die ungleichen Gewichte werden nicht dadurch gleich, dass man sie an ungleichen Hebelarmen aufhängt. Nur darum, weil keins das andre bewegen kann, schreibt man ihnen Gleichgewicht zu. Man denke hier an die Umdrehung des Hebels, welche jedes Gewicht bewirken würde, wenn das andre schwächer oder dem Unterstützungspuncte näher wäre. Man verrücke ein Gewicht, und die Umdrehung erfolgt; man bringe es wieder an die rechte Stelle, und die Möglichkeit des Drehens verschwindet. Also diese Stelle, die wir die rechte nannten, bringt die Möglichkeit der Bewegung auf Null.

Wo nun zwischen ungleichen Kräften Gleichgewicht erfolgen soll, da sieht man sogleich, dass ein Umstand hinzukommen muss, der die Ungleichheit aufhebt. Das heisst nicht: die ungleichen Kräfte an sich gleich macht, denn sie sind eben der Voraussetzung nach ungleich, — sondern der hinzukommende Umstand muss einen Erfolg, den die Kräfte haben, begünstigen auf der einen Seite, und vermindern auf der andern. Beym Hebel ists die Länge der Arme, welche hier günstig dort ungünstig auf den Erfolg, nämlich auf die Umdrehung nach einer oder der andern Seite wirkt. Was bey den Vor-

stellungen an die Stelle der Hebelarme trit, davon gleich weiterhin; wiewohl man es als längst bekannt voraussetzen dürfte.

Zunächst aber wollen wir hier aussprechen, dass bey den frey steigenden Vorstellungen, (welche den Gegenstand der folgenden Abhandlung ausmachen), auch jener erste, engste Begriff des Gleichgewichts, — wirkliche Gleichheit des Drucks und Gegendrucks — seinen Platz finden wird. Es wird ein Unterschied zum Vorschein kommen, dessen Analogon wir am Hebel schon nachgewiesen haben. Ein Unterschied, der nothwendig beachtet werden muss, weil zwey ganz verschiedene Begriffe sich dem Nachdenkenden leicht wechselsweise darbieten können, die, wenn man unvermerkt aus dem einen in den andern hinübergleitet, einander gegenseitig verderben.

Am Hebel ist eigentlich, wie oben gezeigt wurde, Gleichgewicht zwischen beyden Gewichten zusammengenommen einerseits, und dem Gegendrucke am Unterstützungspuncte andererseits, vorhanden. Hier ist die wirkliche Gleichheit des Drucks und Gegendrucks.

Aber am Hebel können auch die Gewichte, in so fern sie, anders angebracht, eine Umdrehung hervorbringen würden, einander entgegengesetzt werden, und hier haben wir jene Gleichheit nicht der Kräfte sondern der Erfolge.

Beyde Begriffe sollen auf die Vorstellungen angewendet werden; nur nicht vermengt sondern jeder am rechten Orte.

1) Mehrere, unter sich entgegengesetzte, Vorstellungen seyen aus dem Bewusstseyn verdrängt gewesen: plötzlich verschwinde alle Hemmung. Sogleich wird jede, gemäss ihrer ursprünglichen Stärke, anfangen,

sich empor zu richten. Aber indem sie sämmtlich hervortreten, entsteht unter ihnen selbst, gemäss den Graden ihres Gegensatzes, eine Hemmung. Wie lange werden sie fortfahren zu steigen? Und wie weit werden sie kommen? — Noch ehe dies durch Rechnung bestimmt wird, sieht man im Allgemeinen gleich Folgendes: die Hemmung ist das Hinderniss; die ursprüngliche Stärke ist es, welche zum Steigen treibt. Da ist Druck und Gegendruck. Wie gross das Quantum der Hemmung, so gross muss der noch übrige Antrieb zum Steigen seyn; nicht eher kann das Steigen aufhören; nicht länger und nicht weiter kann es fortfahren. Also: ist die Gränze des Steigens erreicht, so muss sich finden, dass, wenn das Quantum des hervorgetretenen Vorstellens abgezogen wird von der Summe der Vorstellungen selbst nach ihrer ursprünglichen Stärke, der Rest gleich sey der hervorgetretenen Hemmungssumme. Wegen der hieher gehörigen Rechnungen verweisen wir auf die folgende Abhandlung.

2) Mehrere, unter sich entgegengesetzte Vorstellungen entstehen eben jetzt in unmittelbarer Wahrnehmung. So können sie nicht bleiben; sie sind weit entfernt vom Gleichgewichte; sie müssen sinken wegen des Gegensatzes. Wie unterscheidet sich aber dieser Fall vom vorigen? — Erstlich: die ganze Hemmungssumme ist auf einmal da; sie entsteht nicht erst, sie hängt nicht ab von dem was noch geschehen wird; ihr kann nichts versagt werden; sie ist eine unabänderliche Nothwendigkeit dessen was geschehen muss. Also kann sie auch nicht in irgend ein Gleichgewicht, wie wenn sie ein Glied desselben wäre, eintreten. Aber zweytens; sie kann auch nicht allein bestimmen, wieviel von jeder

einzelnen Vorstellung sinken werde; sondern dies hängt davon ab, in welchem Verhältnisse die Vorstellungen gegen die Hemmung nachgiebig sind. Drittens: die Vorstellungen sind nicht ursprünglich Kräfte; aber sie werden es in dem Maasse, in welchem der gewaltsame Zustand wächst, worin die Hemmung sie versetzt. Also: unter den Vorstellungen muss sich das Gleichgewicht bilden; und zwar dadurch, dass die schwächern mehr, die stärkern weniger in den gewaltsamen Zustand versetzt werden.

Diese Begriffe sollen nun zwar nicht aus der Lehre vom Hebel verstanden werden, als ob sie von dort entlehnt oder abgeleitet wären. Aber vorausgesetzt, man könne sich der Analogien nicht enthalten, so mag man nun zusehn, wie jene, beym Hebel vorkommenden Begriffe hieher passen.

Wo die Hemmungssumme nur soweit anwächst, als das Steigen der Vorstellungen sie mitbringt, da gleicht sie einer Last, die getragen wird, und sich mit den Kräften ins Gleichgewicht setzt. Hier haben wir den Druck, der sich vertheilt.

Wo aber die Hemmungssumme ursprünglich da ist, da soll unter den Vorstellungen ein Umstand hinzukommen, welcher mache, dass der Erfolg eine Gränze finde, worüber hinaus kein weiteres Wirken statt habe. So soll unter den Gewichten, so fern sie den Hebel drehen könnten, eine Ungleichheit der Arme hinzukommen, vermöge welcher das kleinere Gewicht im Stande sey, die Umdrehung durchs grössere zu hindern. Anstatt der Ungleichheit der Arme hat man bey den Vorstellungen die schon geschehene Hemmung, also den gewaltsamen Zustand, welchen die schwächern mehr als die stärkern erleiden müssen, bevor an Gleichgewicht

denken ist. Nachdem dieser Unterschied des Mehr und Weniger seine gehörige Grösse erreicht hat, ist die Möglichkeit der weitern Hemmung, des tiefern Sinkens, auf Null gebracht; in so fern sie nämlich von den in Wechselwirkung begriffenen Vorstellungen abhängt. Man hat also hier nur ein Gleichgewicht des Erfolgs; es bedarf keiner Gleichheit weder der Energien noch der ursprünglichen Stärke; eben so wenig als beym Hebel Gleichheit der Gewichte und Gleichheit der Hebelarme nothwendig ist. Vielmehr dienen gerade die entgegengesetzten Ungleichheiten zur Ausgleichung.

Wir haben gesagt, die Gleichheit des Drucks und Gegendrucks komme bey den zugleich steigenden Vorstellungen zur Anwendung. Dies darf nicht so verstanden werden, als ob dort die andre Art des Gleichgewichts fehlte. Vielmehr liegt es in der Natur der Sache, dass nicht bloss die Hemmungssumme sich gegen das noch übrige Aufstreben der Vorstellungen ins Gleichgewicht setzen muss, sondern überdies noch in Ansehung der Hemmungssumme, als einer unabänderlichen Nothwendigkeit des Sinkens, die Vorstellungen selbst durch die Art, wie sie dies nothwendige Sinken unter sich theilen, unter einander ins Gleichgewicht treten. Die folgende Abhandlung wird zeigen, dass zur Unterscheidung beyder Foderungen der Calcul selbst eine ungesuchte Hülfe leistet; indem er, mit einer merkwürdigen Genauigkeit, zweyerley Exponentialgrössen herbeyführt, von denen nur die eine sich auf die Hemmungssumme bezieht.

Soviel von der Analogie mit dem Hebel. Man erinnert sich vielleicht einer andern, ebenfalls beynahe unvermeidlichen Analogie der Vorstellungen mit elastischen

Körpern. Diese Vergleichung ist unentbehrlich im Vortrage für Anfänger, die von dem Beharren der Vorstellungen, — und zwar in ihrer ganzen ursprünglichen Stärke — auch dann, wann sie aus dem Bewusstseyn verdrängt sind, Mühe haben den Gedanken anders als so zu fassen: Die Vorstellungen seyen elastisch, und hiemit einer Form-Änderung fähig ohne Verlust des Vermögens, sich von selbst wieder in ihren ursprünglichen Zustand zu versetzen, nachdem das Hinderniss entweiche. Will man nun diese Analogie weiter durchführen, so bietet sich zunächst dieses dar, dass mehrere neben einander liegende Stahlfedern gemeinschaftlich ein Gewicht zu tragen haben, unter welchem die schwächern Federn sich mehr, die stärkern weniger krümmen werden; das Gewicht bedeutet die Hemmungssumme, die verschiedene Nachgiebigkeit der Federn das Hemmungsverhältniss. Allein diese Analogie verleitet zu der Meinung: wie das Gewicht zwar um Etwas sinke, dann aber getragen werde, so sinke auch die Hemmungssumme ein wenig, dann setze sie sich ins Gleichgewicht gegen den Widerstand der Federn, und sinke nun nicht weiter. Sie muss aber ganz und gar sinken; sie ist nichts anders als diese Nothwendigkeit des Sinkens so lange, bis sie wirklich vollständig gesunken ist; und auch bey steigenden Vorstellungen geschieht das Sinken während des Steigens; man kann zuletzt, das heisst eigentlich nach unendlicher Zeit, denjenigen Theil der noch aufstrebenden Vorstellungen, welcher am ferneren Steigen gehindert ist, als die gesunkene Hemmungssumme betrachten, so dass man auch sagen kann, sie ist nichts Anderes als die Unmöglichkeit des ferneren Steigens; welche aus dem gegen-

seitigen Drucke des wirklich hervorgetretenen Vorstellens entsteht. Als Rechnungsgrösse betrachtet, findet man sie nun auch in diesen, wirklich hervorgetretenen Vorstellungen; dann aber ist sie anzusehen als eine Last, die nicht im geringsten sinken kann, weil sie zuletzt, bey völlig ausgebildetem Gleichgewicht, auch vollkommen getragen wird.

Man kann versuchen, auch diese Analogie in eine andre Form zu bringen, damit wenigstens jener Irrthum vermieden werde. Wir denken uns zuvörderst eine Reihe von Cykloiden, dergleichen ein Punct in der Peripherie eines Rades nach einander beschreibt, während das Rad auf ebenem Boden immer fortrollt. Zwey oder drey solcher an einander gehefteten Cykloiden seyen eben so viele Stahlfedern. Die beyden äussersten Endpuncte dieser Reihe von Bogen (auf deren cykloidalische Gestalt hier nichts ankommt) seyen eingeschroben in ein paar Balken; und von diesen beyden Balken stehe der eine vollkommen vest; der andre sey beweglich. Nun werde mit Gewalt der letztere wirklich von der Stelle gerückt, so dass seine Entfernung vom erstern um ein bestimmtes Stück wachse; alsdann aber werde derselbe gleichfalls an seinem jetzigen Platze vollkommen bevestigt. Die zwischen den Balken befindlichen Stahlfedern werden sich ausdehnen müssen; alle um gleichviel, wenn sie gleich stark sind; falls aber unter ihnen einige stärker, andere schwächer sind, so ist nicht eher Gleichgewicht unter den Federn, als bis die schwächern eben dadurch, dass sie sich mehr ausdehnen, auch mehr Energie gewinnen, um der fernern Ausdehnung sich zu widersetzen. Nach solcher Umformung der Analogie gewinnt man soviel, dass die Hem-

mungssumme nicht mehr einem wirklichen Dinge (wie vorhin dem Gewichte) kann verglichen werden; und überdies, dass die Entfernung der Balken, welche eben das Gleichniss für die Hemmungssumme ist, als eine unabänderliche Nothwendigkeit sich darstellt, die nicht selbst in ein Gleichgewicht eingeht, sondern, (wie bey sinkenden Vorstellungen) bloss die Stahlfedern nöthigt, unter einander ein Gleichgewicht zu bilden, indem sie die erzwungene Ausdehnung unter sich theilen. Allein nun fehlt der Analogie ein Hauptpunct; dieser nämlich, dass die Hemmungssumme von den Vorstellungen, in so fern sie entgegengesetzt sind, herrührt, während das Gleichniss ihr das Ansehen einer äussern Gewalt giebt.

Um wiederum diesen Uebelstand zu vermeiden, könnte man gar auf den Gedanken kommen, die Vorstellungen mit chemisch differenten Stoffen, etwan Säuren und Alkalien, zu vergleichen. Da wäre der Gegensatz selbst der Grund einer Hemmung, — nämlich der Neutralisirung, wobey die sinnlichen Eigenschaften jedes einzelnen Stoffes verloren gehn, — und zugleich der Grund einer neuen Gestaltung, — nämlich der Krystallisation, womit nun die Bestimmung des Hemmungsverhältnisses, und die hievon abhängende Verschmelzung der Vorstellungen nach der Hemmung, verglichen zu werden sich gefallen lassen müsste. Was ist das Ende? Alle Analogien werden Denjenigen im Stiche lassen, der nicht Achtsamkeit oder Fähigkeit genug besitzt, um die Sache selbst, unmittelbar wie sie ist, zu begreifen. *Omne simile claudicat.* Man kann durch Gleichnisse nur aufmerksam machen; den Begriff selbst muss immer noch das eigne Nachdenken erzeugen.

Ueber frey steigende Vorstellungen.

Einleitung.

Die Untersuchungen, welche hier folgen, können ihren Kreis erweitern bis zu einem Seitenstück für die schon bekannten Grundlinien der Statik und Mechanik des Geistes; denn man stösst hier und dort auf ähnliche Fragepuncte. Damit ist ihnen nun zwar ihre Stelle bezeichnet; allein es ist nicht ganz so leicht, ihren Zusammenhang mit den Thatsachen vor Augen zu legen. Zwar lässt sich kurz sagen, man möge sich erinnern an das Erwachen aus dem Schlafe, und an die hiemit von selbst hervortretenden Gedanken; an das Wiederkehren zum Geschäfft nach einer störenden Unterbrechung, wobey die Vorstellungen der Gegenstände, womit man beschäfftigt war, sich von selbst aufs neue erheben, nachdem sie für eine Zeitlang verdrängt waren. Das freye Steigen solcher Vorstellungen ist keine Reproduction in dem Sinne, wie wir dies Wort zu nehmen pflegen: denn es bedarf dazu keiner reproducirenden durch Wahrnehmung gleichartiger, oder durch Verbindung anderer Gegenstände mit dem, was sich jetzt im Bewusstseyn erhebt. Die Störung braucht nur aufzuhören; der Schlaf braucht nur zu entweichen. Dass nun, wenn mehrere unter einander entgegengesetzte Vor-

stellungen unter solchen Umständen zugleich steigen, sich die Fragen nach ihrer Hemmung und Verbindung erneuern müssen; und dass die Untersuchung eine andre Gestalt annehmen wird als bey den zugleich sinkenden, sieht man auf den ersten Blick. Fragt man nach der Möglichkeit der Untersuchung, so ist die Antwort, sie geschieht in Folge schon bekannter Gründe, und ist nur Fortsetzung des längst Begonnenen. Dies Alles reicht jedoch nicht hin, um das Eingreifen der Betrachtung frey steigender Vorstellungen in das Ganze der Psychologie hinreichend deutlich zu machen.

Wollte man sich an die verschiedenen Seelenvermögen wenden, so würden deren Anhänger vielleicht jedem derselben frey steigende Vorstellungen beylegen wollen; frey steigende Begriffe, Urtheile, Schlüsse eben so wohl als Phantasien und Vorräthe des Gedächtnisses. Wir lassen uns darauf nicht ein, sondern erinnern bloss, dass zwar gegen das freye Steigen auch der verschiedensten Vorstellungen nichts einzuwenden ist, dass aber die Untersuchung ihren Anfang nur da nehmen kann, wo noch keine Verwickelungen vorkommen; und dass man des Anfangs wegen zu der Voraussetzung einfacher Vorstellungen zurückgehen muss.

Gerade dieses nothwendige Beyseitsetzen aller Verwickelungen nun erschwert am meisten die Anknüpfung an das Bekannte; denn wir finden in unserer Selbstbeobachtung den Zustand unserer Vorstellungen nicht einfach; wir finden uns mitten in der Verwickelung, die im Laufe langer Jahre entstanden ist.

Den allbekannten Mittelpunct unseres Bewusstseyns bildet das eigne Selbst, das Ich. In dem grössern psychologischen Werke, welches diesen Untersuchungen

zum Grunde liegt, ist vom Selbstbewusstseyn, und noch früher von der Apperception, ausführlich gehandelt worden. Vom dortigen Vortrage gehe man im eignen Nachdenken weiter, nur nicht vorwärts zu den Folgen, sondern rückwärts zu den Voraussetzungen; und man wird gelangen bis zu dem Gegensatz zwischen unserm Innern und Äusseren; man wird überlegen, dass eine beständige Wechselwirkung Statt findet zwischen dem, was die Wahrnehmungen von aussen bringen, und was im Innern schon ist, sey es nun, dass man dieses Innere als einen vorhandenen Vorrath oder als reizbar und regsam betrachte.

Richtet Jemand den Blick auf sich selbst, und soll das Selbst mehr bedeuten als bloss den Leib, so ist dieser Blick gewiss ein Blick nach Innen. Betrachtet Jemand sich als ein vorstellendes Wesen, so hat er ohne Zweifel schon Vorstellungen als solche unterschieden von vorgestellten Dingen. Vergangenes, oder Abwesendes hat ihm vorgeschwebt; oder irgendwie hat er Dinge ihrer Beschaffenheit nach angetroffen wo sie in der Wirklichkeit nicht waren; er hat sie dort als Bilder angesehen, denen die Wirklichkeit fehle. Ohnehin ist der Mensch in einem beständigen Durchgehn durch mancherley Wohl und Wehe; in diesem Durchgange finden sich Vorstellungen, zu denen der Vorstellende hinzugedacht wird. Dass nun der Mensch seine Vorstellungen ursprünglich mit Hülfe der ihm verliehenen Sinne erzeugte, diese Betrachtung würde uns hier zuweit rückwärts führen; in dem Augenblicke der Erzeugung werden die Vorstellungen nicht als solche, nicht als blosse Bilder aufgefasst; der Sehende glaubt die Dinge selbst zu sehen, der Tastende glaubt die Dinge

selbst zu betasten. Dass die Vorstellungen, welche der Mensch sich zuschreibt, einer fernern, höchst mannigfaltigen Ausbildung fähig sind, diese Betrachtung würde uns zu weit vorwärts führen; denn hier soll nicht von höhern Bildungsstufen geredet werden. Dass sowohl die im Innern schon vorhandenen Vorstellungen, als auch die neuen, noch hinzukommenden Wahrnehmungen, in langen Reihen reproducirend auf andre und andre Vorstellungen wirken, diese Betrachtung würde uns seitwärts von unserm Ziel ablenken. Vieles von dem, woran man unwillkührlich denkt, wenn ins Innere der Blick gelenkt wird, muss absichtlich bey Seite gesetzt werden, weil es die Untersuchung stören würde. Auch des Selbstbewusstseyns ist hier nur deshalb Erwähnung geschehen, um einen bequemen oder doch bekannten Anknüpfungspunct zu haben. Nicht einmal die Apperception dessen, was der Mensch als zeitlich wechselnd in sich wahrnimmt, gehört hieher. Freylich kann man sich schon die gewöhnlichsten geistigen Zustände (noch abgesehen von jeder besondern Aufregung) nicht anders deutlich auseinandersetzen, als indem man die vorhandenen Vorstellungen, die hinzukommenden Wahrnehmungen, die von beyden ausgehenden Reproductionen, und die Apperceptionen beachtet und unterscheidet. Von diesen vier Puncten aber sind es bloss die ersten beyden, die hieher gehören; und wiederum sollen von den eben vorhandenen Vorstellungen diejenigen, welche etwan kurz zuvor durch Reproduction oder Wahrnehmung mochten herbeygeführt seyn, abgerechnet werden, damit nur die frey aufgestiegenen übrig bleiben.

Bey weiterer Übertragung indessen wird man leicht gewahr werden, dass jenes zur Seite Gelegte darum

nicht bestimmt ist in Vergessenheit zu gerathen. Wiewohl die bevorstehende Untersuchung es nicht unmittelbar in sich aufnehmen kann, so hat sie doch darauf sehr nahe liegende Beziehungen. Denn welche Vorstellungen mögen diejenigen seyn, die zum freyen Hervortreten sich eigneten? Die schwächsten gewiss nicht; denn sie müssen der Hemmung überlegen seyn, die Alles dasjenige, was nur als Vorrath von Kenntnissen dienstbar ist, aus dem Bewusstseyn entfernt hält solange es nicht gebraucht und durch das Bedürfniss reproducirt wird. Hat man sich einigermassen mit dem Gedanken solcher Hemmung vertraut gemacht, so weiss man schon, dass unter den frey steigenden Vorstellungen gerade die stärksten, bleibendsten, einflussreichsten müssen gesucht werden; Vorstellungen von dem, was zu thun, zu bewirken, oder doch zu erwarten, zu hoffen, zu fürchten sey; Vorstellungen, welche in unsere Zweckbegriffe eingehen, wo nicht gar zu denen gehören, die dem Menschen selbst wider seinen Willen Antrieb und Richtung im Denken und Handeln geben; Vorstellungen, die nicht bloss einmal steigen und bald wieder sinken, sondern jeden Tag mit jedem neuen Erwachen von neuem steigen, und, einmal hervorgetreten, nun nicht mehr weichen, ausser in kurzen Fristen, um sogleich ihren alten Platz wieder einzunehmen.

Dass solche Vorstellungen den entscheidendsten Einfluss auf das Selbstbewusstseyn haben, dass sie bestimmen, was der Mensch von sich hält, was er seyn will und nicht will, was er wagt und wovor er zagt, ja selbst was er in sich sieht weil er sucht, oder in sich verkennt, weil er es vermeiden möchte: dies gehört zu den bekannten Dingen, deren Ausmalung man hier

nicht erwarten wird. Auch darf man nicht allen frey steigenden Vorstellungen die nämliche praktische Wichtigkeit beylegen. Es giebt deren genug, die als alte Erinnerungen auftauchen, als Phantasien und Träume umherschweben; auch sind sie nicht alle gleich stark; und manche scheinen nur die leere Zeit zu benutzen, welche entsteht, wenn ein Geschäfft nicht vorrückt oder zu ernstem Denken die leibliche Disposition ungünstig ist.

Im Allgemeinen haftet die Wichtigkeit unserer jetzigen Untersuchung an jener schon erwähnten Wechselwirkung zwischen dem Innern und dem Äusseren; wobey nicht unbeachtet bleiben darf, dass die Glieder dieser Wechselwirkung, und hiemit auch ihr Verhalten zu einander, sich im Laufe der Jahre beständig verändern. Das Innere wird bereichert durch Erfahrungen; seine Regsamkeit aber wird vermindert durch das was abgethan oder mislungen ist. Der Knabe spielt; der Mann ist des Spiels grösstentheils müde, und kennt den Widerstand der Aussenwelt. Das Kind phantasirt; seine frey steigenden Vorstellungen beleben die Puppe; sie zeigen sich im Bauen und Zerstören; der Knabe versucht; der Mann handelt oder denkt; je reifer, je umfassender seine Pläne, desto mehr hat sich das Innere vom Äussern geschieden, und desto empfindlicher wird der Gegensatz zwischen der Aussenwelt, wo sie den von innen vordringenden Gedanken nicht entspricht, und diesen Gedanken selbst, welche entweder sich dennoch nach eignen Gesetzen weiter ausbilden, oder aber nachgeben, ermatten, zurücksinken.

Es bedarf indessen keiner harten Proben, damit diese Empfindlichkeit sich zeige. Schon das Gewöhnlichste, was man hörte oder sah, verändert seine Form, wenn

es frey steigend wieder ins Bewusstseyn trit. Geschichten werden anders weiter erzählt als sie geschahen; die Sage ist keine wahre Geschichte mehr. Ja man braucht nur eine Landcharte, die man früher sah, noch einmal anzusehen, um zu bemerken, dass ihre Züge anders sind als man meinte; besonders aber, dass sie vester, bestimmter sind als die schwebende Erinnerung, die davon übrig geblieben war. In solchen Fällen mag man zwar fragen, ob das Steigen ganz frey vor sich ging, oder ob nicht vielmehr die erneuerte Wahrnehmung das Ihrige beytrug, die Hemmung zurückzutreiben. Allein die Frage vom ganz freyen Steigen ist die einfachste; sie muss zuerst zur Sprache kommen, ehe man etwas fremdartiges einmischt.

Die genauere Betrachtung hat nun vorzugsweise den Unterschied zwischen den zugleich sinkenden (wohin die Wahrnehmungen gehören,) und den zugleich steigenden Vorstellungen (den innern) ins Licht zu setzen. Dieser Unterschied beruht wesentlich auf der Hemmungssumme; welche für die zugleich sinkenden gleich Anfangs eine gegebene constante Grösse ist; hingegen bey den steigenden sich erst im Steigen selbst erzeugt, und nicht grösser werden kann, als das Entgegengesetzte, indem es hervortrit, sie mit sich bringt. Die Folge hievon ist, dass die steigenden einen höhern Stand im Bewusstseyn erreichen, als denjenigen, bey welchem die nämlichen Vorstellungen, falls sie sinken, sich im Gleichgewichte befinden.

Mit diesem ersten Hauptpuncte verbindet sich ein zweyter: die Vorstellungen treten steigend in ein Verhältniss, welches der Gleichheit näher ist als beym

Sinken. Denn sie weichen von ihrem ursprünglichen Verhältniss nicht so weit ab.

Und drittens: diese Abweichung geschieht nur allmählig.

Zu Beyspielen der einfachsten Art, nur für zwey Vorstellungen, benutzen wir die Formeln, welche man im ersten Capitel finden wird: $\alpha = a - \frac{k-1}{k} \cdot \frac{b^2}{a}$; $\beta = \frac{b}{k}$; $k = \frac{2a+b}{a+b}$.

1) für $a = 2$, $b = 1$.

Hieraus $\alpha = \frac{9}{5}$, $\beta = \frac{3}{5}$. Dies ist die Gränze des Steigens, oder die Erhebungsgränze für a und b. Das Verhältniss wie 3 : 1. Zugleich sinkend behielte a nur den Rest $\frac{5}{5}$, b den Rest $\frac{1}{5}$; das Verhältniss wäre 5 : 1*). Die Gränze würde erst in unendlicher Zeit erreicht werden. Für $t = 1$ findet man $\alpha = 1,1914$; $\beta = 0,4866$; hier ist das Verhältniss noch wenig mehr als 2 : 1.

2) für $a = 10$, $b = 1$.

Hieraus $\alpha = \frac{209}{21}$, $\beta = \frac{11}{21}$, Das Verhältniss 209 : 11. Zugleich sinkend behielte a nur den Rest $\frac{109}{11}$, b den Rest $\frac{1}{11}$; das Verhältniss wäre 109 : 1.

Überlegt man die Folgen, welche diese Umstände im Grossen haben müssen, so wird bald klar, dass unsre frey steigenden Vorstellungen sich unter einander weit besser vertragen, als unsre Wahrnehmungen. In der Gedankenwelt stossen sich die Dinge lange nicht so arg, als in der wirklichen. Die Gedankenwelt behält immer etwas phantastisches, mährchenhaftes, ja traumähnliches, im Vergleich gegen das Harte, Strenge, Schroffe der Erfahrung. Kommt die Wahrnehmung zu dem Gedan-

*) Psychologie §. 44.

ken, so findet sie immer etwas zu corrigiren, zu begränzen; noch glücklich, wenn sie den Gedanken nicht geradezu umstösst, wie das Wachen den Traum verscheucht. Oft genug zwar rührt dies von übersehenen Umständen her, die man wohl hätte bedenken können, — wenn nämlich die Reproductionen bekannter Reihen sich vollständiger entwickelt hätten. Aber dies erklärt die Sache bey weitem nicht ganz. Man duldet oft recht gern auch das, was keinesweges übersehen wird. Man ergötzt sich am Spiele, am Phantastischen und Mährchenhaften, wohl wissend, es sey nur Spiel, und gar nicht gesonnen, daraus Ernst zu machen und es in der Wirklichkeit zu erfahren. Dies Dulden selbst des Ungereimten wäre nicht möglich, wenn die Gegensätze der frey steigenden Vorstellungen sich so scharf und so dringend schnell abstiessen wie jene der Wahrnehmungen. Der handelnde Mensch aber muss sich bey allem seinen Thun gefallen lassen, dass die Dinge anders kommen als er meinte; er versucht, er lernt und versucht aufs Neue. Das ist jene Wechselwirkung zwischen dem Innern und Äusseren.

Die Formeln, welche bald folgen werden, geben noch einen besondern Umstand zu erkennen. Sie enthalten immer zwey Exponentialgrössen, $1 - e^{-t}$ und $1 - e^{-kt}$, wo k grösser als 1. Demnach haben die steigenden Vorstellungen eine doppelte Bewegung; mit der einen steigen sie schneller als mit der andern. Die Grösse e^{-kt} verschwindet früher als die Grösse e^{-t}. Dabey ist das Auffallendste, dass die Hemmungssumme immer nur von einer dieser Grössen, nämlich $1 - e^{-kt}$ abhängt, also von derjenigen Exponentialgrösse, welche am ersten verschwindet. Die Hemmungssumme kann

demnach schon als constant angesehen werden, während die Vorstellungen noch in merklicher Bewegung sind, um vollends ins Gleichgewicht unter einander zu treten. Bey dreyen oder mehrern steigt alsdann die stärkste am meisten, während die schwächste allemal zurücksinkt. Man kann sich fragen, was wohl geschehen würde, wenn irgend eine Gewalt hinzukäme, wodurch die Vorstellungen gegen das Ende ihrer Bewegung gehindert würden, dieselbe fortzusetzen? Wenn sie gleichsam unterwegs gefesselt stehen bleiben? Eine solche Gewalt ist nicht weit zu suchen; der Leib übt eine solche im Traum, — und theilweise, — nämlich für die sogenannten fixen Ideen, im Wahnsinn. Da werden auch diejenigen Vorstellungen, welche wegen der Hemmung durch die Gegensätze zum Sinken bestimmt sind, vestgehalten. — Allein dieser Faden der Untersuchung mag für jetzt fallen; es ist nöthig, einem andern nachzugehen.

Die Grösse k ist abhängig von den Vorstellungen; sie ist verschieden mit jeder Verschiedenheit der Fälle; eben so die Grösse $1 - e^{-kt}$. Dies kann nicht unerwartet seyn. Schon im vorigen Aufsatze kam der Hauptsatz vor:

> Wenn das Quantum des hervorgetretenen Vorstellens abgezogen wird von der Summe der Vorstellungen selbst nach ihrer ursprünglichen Stärke; so ist der Rest gleich der hervorgetretenen Hemmungssumme.

Dieser Rest nämlich ist das noch übrige Streben zum Hervortreten; und gegen ihn muss sein Hinderniss, die Hemmungssumme, sich genau ins Gleichgewicht stellen. Indem nun, wie die Folge zeigen wird, die Rechnungen diesen Satz bestätigen, müssen sie für jeden Fall

von der Annahme der Vorstellungen ausgehn; die Grösse k, welche in den Formeln für die Vorstellungen, und auch in denen für die Hemmungssumme vorkommt, muss nach Verschiedenheit der Fälle eine verschiedene Bedeutung annehmen, um sich jedesmal der vorkommenden Hemmungssumme, und ihrem Gleichgewichte, anzupassen.

Desto seltsamer mag es auf den ersten Blick scheinen, dass noch eine zweyte Exponentialgrösse, die mit der Hemmungssumme nichts zu thun hat, (denn sie richtet sich nicht nach der Grösse k,) in den Formeln für die Vorstellungen angetroffen wird; und zwar, was das Sonderbarste ist, immer eine und dieselbe Grösse $1 - e^{-t}$. Sie findet sich schon in der Formel für die stärkste unter zweyen Vorstellungen; dann aber in allen Formeln für drey und mehrere Vorstellungen; ja sie kehrt wieder bey zugleich steigenden Complexionen. Endlich erinnere man sich, dass es die nämliche Grösse ist, die auch bey zugleich sinkenden, noch nicht verschmolzenen, Vorstellungen allemal vorkommt. Hiemit nun ist der Aufschluss des Räthsels so gut als gefunden; man darf nur zurückblicken in den vorigen Aufsatz, und die dortige Entwickelung zweyer verschiedener Arten des Gleichgewichts hier anwenden.

Nämlich bey zugleich sinkenden Vorstellungen genügt eine einzige Exponentialgrösse $1 - e^{-t}$, welche aus der höchst einfachen Gleichung $d\sigma = (S - \sigma)\, dt$ hervorgeht; — weil hier die Vorstellungen zwar in Folge der Hemmungssumme, aber nicht mit ihr, sondern unter sich ins Gleichgewicht treten sollen; indem die Hemmungssumme eine unabänderliche Nothwendigkeit ist, der nichts versagt werden kann. Bey zugleich steigenden Vorstellungen muss nun diese Nothwendig-

keit, die Hemmungssumme, sich erst nach ihren eignen Bedingungen des Gleichgewichts ausbilden; ist aber dies so gut als geschehn, — das heisst, ist die Zeit so weit vorgeschritten, dass man ohne merklichen Fehler $1 - e^{-kt} = 1$ setzen könne, — dann ist noch ein anderes Gleichgewicht nöthig, nämlich eben jenes der Vorstellungen unter sich, (und nur in Folge der Hemmungssumme, aber nicht gegen dieselbe,) welches auch schon bey sinkenden Vorstellungen eintreten muss. Diese Foderung ist immer die nämliche, bey aller Verschiedenheit der Hemmungssumme; daher immer einerley Formel $1 - e^{-t}$.

Zwar grösstentheils bildet sich dieses zweyte Gleichgewicht schon während der nämlichen Zeit, in welcher das erste entsteht; und in völliger Strenge kann man überhaupt die Zeiten nicht von einander sondern. Nichtsdestoweniger ist es wahr, dass eine Grösse wie $1 - e^{-kt}$, wo $k > 1$, sich schneller ihrer Gränze nähert als eine andre wie $1 - e^{-t}$; die Coefficienten, welche von den Vorstellungen selbst abhängen, mögen übrigens seyn welche sie wollen. Der verschiedene Rhythmus im ersten und zweyten Falle ist vollkommen hinreichend, um die Begriffe der beyden Arten des Gleichgewichts, und ihre wesentliche Verschiedenheit, aufs deutlichste zu bezeichnen. Weshalb das zweyte Gleichgewicht sich langsamer ausbildet als das erste, ist nun ebenfalls klar. Das zweyte, nämlich das der Vorstellungen unter einander, folgt seiner Natur nach aus der Hemmungssumme als einer schon bestimmten Quantität des nothwendig-bevorstehenden allmähligen Sinkens; daher kann es immer nur in so fern nachfolgen, in wiefern die Hemmungssumme wirklich

schon bestimmt ist. Die Formeln zeigen hierin, wie sie müssen, die strengste Consequenz der Begriffe; und leisten Alles, was man nur wünschen mag, um dieselben klar vor Augen zu stellen.

Jetzt blicke man zurück auf den Hebel, um zu überlegen, welche zweydeutige Hülfe die Analogien leisten. Nichts ist leichter, als zu sagen: Auch beym Hebel giebt es ein zwiefaches Gleichgewicht; die Kräfte zusammengenommen, sind mit dem Widerstande am Unterstützungspuncte im Gleichgewicht; die nämlichen Kräfte stehen auch, in wie fern sie im Begriff sind den Hebel zu drehen, unter sich im Gleichgewichte. Aber auf welche dieser beyden Ansichten soll nun der Beweis des Gleichgewichts sich unmittelbar beziehen? Auf beyde zugleich mit Hülfe der fingirten Kräfte? Dass ein solcher Beweis zwar demonstrirt, aber nichts erklärt, ist im vorigen Aufsatze gezeigt worden. Verlässt man diese Art des Beweisens, so scheint es gleichgültig, ob man die eine oder die andre Ansicht vorziehe. Genau genommen, wie oben bemerkt, gehört das Drehen nicht einmal wesentlich zur Sache; die parallelen Kräfte sind einander nicht entgegen; und der gleiche Gegendruck am Unterstützungspuncte bringt sie zur Ruhe. Also — man kommt leicht dahin, die eine oder die andre Ansicht vorzuziehen, und damit sich zu begnügen. Zum Behuf der Psychologie hingegen müssten beyde Ansichten, eine und die andre, ausgebildet vorliegen, wenn die Analogie, welche der Hebel darbietet, zu etwas dienen sollte. Dies um desto mehr, da die Begriffe völlig verschieden sind. Der erste Begriff, welchen das Wort Gleichgewicht herbeyführt, ist unstreitig der zweyer gleicher und entgegengesetzter Kräfte.

Der zweyte aber, vermöge dessen Statik und Mechanik einander entgegenstehn, stützt sich auf Ruhe als Gränze der Bewegung; also auf Erfolge, die nicht bloss von den Kräften sondern auch von den Bedingungen des Wirkens derselben abhängen. Werden beyde vermengt, so wird keiner deutlich gedacht; und wo sind Analogien, die nicht, anstatt Hülfe zu leisten, vielmehr selbst der Hülfe bedürften, um dem deutlichen Denken vollständig zu entsprechen?

Am Ende dieser Einleitung mag noch eines Puncts gedacht werden, der Schwierigkeit machen kann; und der zwar schon die sinkenden, aber auch die steigenden Vorstellungen betrifft. Hat man Summe und Verhältniss der Hemmung, wie sichs gebührt, sorgfältig unterschieden, also einerseits das Quantum des nothwendigen Sinkens, andererseits die verschiedene Nachgiebigkeit der stärkern und schwächern Vorstellungen ins Auge gefasst; — und fragt man sich nun, welchen Einfluss denn die Verschiedenheit der Hemmungsgrade mit sich bringen möge: so entsteht leicht die Meinung, dieser Einfluss liege in der Hemmungssumme, welche bey geringern Hemmungsgraden geringer, bey grössern grösser ausfallen müsse, — also liege er nicht in den Hemmungsverhältnissen, welche vielmehr lediglich nach der Stärke der Vorstellungen zu bestimmen seyen. Oder aber, falls dennoch auch diese Verhältnisse von den Hemmungsgraden abhingen, so werde der ganze Unterschied zwischen der Summe und dem Verhältniss undeutlich, wo nicht gar zweifelhaft.

Um nun hierüber kurz und bestimmt zu sprechen, wollen wir gleich drey Sätze neben einander hinstellen.

1) Die Hemmungssumme kann nicht das Verhältniss der Hemmung bestimmen.

2) Das Hemmungsverhältniss kann nicht die Hemmungssumme bestimmen; aber

3) Beyde entspringen aus einem gemeinsamen Grunde, welchem jedes von beyden vollständig entsprechen muss.

Die ersten beyden Sätze sollten wohl keiner Erläuterung mehr bedürfen. Man erinnere sich erstlich, dass schon unter zwey Vorstellungen die stärkere wachsen kann bis zum Unendlichen, ohne im mindesten die Hemmungssumme zu vermehren, weil diese aus dem Gegensatze entspringt, der Gegensatz aber nur in einem Paare als solchem vorhanden ist. Man mag sich allenfalls den Gegensatz verdünnt denken, wenn das kleinere *b* dem grössern und noch immer wachsenden *a* gegenüber steht, und sich über dem *a* der Gegensatz verbreiten muss; aber grösser wird das Quantum des Gegensatzes durch diese Verdünnung oder Verbreitung nicht. Hingegen das Verhältniss der Hemmung verändert sich fortwährend zum Nachtheil des Schwächern, wenn das Stärkere im Wachsen begriffen ist. Man erinnere sich zweytens, dass, wo nur ein einziges Paar Vorstellungen angenommen wird, in der That ohne Rücksicht auf den Hemmungsgrad das Verhältniss der Hemmung sogleich als das umgekehrte der Stärke hervor springt, während die Hemmungssumme nicht eher kann bestimmt werden, als bis man den Hemmungsgrad vestsetzt. Werden drey Vorstellungen bey voller Hemmung (d. h. für den Hemmungsgrad $= 1$) angenommen, so ergiebt sich durch sehr leichte Proportionen, die im Kreise herumgehn, wieviel von der ersten die dritte leide, weil sie in einem gegebenen Verhältniss schwächer sey als die zweyte, u. s. f.

Dies ist am gehörigen Orte *) ausführlich entwickelt worden, und es zeigt sich dort das Verhältniss der Hemmung völlig entschieden, während das Quantum derselben durch eine unbekannte Grösse ausgedrückt ist und bleibt.

Jetzt aber ändere man bey drey Vorstellungen die Voraussetzung des vollen Gegensatzes dahin ab, dass in jedem Paare ein eigner Hemmungsgrad statt finde. Hätte nun auch jedes Paar seine eigne Hemmungssumme, so wäre, wie zuvor, der Hemmungsgrad gleichgültig. Aber nichts könnte verkehrter seyn, als die Hemmungssumme für jedes Paar insbesondre zu bestimmen; während jede Vorstellung den Gesammtdruck aller andern erleidet, und rückwärts jede einzelne, in so fern sie weicht, dadurch jeder andern etwas an der Nothwendigkeit des Weichens erspart; denn die ganze Vertheilung des nothwendigen Sinkens beruht auf dem Entweder Oder, dass, welchen Theil die eine auf sich nimmt, diesen die andre nicht zu tragen braucht. Also: weil die Hemmungssumme nur Eine für alle ist, darum kann ein Paar unter dreyen Vorstellungen, wenn sein Hemmungsgrad geringer ist, mehr gegen die dritte drängen, und diese mehr leiden machen, als dem blossen, umgekehrten Verhältniss der Stärke gemäss seyn würde; und dies kann nicht bloss geschehn, sondern es muss geschehen. Denn für die Vorstellungen a, b, c seyen die Hemmungsgrade m, n, p; und zwar m zwischen a und b, n zwischen a und c, p zwischen b und c; man weiss ferner für den Hemmungsgrad $= 1$ die Verhältnisse **)

*) Psychologie §. 43.

**) Bekanntlich muss man hier vor Augen haben, dass keine Vorstellung an sich eine angreifende Kraft ist. Man darf daher

der Hemmung des b durch $a = \frac{x}{b}$; des a durch $b = \frac{x}{a}$

des c durch $a = \frac{x}{c}$; des a durch $c = \frac{x}{a}$

des b durch $c = \frac{x}{b}$; des c durch $b = \frac{x}{c}$

Nun vermindern sich alle diese Hemmungen durch die ächten Brüche m, n, p; also werden die Verhältnisse

der Hemmung des b durch $a = \frac{mx}{b}$; des a durch $b = \frac{mx}{a}$

des c durch $a = \frac{nx}{c}$; des a durch $c = \frac{nx}{a}$

des b durch $c = \frac{px}{b}$; des c durch $b = \frac{px}{c}$

Mithin ist die Verhältnisszahl

$$\text{des } a, = \frac{(m+n)\,x}{a}$$

$$\text{des } b, = \frac{(m+p)\,x}{b}$$

$$\text{des } c, = \frac{(n+p)\,x}{c}$$

wobey der Hemmungssumme vorbehalten bleibt, das unbekannte x zu bestimmen, nicht aber an den Verhältnissen etwas zu ändern.

In dem Gegensatze, als dem gemeinsamen Grunde, wurzelt das Verhältniss eben so wohl als die Summe

durchaus nicht dem Einfall nachgeben, als müsste c mehr von a als von b leiden, weil $a > b$, — sondern man muss schliessen: weil $c < b$, so leidet c mehr als b dadurch, dass a gegen den Druck reagirt; denn a wirkt nicht aggressiv sondern defensiv. Daher darf der Satz nicht befremden: bey gleichen Hemmungsgraden leidet jede Vorstellung von der zweyten und von der dritten gleichviel. Anders ists, wenn ungleiche Hemmungsgrade wie ungleiche Federn in den Paaren wirken.

der Hemmung. Ist der Gegensatz für die verschiedenen Paare verschieden, so kann das Gedränge in den Paaren nicht gleich stark seyn; vielmehr ist es gleich Anfangs, schon im ersten Augenblick, indem die Vorstellungen da sind, verschieden. Man darf sich nicht der Einbildung überlassen, als ob in der Wirklichkeit so wie in der Rechnung die Hemmungssumme früher, das Verhältniss später käme; sondern die verschiedenen Hemmungsgrade müssen sich sogleich doppelt gelten machen, erstlich in den Verhältnissen des Sinkens, zweytens in der Geschwindigkeit des Sinkens, welche der Hemmungssumme entsprechen muss. Da jedoch niemals ein Hemmungsgrad grösser seyn kann als die Summe zweyer anderer, so nähern sich die Grössen $m + n$, $m + p$, $n + p$, allemal der Gleichheit; deshalb ist zu oberflächlichen Schätzungen die Annahme eines gleichen mittlern Hemmungsgrades meistens hinreichend.

Es wird in der Folge nicht bloss von einfachen Vorstellungen, sondern auch von Complexionen zu sprechen seyn. Bey solchen ist das Hemmungsverhältniss etwas verwickelt; und es mag nützlich seyn, hier gleich etwas darüber beyzufügen, weil doch einmal dasjenige, was zur Erörterung jenes Verhältnisses beytragen kann, schon bereit liegt. Zuerst ist nöthig, die Bezeichnung des Vorhergehenden dergestalt abzuändern, dass sie für Complexionen $a + \alpha = A$, $b + \beta = B$, $c + \gamma = C$ brauchbar werde. Wir schreiben zunächst

Hemmung des B durch $A = \frac{mx}{B}$; des A durch $B = \frac{mx}{A}$

des C durch $A = \frac{nx}{C}$; des A durch $C = \frac{nx}{A}$

des B durch $C = \frac{px}{B}$; des C durch $B = \frac{px}{C}$

Wir schreiben ferner $1 . m$ statt m, $1 . n$ statt n, $1 . p$ statt p. Oder auch $\frac{A}{A} . m$ statt m, $\frac{B}{B} . n$ statt n, $\frac{C}{C}$ statt p; welche Schreibart wiederum in $\frac{a+\alpha}{A} . m$ statt m, u. s. w. kann verwandelt werden. Diese Verwandlungen sind nun freylich höchst unnütz, so lange die grossen Buchstaben A, B, C, nichts anderes bedeuten, als was oben die kleinen, a, b, c bedeuteten. Allein man kann doch schon jene obigen einfachen Vorstellungen a, b, c in Gedanken aus Stücken zusammensetzen; und nachdem A anstatt a, B anstatt b, C anstatt c geschrieben worden, können nun die Stücke von A durch a und α, die Stücke von B durch b und β, die Stücke von C durch c und γ bezeichnet werden. So seltsam es nun aussehen mag, Brüche wie m, n, p, die etwan $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, bedeuten können, in die Weitläufigkeit jener Schreibart hinzuziehen, so kann man doch nicht leugnen, dass, wenn $a + \alpha = A$, alsdann $m = \frac{a+\alpha}{A} . m = \frac{am + \alpha m}{A} = \frac{am}{A} + \frac{\alpha m}{A}$ seyn muss; welche Schreibart man ohne Mühe auf n und p übertragen kann. Wer nun vergleicht, was am gehörigen Orte*) über das Hemmungsverhältniss der Complexionen schon längst gesagt worden, der wird die Absicht des Vorstehenden leicht errathen; indessen wollen wir geduldig die Sache hier nochmals entwickeln, weil die dortige Darstellung Einigen nicht ganz klar geschienen hat.

Man denke sich, das Stück α von A verlöre auf ein-

*) Psychologie §. 59. Daselbst §. 58 setze man statt des Wortes Spannung den Ausdruck: die in Folge der Hemmung erlangte Energie.

mal die Eigenschaft, dem B entgegengesetzt zu seyn; so müsste man sagen, der Hemmungsgrad m passe nicht mehr auf α, und $m\alpha$ sey $= o$; der Hemmungsgrad zwischen A und B sey nicht mehr m, sondern nur noch $\frac{am}{A}$. Oder umgekehrt, wenn das Stück α bliebe wie zuvor, hingegen das andre Stück a von solchem Verlust des Gegensatzes gegen B betroffen würde, so müsste $\frac{am}{A} = o$ gesetzt, und statt m nur noch $\frac{\alpha m}{A}$ beybehalten werden. Nun soll zwar weder dieser noch jener Verlust wirklich eintreten; dagegen aber soll die Complexion A aus zwey Vorstellungen a und α bestehen, deren eine durch den Hemmungsgrad m, die andre durch den Hemmungsgrad m' auf die Theile b und β der Complexion B einwirkt. Es gilt also m nur für a, und m' nur für α, so dass für jedes das andre Stück von A nicht vorhanden ist. Also wird man nun in der That statt m setzen müssen $\frac{am}{A} + \frac{\alpha m'}{A} = \frac{am + \alpha m'}{A}$ Diese Betrachtung muss nun hinreichend erweitert werden. Man kann auch $\frac{B}{B} m = \frac{b+\beta}{B} m = \frac{bm}{B} + \frac{\beta m}{B}$ schreiben; und wo die Hemmung des A durch B angezeigt werden soll, da muss man m und m' unterscheidend statt m setzen $\frac{bm + \beta m'}{B}$. Eben so bekommt man ein zwiefaches n; nämlich die Complexionen A und C haben zwar in ihren Theilen a und c den Hemmungsgrad n, aber für ihre Theile α und γ den Hemmungsgrad n'. Wiefern nun C durch A gehemmt, also A als das Wirkende angesehen wird, muss man statt n setzen $\frac{na + n'\alpha}{A}$;

und wiefern A durch C, setzt man $\frac{n\alpha + n'\gamma}{C}$. Endlich giebt es auch noch ein zwiefaches p; nämlich die Complexionen B und C erfodern im ähnlichen Falle, dass man statt p setze $\frac{bp + \beta p'}{B}$ und $\frac{cp + \gamma p'}{C}$.

Wird nun in den Anfang der Untersuchung zurückgegangen, so zeigt sich, dass die Grundbegriffe überall die nämlichen bleiben, dass aber die Hemmungsgrade da, wo sie verschieden sind, eine Modification herbeyführen, die bey Complexionen mehr zusammengesetzt ausfällt, als bey einfachen Vorstellungen. Hat man nur zwey einfache Vorstellungen, so ist der Hemmungsgrad lediglich für die Hemmungssumme bedeutend; aus dem Hemmungsverhältniss fällt er heraus, weil er auf einerley Weise zu der Hemmung des a durch b, wie des b durch a, seine Bestimmung giebt. Sind aber drey Vorstellungen vorhanden, so leidet jede von zweyen, und zwar ungleich, wenn die Hemmungsgrade ungleich sind. Giebt es drey Complexionen, so hängt die Wirksamkeit jedes Theils derselben von dem eignen Hemmungsgrade dieses Theils ab; und deshalb wird rückwärts der Einfluss des Hemmungsgrades jedesmal von dem Theile, welchem er angehört, — aber nicht bloss vom Quantum dieses Theils bestimmt, sondern von dem Verhältniss dieses Theils zum Ganzen. Wo vorhin, bey einfachen Vorstellungen, nur der Hemmungsgrad m stand, da darf auch jetzt, bey Complexionen, nur eine Zahlengrösse vorkommen. Diese Zahlengrösse soll jetzt durch m und m' bestimmt werden; aber in wie weit von jeder? Von m nur in so weit, als a ein Theil A, von m' in soweit, als α ein Theil von A ist; beydes unter der Vor-

aussetzung, A sey wirksam zur Hemmung von B; oder: die Hemmung des B rühre von A her. Wenn umgekehrt dem A durch B die Hemmung angethan wird, so müssen b und β unterschieden werden, daher nun anstatt m die Zahl $\frac{mb + m'\beta}{B}$. Aus diesem Allen ergiebt sich nun folgende Zusammenstellung.

Hemmung des B durch A, $= \frac{(ma + m'\alpha)\, x}{A \,.\, B}$;

des A durch B, $= \frac{(mb + m'\beta)\, x}{B \,.\, A}$

des C durch A, $= \frac{(na + n'\alpha)\, x}{A \,.\, C}$;

des A durch C, $= \frac{(nc + n'\gamma) \,.\, x}{C \,.\, A}$

des B durch C, $= \frac{(pc + p'\gamma) \,.\, x}{C \,.\, B}$;

des C durch B, $= \frac{(pb + p'\beta) \,.\, x}{B \,.\, C}$

Mithin ist die Verhältnisszahl

des A, $= \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) \,.\, \frac{x}{A}$

des B, $= \left(\frac{ma + m'\alpha}{A} + \frac{pc + p'\gamma}{C}\right) \,.\, \frac{x}{B}$

des C, $= \left(\frac{na + n'\alpha}{A} + \frac{pb + p'\beta}{B}\right) \,.\, \frac{x}{C}$

wobey immer noch x von der Hemmungssumme abhängt; oder aus den Verhältnisszahlen herausfällt.

Verlangt man nun die Hemmung der einzelnen Theile jeder Complexion, so findet man sie durch die einfache Vertheilungsrechnung.

$$\text{Z. B. } A : \begin{Bmatrix} a \\ a \end{Bmatrix} = \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right)\frac{x'}{A}$$

$$: \begin{cases} \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right)\frac{x'}{A} \cdot \frac{a}{A} \\ \left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right)\frac{x'}{A} \cdot \frac{\alpha}{A} \end{cases}$$

Will man die Spannung des a und α wissen, so dividirt man durch diese Grössen ihr Gehemmtes; es ergiebt sich in beyden Fällen

die gleiche Spannung $\left(\frac{mb + m'\beta}{B} + \frac{nc + n'\gamma}{C}\right) \cdot \frac{x'}{AA}$

Diese Gleichheit des gewaltsamen Zustandes in allen Theilen ist dem Grundbegriff der vollkommenen Complexionen gemäss; denn in ihnen soll alles Leiden gemeinschaftlich seyn, welches eine völlige Gleichförmigkeit des Zustandes hervorbringt. — Wir haben hier x' von x unterschieden, um nicht die ganze Vertheilungsrechnung hersetzen zu müssen. In dem x' ist der Divisor, welchen die Addition der Verhältnisszahlen herbeyführt, mit inbegriffen; desgleichen die Hemmungssumme, die uns hier nicht angeht; und bey Complexionen keine besondre Schwierigkeit macht.

Erster Abschnitt.

Vom Steigen unverbundener Vorstellungen.

Erstes Capitel.

Vom Steigen bey gleichen Hemmungsgraden.

§. 1.

Sind drey entgegengesetzte Vorstellungen a, b, c, im Gedränge wider einander begriffen: so hat jedes Paar derselben, nämlich ab, ac, bc, einen bestimmten Grad des Gegensatzes, den wir mit einem kurzen Worte den Hemmungsgrad nennen, und mit m, n, p, bezeichnen. Diese m, n, p, sind ächte Brüche, oder höchstens $= 1$, weil höchstens der Grad des Gegensatzes so gross seyn kann, dass von zweyen Vorstellungen eine ganz gehemmt werden müsste, falls die andre ganz ungehemmt bleiben sollte. $m = \frac{1}{2}$ bedeutet dagegen, dass b zur Hälfte gehemmt werden müsste, wenn a ganz ungehemmt bleiben sollte. Zwischen den Paaren ab, ac, bc können m, n, p, sechsfach versetzt werden *). Hiernach richtet sich nicht bloss die Hemmungssumme; sondern für die nachstehenden Rechnungen macht es einen grossen Unterschied, ob die Hemmungsgrade gleich oder ungleich, und wie sie vertheilt sind. Um nun vom Leichtesten anzufangen, setzen wir Anfangs die mögliche Ungleichheit bey Seite, als ob in das Steigen der Vorstellungen nur dadurch ein Unterschied hineinkäme, dass sie von verschiedener Stärke

*) Psychologie §. 52.

sind, und jede sich gemäss ihrer Stärke unter den übrigen hervordrängt.

Ist nur ein einziges Paar, ab, vorhanden, so fällt ohnehin die Ungleichheit der Hemmungsgrade weg, weil in diesem Paare der Hemmungsgrad nur ein einziger seyn kann. Für diesen Fall, den leichtesten von allen, wenn keine Nebenumstände hinzutreten, findet man den Anfang der Untersuchung schon in dem grössern Werke*), und es kann daran hier unmittelbar angeknüpft werden.

Der Hemmungsgrad zwischen a und b sey m; nach Verlauf der Zeit t seyen α und β, Theile von a und b, hervorgetreten. Nun wird β kleiner seyn als α, wenn b schwächer als a; demnach ist, nach den Regeln zur Bestimmung der Hemmungssumme **), die jetzige Hemmungssumme $= m\beta$; eine wachsende Grösse, so lange β wächst, d. h. so lange die Vorstellung b mehr hervortritt. Während aber die Hemmungssumme aus diesem Grunde wächst, nimmt sie andrerseits ab, weil sie ihrer Natur nach im beständigen Sinken begriffen ist. Ferner weiss man aus den ersten Vorbegriffen, dass die Hemmungssumme nichts für sich bestehendes, noch irgend einer Vorstellung insbesondre angehöriges ist; obgleich also ihre Grösse nach dem Quantum β bestimmt wird, so muss dennoch a sowohl als b am Sinken Theil nehmen; und zwar in umgekehrtem Verhältniss der Zahlen, wodurch man die eigne Stärke beyder Vorstellungen ausdrückt. Folglich ist $m\beta$ zu theilen in $\frac{bm\beta}{a+b}$ und $\frac{am\beta}{a+b}$; nämlich $\frac{bm\beta}{a+b}$ ist der Antheil am Sinken,

*) Psychologie §. 93.

**) Daselbst §. 42.

welcher auf a fällt, und $\frac{am\beta}{a+b}$ der Antheil des b. Endlich erinnere man sich, dass jede Vorstellung, die ihren Zustand ändern muss, dies, in so weit es von ihr allein abhängt, mit derjenigen Geschwindigkeit thut, welche für jeden Augenblick der noch vorhandenen Entfernung von dem zu erreichenden Puncte angemessen ist. Wäre a ganz allein sich selbst überlassen; so würde, nachdem dessen Theil α hervorgetreten, und nur noch die Differenz $a - \alpha$ sich im gehemmten Zustande befände, die Geschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt} = a - \alpha$ seyn; und man hätte um α zu berechnen, nur nöthig, $\frac{d\alpha}{a-\alpha} = dt$ zu integriren. Nicht ganz so leicht ist unsre jetzige Aufgabe, von

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{bm\beta}{a+b}\right) dt$$

das Integral zu suchen; denn es ist offenbar, dass jener Antheil an der Hemmungssumme, welchen a übernehmen muss, und der zur Verminderung seines Steigens (also zur Verminderung von $d\alpha$) in jedem Zeittheilchen dt beyträgt, von der Grösse β abhängt; daher man erst β suchen, und alsdann den gefundenen Werth in die eben angezeigte Formel einführen muss.

§. 2.

Wenden wir das eben Bemerkte auf das Steigen von b an: so finden wir den Anfang der jetzt zu führenden Rechnung, wie er in dem frühern Werke schon war angegeben worden.

Nach Verlauf der Zeit t sey das Quantum β von b hervorgetreten. Wirkte nun weiter nichts auf b: so

wäre $d\beta = (b - \beta)\, dt$; d. h. das augenblickliche Steigen des b wäre proportional seinem noch gehemmten Theile. Da aber die Hemmungssumme $m\beta$ vorhanden, und von ihr der auf b fallende Antheil $= \frac{am\beta}{a+b}$ eben jetzt zum Sinken drängt, so ergiebt sich

$$d\beta = \left(b - \beta - \frac{am\beta}{a+b}\right) dt$$

und $\beta = \frac{b}{k}\,(1 - e^{-kt})$ wenn $k = 1 + \frac{am}{a+b}$.

Dies ist der Werth von β, welchen man in die obige Formel für $d\alpha$ einführen muss. Demnach ist zu integriren:

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{mb^2}{(a+b)\,k}\,(1 - e^{-kt})\right) dt$$

oder $d\alpha + \alpha dt = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k} + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot e^{-kt}\right) dt$

Nach einer bekannten Rechnungsregel setzt man $\alpha = uT$, demnach $d\alpha = udT + Tdu$; und wenn, um abzukürzen, ferner

$$udT + Tdu + uTdt = Qdt$$

gesetzt worden, desgleichen, um T zu bestimmen, $udT + uTdt = o$, woraus $\frac{dT}{T} = -dt$ und folglich $T = e^{-t}$, $\alpha = ue^{-t}$, so hat man noch $Tdu = du \,.\, e^{-t} = Qdt$, mithin

$$du = Qe^t dt = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k}\right) e^t dt + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot e^{(1-k)t}\, dt$$

$$u = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k}\right) e^t + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot e^{(1-k)t} + \text{Const.}$$

$$\alpha = a - \frac{mb^2}{(a+b)k} + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot e^{-kt} + \text{Const.}\ e^{-t}$$

und weil $\alpha = o$ für $t = o$, (denn die Zeit t fängt erst an, indem α beginnt zu steigen,) also

$$o = a - \frac{mb^2}{(a+b)k} + \frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} + \text{Const.}$$

so ergiebt sich

$$\alpha = \left(a - \frac{mb^2}{(a+b)k}\right)(1-e^{-t}) + \frac{b^2 m}{(a+b)k} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot \left(e^{-kt} - e^{-t}\right)$$

welcher Ausdruck eine bequemere Form bekommen kann.

Zuvörderst ist $\frac{1}{1-k} = -\frac{1}{k-1} = -\frac{a+b}{am}$, daher $\frac{mb^2}{(a+b)\ k\ .\ (1-k)} = -\frac{b^2}{ak}$; um nun $\frac{mb^2}{(a+b)k} \cdot e^{-t}$ und $\frac{b^2}{ak} \cdot e^{-t}$ zusammenzuziehn, woraus der Coefficient $\frac{b^2}{k}\left(\frac{m}{a+b} + \frac{1}{a}\right)$ entsteht, bemerke man, dass $\frac{ma+a+b}{a+b} = k$; ferner kann man die Grösse $\frac{b^2}{ak}$ addiren und zugleich subtrahiren; so erhält man

$$(1) \ldots\ldots \alpha = \left(a - \frac{b^2}{a}\right)(1-e^{-t}) + \frac{b^2}{ak}\ (1 - e^{-kt})$$

womit zu verbinden, was oben schon angegeben

$$(2) \ldots\ldots \beta = \frac{b}{k}\ (1 - e^{-kt}) \text{ für } k = 1 + \frac{ma}{a+b}.$$

§. 3.

Gleich hier lässt sich ein schon erwähnter Satz entwickeln, der zwar zum Behuf der weitern Rechnung noch nicht nöthig, aber sehr geeignet ist, Licht auf den vorliegenden Gegenstand der Untersuchung zu werfen.

Während die Exponentialgrössen e^{-t} und e^{-kt} verschwinden, nähert sich α seiner Erhebungsgränze $a - \frac{b^2}{a} + \frac{b^2}{ak}$, und β der Gränze $\frac{b}{k}$. Die Summe dieser Grössen

ziehe man ab von $a + b$, so wird man die Hemmungssumme erhalten.

Denn $\frac{b^2}{ak} - \frac{b^2}{a} = \frac{b^2}{ak}(1 - k) = -\frac{b^2 m}{a + b + am}$;

hiezu $\frac{b}{k}$, so wird $\frac{b(a + b) - b^2 m}{a + b + am}$ abgezogen von b, (indem a sich ohne Weiteres von selbst hebt,) und man findet $\frac{mab + mbb}{a + b + am}$; welches gleich ist der Hemmungssumme $m\beta$, oder $\frac{mb}{k}$.

Dies liess sich voraussehn. Es muss allgemein gelten, dass die Vorstellungen nicht eher aufhören zu steigen, als bis ihr ferneres Aufstreben gerade gleich ist der Hemmungssumme, die sie ins Bewusstseyn gebracht haben; vorausgesetzt, dass nicht fremdartige Umstände sich einmischen. Das fernere Aufstreben ist zunächst gleich dem noch übrigen Gehemmten; hiemit muss die Hemmungssumme ins Gleichgewicht treten, wenn sie das wirkliche Weitersteigen verhindern soll. Man wird den Satz unmittelbar einleuchtend finden, sobald man überlegt, dass die Hemmungssumme, also das Hinderniss des Steigens, durch das Steigen selbst gewachsen ist; und dass Stockung eintreten muss, sobald irgend eine Bewegung sich selbst ein Hinderniss in den Weg legt, welches dem Antriebe zur fernern Bewegung gleich ist.

§. 4.

Es seyen nun drey Vorstellungen a, b, c, worunter a die stärkste und c die schwächste, im freyen Steigen

begriffen. Man sucht ihre nach Verlauf der Zeit hervorgetretenen Theile α, β, γ.

Der Hemmungsgrad für alle Paare sey $= m$, so ist die Hemmungssumme $= m\,(\beta + \gamma)$. Die Hemmungsverhältnisse kennt man *); sie sind $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, oder bc, ac, ab. Es sey $\frac{bc}{bc + ac + ab} = \pi'$, $\frac{ac}{bc + ac + ab} = \pi''$, $\frac{ab}{bc + ac + ab} = \pi'''$; so hat man, gemäss dem Vorigen, jetzt die drey Gleichungen

$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' m\ (\beta + \gamma))\ dt$$
$$d\beta = (b - \beta - \pi'' m\ (\beta + \gamma))\ dt$$
$$d\gamma = (c - \gamma - \pi''' m\ (\beta + \gamma))\ dt$$

Man addire die zweyte und dritte Gleichung, so geht hervor

$$d\,(\beta + \gamma) = [b + c - (\beta + \gamma) - (\pi'' + \pi''')\, m\,(\beta + \gamma)]\ dt$$

woraus

$$\beta + \gamma = \frac{b + c}{k}\,(1 - e^{-kt})$$

wo $k = 1 + (\pi'' + \pi''')\, m = \frac{bc + (1 + m)\,(ac + ab)}{bc + ac + ab}$

Der Werth von $\beta + \gamma$ muss nun in die drey Gleichungen gesetzt werden. Man findet auf ähnliche Weise wie oben, zuvörderst

$$\alpha = \left(a - \pi' m . \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t}) + \pi' m \frac{b+c}{k} . \frac{1}{k-1} . (e^{-t} - e^{-kt})$$

Um nun diesem Ausdruck eine schicklichere Form zu geben, hat man wiederum die jetzigen Werthe von k, $k - 1$, und π' zu beachten. Dann wird

$$\frac{\pi' m}{k-1} = \frac{bc}{a\,(b + c)}, \text{ und } \frac{\pi' m}{k-1} \cdot \frac{b + c}{k} = \frac{bc}{ak}$$

*) Psychologie §. 44.

Fasst man ferner $\pi' m \frac{b+c}{k} \cdot e^{-t}$ mit $\frac{bc}{ak} \cdot e^{-t}$ zusammen, so wird $bc \cdot \frac{m.(b+c).a+bc+ac+ab}{(bc+ac+ab)\,ak} = \frac{bc}{a}$;

und indem man noch $\frac{bc}{ak}$ sowohl addirt als subtrahirt, erhält man

$$\alpha = \left(a - \frac{bc}{a}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{bc}{ak}(1 - e^{-kt}) \ldots\ldots (3)$$

Bey ähnlicher Rechnung für die beyden andern Formeln verwandelt sich $\frac{\pi'' m}{k-1} \cdot \frac{b+c}{k}$ in $\frac{c}{k}$; und

$\frac{\pi''' m}{k-1} \cdot \frac{b+c}{k}$ in $\frac{b}{k}$; daher man, $\frac{c}{k}$ und $\frac{b}{k}$ an den gehörigen Orten addirend und subtrahirend, erhalten wird

$$\beta = (b - c)(1 - e^{-t}) + \frac{c}{k}(1 - e^{-kt}) \ldots\ldots (4)$$

$$\gamma = (c - b)(1 - e^{-t}) + \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) \ldots\ldots (5)$$

Der gemeinschaftliche Hemmungsgrad m zeigt sich in diesen Formeln deswegen nicht, weil er in k versteckt liegt, dessen Werth sich nach ihm richtet.

Vor allem weitern Verfahren aber untersuche man, ob die Rechnung auch hier den Satz des §. 3 bestätige.

Wenn die Exponentialgrössen verschwinden, so hat sich a erhoben bis zu $\alpha = a - \frac{bc}{a} + \frac{bc}{ak}$

$b \ldots\ldots \beta = b - c + \frac{c}{k}$

$c \ldots\ldots \gamma = c - b + \frac{b}{k}$

Die Summe dieser Grössen $= a - \frac{bc}{a} + \frac{1}{k}\cdot\left(\frac{bc}{a} + c + b\right)$

ist das nunmehr vorhandene Ganze des wirklichen Vorstellens. Zieht man dies ab von der Gesammtheit der Vorstellungen $a + b + c$, so muss das noch übrige Streben vorzustellen, welches unbefriedigt bleibt, herauskommen. Eben dies Streben nun muss gleich seyn derjenigen Hemmungssumme, die als Rechnungsgrösse, nämlich als Bestimmung des gegenseitigen Drucks, in dem wirklich gewordenen Vorstellen enthalten ist; denn nur nach dem Maasse dieses Drucks ist es verhindert, ebenfalls in ein wirkliches Vorstellen überzugehn. Die Hemmungssumme $= m\,(\beta + \gamma)$ ist aber nach dem Verschwinden der Exponentialgrössen $= m \cdot \frac{b+c}{k}$. Um nun mit Einem Blicke zu übersehen, dass die verlangte Bestätigung des Satzes hier wirklich durch die Rechnung geleistet wird, stelle man die Gleichung so, wie sie dem Satze gemäss ausfallen muss, und sehe dann zu, ob die Gleichheit eintrifft. Es soll also seyn

$$b + c + \frac{bc}{a} - \frac{1}{k}\left(\frac{bc}{a} + b + c\right) = m \cdot \frac{b+c}{k}$$

oder $k\,(ab + ac + bc) = bc + ac + ab + m\,(b + c) \cdot a$

woraus $k = \dfrac{bc + (1+m)\,(ac + ab)}{ab + ac + bc}$

und dies ist eben der Ausdruck, welcher durch k bezeichnet wurde.

§. 5.

Die Formel (5) enthält ein negatives Glied, indem nach der Voraussetzung b grösser ist als c. Es entsteht also die Frage, ob γ nicht $= o$ werden könne? Denn wofern die Formel einen negativen Werth erlangt, so hört ihre Gültigkeit auf, da Vorstellungen nicht negativ

werden können. Dasselbe gilt dann von den Formeln (3) und (4); dergestalt, dass, nachdem γ völlig gehemmt ist, die alsdann vorhandene Hemmungssumme auf a und b fallen muss; welches eine neue Rechnung erfordern wird. Hieran nun knüpfen sich die folgenden Untersuchungen.

Zuerst bietet sich die Gränze dar, welcher γ sich nähert, indem dieExponentialgrössen verschwinden. Sie ist

$$\gamma = \frac{b}{k} - b + c$$

Findet man für angenommene Werthe von a, b, c, diese Grösse negativ: so ist für dieselben Werthe die obige Frage bejahend beantwortet; und daraus entsteht die Aufgabe, die Zeit zu berechnen, wann $\gamma = o$ wird. Vorbereitet wird die Auflösung dieser Aufgabe zunächst durch ein paar leichte Bemerkungen.

1) γ hat allemal ein Maximum. Denn

$$\frac{d\gamma}{dt} = b e^{-kt} - (b - c)\ e^{-t} = 0$$

ergiebt $t = \frac{1}{k-1}$. log. nat. $\frac{b}{b-c}$ . . . . . (6)

welche Grösse immer möglich ist, da $b > c$.

2) γ, als Curve gedacht, deren Abscissen die Zeit darstellen, hat allemal einen Wendungspunct. Denn

$$\frac{dd\gamma}{dt^2} = (b - c)\ e^{-t} - kbe^{-kt} = 0$$

ergiebt $t = \frac{1}{k-1}$ log. $\frac{kb}{b-c}$ . . . . . (7)

Auch diese Zeit ist allemal möglich.

§. 6.

Zwischen den Fällen, da der angegebene Gränzwerth positiv und negativ ausfällt, liegt der Fall

$$\frac{b}{k} - b + c \text{ oder } b \cdot \frac{bc + ac + ab}{bc + (1+m)(ac+ab)} - b + c = 0$$

$$\text{daher } c = -\tfrac{1}{2} \frac{ab}{b + a(1+m)}$$

$$+ \sqrt{\tfrac{1}{4} \frac{a^2 b^2}{(b + a(1+m))^2} + \frac{ab^2 m}{b + a(1+m)}} \quad \ldots\ldots (8)$$

Hat c diesen Werth: so wird γ nicht früher und nicht später $= 0$, als wann die Exponentialgrössen völlig verschwinden, d. h. in unendlicher Zeit. Oder mit andern Worten: es wird nie ganz gehemmt; wäre aber c auch nur im geringsten kleiner im Verhältniss gegen a und b, so würde sich eine Zeit angeben lassen, in welcher es, von seinem Maximum wieder herabgedrängt, völlig aus dem Bewusstseyn verschwände.

Man sieht hier ein Analogon der statischen Schwelle *).

Wenn $m = 1$, so giebt die Formel

für $a = 1,\ b = 1,\ c = \dfrac{\sqrt{13} - 1}{6} = 0{,}4342 \ldots$

$a = 2,\ b = 1,\ c = \dfrac{\sqrt{11} - 1}{5} = 0{,}4633 \ldots$

$a = 3,\ b = 1,\ c = \dfrac{\sqrt{93} - 3}{14} = 0{,}4745 \ldots$

. . . .

. . . .

. . . .

$a = 10,\ b = 1,\ c = \dfrac{\sqrt{235} - 5}{21} = 0{,}491$

$a = \infty,\ b = 1,\ c = \dfrac{\sqrt{9} - 1}{4} = 0{,}5$

Wenn $a = b = 1$, so findet sich

für $m = 1,\ c = 0{,}4342$ wie vorhin,

$m = \frac{1}{2},\ c = 0{,}2899$

$m = \frac{1}{10},\ c = 0{,}08487$

*) Psychologie §. 47.

§. 7.

Die Gleichung

$$0 = (c - b)\,(1 - e^{-t}) + \frac{b}{k}\,(1 - e^{-kt})$$

aufzulösen, und hiemit die Zeit zu bestimmen, wann γ aus dem Bewusstseyn verschwinde, (vorausgesetzt, dass c unter der angegebenen Schwelle zurückstehe,) kann nicht besonders schwer fallen, ungeachtet diese Gleichung transscendent ist. Denn wo nur Ein Maximum und nur Ein Wendungspunct, wo beydes überdies so leicht zu finden ist, als oben gezeigt (§. 5.): da orientirt man sich bald, um auch die Wurzel durch eine zweckmässige Annäherung zu entdecken. Indessen bieten sich einige Hülfsmittel dar, die wir nicht übergehen wollen.

Zuerst ist eine allgemeine Methode der Annäherung nöthig, wobei angenommen wird, man habe irgendwie einen minder genäherten, doch auch nicht gar zu fehlerhaften Werth schon gefunden. Dann ist von der Art, einen solchen zu finden, nach Verschiedenheit der Umstände Verschiedenes zu sagen.

1) Man ordne die Gleichung so:

$$b - c - \frac{b}{k} = (b - c)\,e^{-t} - \frac{b}{k}\,e^{-kt}$$

und setze $t = T + t'$, mithin, wenn $A = b - c - \frac{b}{k}$,

$$B = (b - c)\,e^{-T}, \text{ und } C = \frac{b}{k}\,e^{-kT},$$

$$\begin{aligned} A &= B e^{-t'} - C e^{-kt'} \\ &= B - Bt' + \tfrac{1}{2} Bt'^2 - \ldots \\ &\quad - C + Ckt' - \tfrac{1}{2} Ck^2 t'^2 + \ldots \end{aligned}$$

welche Reihen man verlängern kann. Indessen muss t' schon aus den ersten Gliedern nahe genug gefunden seyn,

damit man aus dem erlangten Werthe die höhern Potenzen ohne bedeutenden Fehler berechnen, und der bekannten Grösse beyfügen könne.

2) Um T, denjenigen Werth von t, welcher nur noch einer geringen Berichtigung durch t' bedürfen soll, zu finden, wird auf die gegebene Grösse k das Meiste ankommen.

Wir wollen zuvörderst annehmen, diese Grösse, welche allemal zwischen 1 und 2 fallen muss, sey beynahe $= 2$; so ist die Gleichung beynahe quadratisch; demnach sey $k = 2 - u$, auch setze man $e^{-t} = x$, mithin $e^{-kt} = x^k = x^{2-u}$, und

$$0 = \frac{b}{k} - b + c + (b - c)\,x - \frac{b}{k} \cdot x^2 \cdot x^{-u}, \text{ oder}$$

$$0 = x^2 \cdot x^{-u} - \frac{k(b-c)}{b} \cdot x + \frac{k(b-c)}{b} - 1.$$

Hier ist x^{-u} ein Coefficient der unbekannten Grösse, mit welchem man die Gleichung dividiren würde, wenn er bekannt wäre. Wofern nun u nicht zu gross, mithin x^{-u} der Einheit nahe ist, so wird man diesen Coefficienten hinreichend kennen lernen, indem man anfangs, ohne ihn zu berücksichtigen, die Gleichung auflöset. Dies macht keine Mühe. Denn die Gleichung hat folgende Form:

$$0 = x^2 - qx + q - 1, \text{ wo } q = \frac{k(b-c)}{b}.$$

Hier ist offenbar eine Wurzel $= 1$, und unbrauchbar, weil sie von den verschiedenen Werthen, welche q haben mag, nicht abhängt. Die brauchbare Wurzel aber ist $q - 1$, welches ohne weitere Rechnung vor Augen liegt. Man nehme also $q - 1$ für x, berechne x^{-u}, dividire hiemit die Gleichung, und behandle sie wie

jede quadratische behandelt wird. Die weitere Berichtigung bleibt dann der obigen allgemeinen Näherungsmethode überlassen.

3) Die Gleichung wird beynahe kubisch seyn, wenn k seinem mittlern Werthe $= \frac{3}{2}$ nahe ist. Man setze alsdann $x = y^2$, und berechne y aus der Gleichung

$$0 = y^3 - \frac{(b-c)k}{b} y^2 + \frac{(b-c)k}{b} - 1.$$

Man hat nämlich $x^k = y^{2k} = y^{2(\frac{3}{2} - u)} = y^{3-2u}$ und der noch unbekannte Coefficient, durch welchen zu dividiren vorbehalten bleibt, ist nun y^{-2u}. Die Form der Gleichung

$$0 = y^3 - qy^2 + q - 1$$

zeigt auch hier, dass 1 eine Wurzel der Gleichung ist. Daher lässt sich mit $y - 1$ ohne Rest dividiren, und diese Division giebt $y^2 + (1 - q)\, y + (1 - q)$, wobey zu bemerken, dass nach der Natur der Sache $q > 1$. Man schreibe also

$$y^2 - (q-1)\, y - (q-1) = 0$$

woraus $y = \frac{1}{2}(q-1) + \sqrt{\frac{(q-1)^2}{4} + q - 1}$.

Ist dies berechnet, so findet sich der Coefficient y^{-2u} mit welchem die Gleichung muss dividirt werden, um für eine berichtigte kubische gelten zu können; deren brauchbare Wurzel man schon so weit kennt, als nöthig, um die gewöhnliche Annäherung zu unternehmen. Zur letzten Berichtigung wendet man sich wieder an die obige allgemeine Näherungsmethode. — Es versteht sich von selbst, dass u positiv oder negativ zu nehmen ist, jenachdem k entweder $>$ oder $< \frac{3}{2}$.

4) Man gebe der Gleichung folgende Form:

$$\frac{b}{k(b-c)} = \frac{1 - e^{-t}}{1 - e^{-kt}}.$$

Wenn nun die ersten Versuche schon zeigen, dass e^{-kt} gegen 1 gering ausfallen müsse: so wird eine sehr leichte Rechnung hinreichen. Aus dem ersten Werthe von $x = e^{-t}$, der sich darbietet, bestimmt man e^{-kt}, multiplicirt dann $\frac{b}{k(b-c)}$ mit $1 - e^{-kt}$, berechnet hieraus e^{-t}, sucht hieraus von neuem e^{-kt}, und setzt dies fort wie zuvor.

5) Wäre keine von den angegebenen Verfahrungsarten bequem genug, so bliebe für solche Fälle immer noch das Hülfsmittel, zuerst den Wendungspunct durch seine Abscisse und Ordinate zu bestimmen; von wo aus die Wurzel sich durch Versuche (mit Hülfe des dortigen Differential-Verhältnisses) entdecken lässt.

In folgenden, unter sich vergleichbaren, Beyspielen soll zugleich das Maximum berücksichtigt werden.

Erstes Beyspiel. $a = 15$, $b = 10$, $c = 1$, und $m = 1$. So ist $k = 1{,}9428$, und $u = 0{,}0571$. Daher $q - 1 = 0{,}7485$. Dies für x genommen, giebt nach der Division mit x^{-u} (oder Multiplication mit x^{u}) die berichtigte Gleichung

$$x^2 - 1{,}7198x + 0{,}73623 = 0$$

woraus $x = 0{,}8033$; und folglich $t = 0{,}21904$. Wendet man hierauf die zuerst gezeigte allgemeine Näherung an, so ergiebt sich $t' = 0{,}01894$, mithin das gesuchte $t = 0{,}23798$. Bis zu dieser Zeit war γ im Bewusstseyn gegenwärtig, dann verschwand diese Vorstellung. Um die Zeit 0,1123 hatte sie (nach der Formel (6) im §. 5.) ihr Maximum gehabt; und während der Zeit 0,1257 war sie von da herabgesunken. Sie sank also ein wenig langsamer als sie stieg. Ihr Maximum betrug 0,0552 (nach Formel 5 im §. 4, in welche

$t = 0{,}1123$ zu setzen ist). In diesem Zeitpuncte des Maximum für γ war b bis $\beta = 1{,}057$, und a bis $\alpha = 1{,}59$ gestiegen (nach Formel 3 und 4). Diese Grössen verhalten sich ziemlich nahe wie a zu b. Für den Zeitpunct des Verschwindens von γ, also für $t = 0{,}23798$, ist (ungefähr) $\beta = 2{,}1\ldots$ und $\alpha = 3{,}2\ldots$

Zweytes Beyspiel. $c = 2$; a, b, m wie vorhin. Man findet $k = 1{,}9$; $u = 0{,}1$; $q - 1 = 0{,}52$; die berichtigte Gleichung

$$x^2 - 1{,}4238x + 0{,}48708 = 0$$

woraus $x = 0{,}57154$, und hieraus $t = 0{,}55943$; alsdann noch zur Verbesserung $t' = 0{,}01529$, also das verbesserte $t = 0{,}57472$. Die Zeit des Maximums war $= 0{,}24794$. So lange dauerte das Steigen; hingegen das darauf folgende Sinken bis zum Nullpuncte brauchte eine Zeit $= 0{,}32678$. Das Maximum, wozu sich γ erhob, betrug 0,2207; ungefähr viermal soviel als im vorigen Beyspiel, obgleich die Vorstellung c selbst nur doppelt so stark angenommen worden; sie hat aber auch mehr als doppelt so lange Zeit zum Steigen gehabt. Indem γ dies Maximum erreicht, findet sich $\beta = 2{,}15\ldots$ und $\alpha = 3{,}26\ldots$ Im Moment des Verschwindens von γ, für $t = 0{,}5747$, ist (ungefähr) $\beta = 4{,}1$; und $\alpha = 6{,}3\ldots$

Drittes Beyspiel. $c = 4$; a, b, m wie vorhin. Man findet $k = 1{,}840$; $u = 0{,}16$; $q - 1 = 0{,}104$; welches zuerst für x zu nehmen ist, also für e^{-t}. Hier sieht man gleich, dass e^{-kt} gering ausfällt gegen 1; man kann also von der Form

$$\frac{b}{k(b-c)} = \frac{1 - e^{-t}}{1 - e^{-kt}}$$

Gebrauch machen, wie oben gezeigt; und findet nach einander $e^{-t} = 0{,}10828$, dann $e^{-t} = 0{,}10936$, hier-

auf $e^{-t} = 0{,}10965$, woraus $t = 2{,}2104$. Diese Zeit ist mehr als das Dreyfache von der im vorigen Beyspiele, obgleich der Werth von c nur verdoppelt ist. Die Dauer einer Vorstellung im Bewusstseyn gewinnt in weit grösserem Verhältnisse als ihre Stärke. Dasselbe gilt von der Zeit des Steigens bis zum Maximum, welche hier $= 0{,}60812$ gefunden wird; noch mehr von dem Maximum selbst, denn γ erhebt sich bis zu 0,9261. Um eben diese Zeit ist b bis zu $\beta = 4{,}197$ und a bis zu $\alpha = 6{,}595$ hervorgetreten. In jenem Zeitpuncte, worin γ verschwindet, ist $\beta = 7{,}48 \ldots$ und $\alpha = 12{,}4 \ldots$

Viertes Beyspiel. Hier soll der Hemmungsgrad m, der Vergleichung wegen, verändert werden. Es sey demnach $m = \frac{1}{2}$. Man weiss aus §. 6, dass für $c = 4$, γ nicht zur Schwelle zurückfallen würde; wir nehmen nun $c = 2$, zur Vergleichung mit dem zweyten Beyspiele; übrigens wie vorhin, $a = 15$, $b = 10$. Hieraus wird $k = 1{,}45$. Man kann zwar im vorliegenden Falle durch Aufsuchung des Wendungspuncts leicht zum Ziele gelangen; allein derselbe lässt sich auch zu einem Rückblick auf das angezeigte Verfahren mittelst einer kubischen Gleichung benutzen; und dies soll hier geschehen. Nachdem $q - 1 = 0{,}16$ gefunden worden, hat man $y = 0{,}48792$, und hieraus, nach geschehener Division mit $y - 0{,}1$, die berichtigte Gleichung

$$0 = y^3 - 1{,}0797\, y^2 + 0{,}14892$$

woraus, nach gewöhnlicher Verbesserung des vorigen Werths, $y = 0{,}5116$, oder $x = 0{,}2617$, oder $t = 1{,}3404$. Wenn jetzt noch die allgemeine Näherung hinzukommt, so ergiebt sie $t' = 0{,}0044$, also das gesuchte $t = 1{,}3448$. Diese Zeit ist wenig mehr als das Doppelte von jener im zweyten Beyspiele. Die Vorstellung c bleibt also

ungefähr doppelt so lange im Bewusstseyn, weil ihr Hemmungsgrad nur halb so gross ist als zuvor. Ihr Maximum hat sie in dem Zeitpuncte 0,4959, und das Maximum selbst beträgt 0,4087. Im zweyten Beyspiel war es 0,2207, also ist es nicht völlig verdoppelt. In eben diesem Zeitpuncte 0,4959 hat β den Werth 3,83.. erreicht, und α ist $= 5{,}814$. Für die Zeit 1,344 ... da $\gamma = 0$ wird, ist $\beta = 7{,}063$ ... und $\alpha = 10{,}84$ ...

§. 8.

Wir richten jetzt unsere Aufmerksamkeit auf die Vorstellungen a und b; zuvörderst um zu sehen, welche Veränderung ihrem Aufsteigen dadurch begegnet, dass eine dritte ihnen entgegengesetzte zu gleicher Zeit mit ihnen hervortrit. Das dritte Beyspiel kann den Unterschied am auffallendsten machen, weil c dort am grössten angenommen wurde. Die Formeln (1) und (2) des §. 2 müssen zeigen, wie hoch a und b sich zu den im dritten Beyspiele angemerkten Zeitpuncten würden erhoben haben, wenn keine dritte Vorstellung vorhanden gewesen wäre.

Wir nehmen also, wie dort, $a = 15$, $b = 10$, $m = 1$. Hieraus $k = 1{,}6$. Man findet

für die Zeit 0,60812, $\alpha = 6{,}388$; $\beta = 3{,}887$
für die Zeit 2,2104, $\alpha = 11{,}46$; $\beta = 6{,}068$.

Demnach α beydemal fast doppelt so gross als β. Dies kann nicht befremden, wenn man die Formeln (1) und (2) ansieht. Die Exponentialgrösse e^{-kt} nimmt schneller ab als e^{-t}. Auch ist gleich Anfangs erinnert worden, dass, wenn a oder b einzeln, und gar keiner Hemmung unterworfen, aus dem ganz gehemmten Zustande hervorträten, dann ihre Differentiale seyn würden

$$d\alpha = (a - \alpha)\, dt \text{ und } d\beta = (b - \beta)\, dt$$

mithin $\alpha = a(1 - e^{-t})$ und $\beta = b(1 - e^{-t})$. Zusammen steigend aber hindern sie einander; und dabey leidet b, als die schwächere, am meisten; es wird ihr eine Gränze $= \frac{b}{k}$ gesetzt, der sie sich mit einer Geschwindigkeit $= \frac{d\beta}{dt} = b - k\beta$ annähern muss. Die stärkere Vorstellung leidet weniger; dies zeigt sich in dem ersten Gliede der Formel für α; worin noch die Grösse $1 - e^{-t}$ vorkommt, wiewohl nicht mit dem ganzen a multiplicirt.

Vergleicht man aber die Beyspiele des vorigen §, so fällt sogleich der grosse Unterschied ins Auge. Dort wird die Hemmungssumme zum grössten Theil auf die dritte, schwächste Vorstellung geworfen. Daher sind dort sämmtliche Werthe von α und β für die nämlichen Zeiten grösser gefunden; und überdies behält β gegen α noch ziemlich nahe das ursprüngliche Verhältniss von b zu a, nämlich $10 : 15 = 2 : 3$. Der Vortheil ist also am grössten für β.

Dies ist nicht so zu verstehen, als ob die stärkern Vorstellungen gegen die schwächern in Verbindung träten; vielmehr werden für jetzt noch die Vorstellungen als völlig unverbunden betrachtet. Sondern es ist die blosse, unmittelbare Folge von der Natur der Hemmungssumme, die aus allen gleichzeitigen Vorstellungen als eine gemeinschaftliche Last für alle hervorgeht, im umgekehrten Verhältnisse des Widerstandes sich vertheilt, und in jedem Augenblicke mit einer, ihrer Grösse proportionalen Geschwindigkeit sinkt.

§. 9.

Was wird nun geschehn, nachdem γ gesunken ist bis auf Null? Die Hemmungssumme, welche eben vorhanden ist, und unmittelbar zuvor noch am meisten gegen γ drängte, fällt auf einmal dem a und b zur Last; vorzüglich dem letztern, als dem schwächeren. Ähnliches kommt schon bey sinkenden Vorstellungen vor *); nur ist es hier mehr verwickelt, und die plötzlichen Abänderungen können im Bewusstseyn merklicher werden.

In dem Augenblicke, da $\gamma = 0$ wird, sey $\beta = B$; und $\alpha = A$. Man lasse von hier eine neue Zeit beginnen; so müssen die Formeln (1) und (2) in Ansehung der Constanten verändert werden. Aus

$$d\beta = \left(b - \beta - \frac{am\beta}{a+b}\right) dt \text{ oder } (b - k\beta)\, dt$$

folgt zwar auch jetzt noch

$$\log. \frac{b - k\beta}{\text{Const.}} = -kt$$

aber Const. $= b - kB$, und

$$(9) \ldots . \beta = \frac{b}{k}(1 - e^{-kt}) + Be^{-kt}.$$

Hiernach bekommt die Formel für α einen Zusatz, indem das Q des §. 2 noch ein Glied in sich aufnehmen muss. Die ganze Formel kann übrigens bleiben, wie sie war; man hat nur folgendes beyzufügen:

$$(10) \ldots - \frac{Bmb}{(k-1)(a+b)}(e^{-t} - e^{-kt}) + Ae^{-t}$$

Wenn $a = 15$, $b = 10$, wie in vorigen Beyspielen, so ist die Erhebungsgränze des β nach Formel (2) nicht höher als $\frac{10 \cdot 5}{8} = 6{,}25$. Im dritten Beyspiele war

*) Psychologie §. 75.

aber β emporgestiegen bis $7{,}48 = B$. Folglich

(11) $\quad d\beta = (b - Bk)\, e^{-kt}\, dt$

ist beym Anfang der neuen Zeit $= -1{,}96 dt$. Die Geschwindigkeit $= \frac{d\beta}{dt}$ ist negativ; b muss sinken.

Ferner giebt die Formel (1), in Verbindung mit dem so eben angezeigten Zusatze

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left(a - \frac{b^2}{a} - A + \frac{mbB}{(k-1)(a+b)}\right) e^{-t} + \left(\frac{b^2}{a} - \frac{k}{(k-1)} \cdot \frac{mbB}{(a+b)}\right) e^{-kt} \quad \ldots (12)$$

Für die angenommenen Werthe, welchen gemäss $m = 1$ und $k = 1{,}6$; auch $t = 0$, giebt dieser Ausdruck: $-0{,}401$; also ist auch die Geschwindigkeit von α negativ.

Setzt man endlich $a - \frac{b^2}{a} - A + \frac{mbB}{(k-1)(a+b)} = p$,

$$\frac{b^2}{a} - \frac{k}{(k-1)} \cdot \frac{mbB}{(a+b)} = -q,$$

und alsdann $pe^{-t} = qe^{-kt}$, oder $\frac{da}{dt} = 0$,

woraus $t = \frac{1}{k-1} \cdot \log. \frac{q}{p} \quad \ldots \ldots \ldots (13)$

so muss um diese Zeit α ein Minimum haben. Im Beyspiel findet sich $\alpha = 12{,}313$; es war aber in dem Augenblick, da γ verschwand, $\alpha = 12{,}409$; also ist es um 0,096 gesunken. Die Zeit seines Sinkens beträgt 0,6069. Nach Verlauf dieser Zeit ist β von 7,4806 herabgesunken bis auf 6,7159; also hat es 0,7647 verloren; ungefähr 8 mal so viel wie α.

Man bemerke noch, dass die Zusätze wegen A und B, welche die vorigen Formeln hier bekommen haben, an den Gränzen, denen sich α und β annähern, nichts verändern können. Denn sie hängen von Exponential-

grössen ab, die für grössere t bald so gut als völlig unbedeutend werden. Vielmehr sinkt β langsam zu seiner Gränze 6,25; und α steigt vom Minimum allmählig bis 12,5.

§. 10.

Vermuthen lässt sich, dass von vier Vorstellungen, a, b, c, d, die drey schwächern zuerst sich grossentheils ähnlich jenen bewegen werden; und dass, nachdem d zur Schwelle gesunken, ihm c bald nachstürzen, und dadurch für a und b das vorige Verhalten eintreten werde. Anstatt hierüber weitläuftige Rechnungen anzustellen*), wollen wir die schon geführte Rechnung etwas erweitern.

Gesetzt, es gebe mehrere Vorstellungen von gleicher Stärke $= b$, deren Anzahl $= \mu$, und auch mehrere $= c$, deren Anzahl $= \nu$: so hat man die nämlichen Differentialgleichungen wie im §. 4, allein die zweyte und dritte mehrmals. Um zunächst die Grössen π', π'', π''' zu bestimmen: so findet sich $\pi' = \frac{bc}{bc + \mu ac + \nu ab}$,

$$\pi'' = \frac{ac}{bc + \mu ac + \nu ab}, \quad \pi''' = \frac{ab}{bc + \mu ac + \nu ab}$$

Ferner
$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' m\,(\mu\beta + \nu\gamma))\,dt$$
$$d\beta = (b - \beta - \pi'' m\,(\mu\beta + \nu\gamma))\,dt$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$d\gamma = (c - \gamma - \pi''' m\,(\mu\beta + \nu\gamma))\,dt$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

giebt beym Addiren der $d\beta$ und $d\gamma$

*) Zu bemerken ist, dass man auch bey vier Vorstellungen nicht mehr als zwey Exponential-Grössen, von der Form $(1 - e^{-kt})$ und $(1 - e^{-t})$, finden wird; nur die Coefficienten sind weit mehr verwickelt.

$d(\mu\beta + \nu\gamma) = [\mu b + \nu c - (\mu\beta + \nu\gamma) - (\mu\pi'' + \nu\pi''')$
$m\ (\mu\beta + \nu\gamma)]\ dt$, und $\mu\beta + \nu\gamma = \frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt})$

wo $k = 1 + (\mu\pi'' + \nu\pi''').m = 1 + m.\ \frac{\mu ac + \nu ab}{bc + \mu ac + \nu ab}$

Ist hier $m = 1$, so wird für ein kleines c sich $k - 1$ fast ganz $= 1$, oder $k = 2$ setzen lassen. Überdem ist dann π' sehr gering, d. h. α bewegt sich fast wie wenn keine Hemmung darauf wirkte. Daher wollen wir die Rechnung nur für β und γ fortsetzen. Wie im §. 2 schreiben wir

$d\beta + \beta dt = Q dt$, woraus, wie dort, $du\ .\ e^{-t} = Q dt$,

$du = Q e^t dt = \left(b - \pi''.\frac{(\mu b + \nu c)}{k}\right) e^t dt + \pi''\frac{\mu b + \nu c}{k}.e^{(1-k)t}dt$

$u = \left(b - \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}\right) e_t + \pi''\frac{\mu b + \nu c}{k.(1-k)}.e^{(1-k)t} + \text{Const.}$

$\beta = \left(b - \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}\right) + \pi''\frac{\mu b + \nu c}{k.(1-k)}e^{-kt} + \text{Const.}e^{-t}$

und weil $\beta = 0$ für $t = 0$,

$0 = \left(b - \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}\right) + \pi''\frac{\mu b + \nu c}{k.(1-k)} + \text{Const.}$

so ergiebt sich

$$\beta = \left(b - \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}\right).(1 - e^{-t})$$
$$+ \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k.(1-k)}(e^{-kt} - e^{-t})$$

oder $b\ (1 - e^{-t}) - \pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-t})$

$+ \pi''\frac{\mu b + \nu c}{k.(k-1)}(e^{-t} - e^{-kt})$ . . . . . (14)

Falls ohne bedeutenden Fehler $k = 2$ und $k - 1 = 1$ genommen werden kann, ergiebt sich

(15) $\ldots \beta = b(1-e-\iota) - \pi'' \frac{\mu b + \nu c}{k}(1+e^{-k\iota}-2e^{-\iota})$

und eben so

(16) $\ldots \gamma = c(1-e^{-\iota}) - \pi'''.\frac{\mu b+\nu c}{k}(1+e^{-k\iota}-2e^{-\iota})$

Die Berechnung für $\gamma = 0$ ist hier ausserordentlich leicht, da man, die nämliche Abkürzung durch $k = 2$ beybehaltend, schreiben kann

$0 = c\,(1-e^{-\iota}) - \frac{1}{2}\,\pi'''\,(\mu b + \nu c).(1-e^{-\iota})^2$

oder $\quad 0 = c - \frac{1}{2}\,\pi'''\,(\mu b + \nu c)\,(1-e^{-\iota})$

also $\quad 1 - e^{-\iota} = \frac{2c}{\pi'''(\mu b + \nu c)}$

und $\quad \log.\frac{\pi'''(\mu b + \nu c)}{\pi'''(\mu b + \nu c) - 2c} = \iota$

Dieser Ausdruck lässt sich für manche Fälle noch bedeutend abkürzen. Denn $\pi''' = \frac{ab}{bc + \mu ac + \nu ab}$ wird für ein grosses μa oder νa, indem man bc weglässt, beynahe $= \frac{b}{\mu c + \nu b}$, daher nahe $\iota = \log.\frac{b(\mu b + \nu c}{\mu(b^2 - 2c^2) - \nu bc}$. Ist ferner c klein genug, damit vorläufig auch noch $2c^2$ neben b^2 weggelassen werden könne, so hat man beynahe

$$\iota = \log.\frac{\mu b + \nu c}{\mu b - \nu c} = \log.\frac{1+\frac{\nu c}{\mu b}}{1-\frac{\nu c}{\mu b}} = 2\left[\frac{\nu c}{\mu b} + \frac{1}{3}\frac{\nu^3 c^3}{\mu^3 b^3} + \ldots\right]$$

Übrigens lassen sich die Formeln auch nach Analogie der obigen (3, 4, 5) anordnen; um dies an der Formel für b kurz zu zeigen, dient Folgendes.

Anstatt $-\pi''.\frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-\iota})$ schreibe man

getrennt $-\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}+\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}e^{-t}$, und vereinige den letztern Theil mit $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k.(k-1)}e^{-t}$; so wird wegen $1+\frac{1}{k-1}=\frac{k}{k-1}$ aus beydem $\pi''\frac{(\mu b+\nu c)}{k-1}e^{-t}$. Ferner zerlege man den ersten Theil in zwey Ausdrücke; nämlich $-\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k}=\pi''.\frac{\mu b+\nu c}{k-1}.\frac{1-k}{k}$, oder $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}$. Dieser letztere negative Ausdruck, zusammengefasst mit jenem, der die Grösse e^{-t} mit sich führt, ergiebt $-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}(1-e^{-t})$ welches mit $b\ (1-e^{-t})$ zu verbinden ist. Eben so lässt sich jenes $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}$ mit demjenigen Theile der Formel verknüpfen, welcher die Exponentialgrösse e^{-kt} enthält; man hat alsdann $\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}(1-e^{-kt})$. Die ganze Formel ist nun

$$\beta=\left(b-\pi''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}\right)(1-e^{-t})+\pi''\frac{\mu b+\nu c}{(k-1).k}(1-e^{-kt})$$

und eben so

$$\gamma=\left(c-\pi'''\frac{\mu b+\nu c}{k-1}\right)(1-e^{-t})+\frac{\pi'''}{k-1}.\frac{\mu b+\nu c}{k}(1-e^{-kt})$$

Beyspiel. $a=15$, $b=10$, $c=1$, $\mu=1$, $\nu=4$. Jedes der vier γ hat um die Zeit $=0{,}3533$ das Maximum $=0{,}1488$; und verschwindet aus dem Bewusst-

seyn um die Zeit = 0,9044. Dies Beyspiel gestattet eine doppelte Vergleichung. Zuerst mit dem ersten Beyspiele des §. 7. Wir stellen also zusammen

	Maximum	Zeit des Maximum.	Zeit des Verschwindens
dort	0,0552	0,1123	0,2379
hier	0,1488	0,3533	0,9044

Der Grund des Unterschiedes ist klar. Der beträchtliche Theil der Hemmungssumme, der aus β entspringt, fiel dort meistens auf ein einziges c. Hier ist, wie dort, $c = 1$ gesetzt, aber es sind solcher c vier angenommen. Diese vermehren zwar die Hemmungssumme; allein weit erheblicher ist der Umstand, dass sie als Träger der gemeinsamen Last dienen; als solche halten sie mehr und länger aus; beynahe dreyfach.

Die zweyte Vergleichung bietet das dritte Beyspiel des §. 7. Dort war nur ein einziges $c = 4$ angenommen; hier ist dieselbe, dem a und b entgegenwirkende Grösse in vier Theile gleichsam zersplittert. Es war

	Maximum	Zeit des Maximum.	Zeit des Verschwindens.
dort	0,9261	0,6081	2,2104
hier	0,1488	0,3533	0,9044

wobey besonders auffällt, wieviel länger dort die Zwischenzeit zwischen der des Maximums und des Verschwindens verhältnissmässig dauert, als hier. Dort wird die Zeit des Maximums beynahe vierfach genommen den Zeitpunct des Verschwindens ergeben; hier nicht einmal dreyfach. Das Sinken geht viel langsamer, wo eine grössere, das heisst in diesem Falle, eine besser concentrirte Energie sich demselben widersetzt. Am meisten gewinnt das Maximum, welches sich im Beyspiele nahe sechsfach vergrössert zeigt, wo der Widerstand als Gesammtkraft wirkt.

Wir haben noch auf α und β zu sehen. Wegen α ist schon erinnert worden, dass darauf die Hemmung unter den jetzigen Voraussetzungen keinen sehr merklichen Einfluss haben könne. In der That ist π' hier nicht vollends $= \frac{1}{62}$, also kann ein so kleiner Theil der Hemmungssumme, neben α selbst, in der Gleichung $d\alpha = (a - \alpha - \pi' \ (\mu\beta + \nu\gamma))\, dt$ kaum in Betracht kommen. Denkt man sich nun α ganz ohne Widerstand steigend, so ist um die Zeit $= 0{,}9044$, $\alpha = a\,(1 - e^{-t}) = 8{,}9283$. Beynahe dasselbe könnte man auf b anwenden; denn π'' ist noch nicht vollends $\frac{1}{41}$; stiege nun β ohne Widerstand, so wäre um die nämliche Zeit, $\beta = 5{,}9522$. Bloss um die Geringfügigkeit des Unterschiedes zu zeigen, wollen wir β aus der Formel berechnen; mit der Bemerkung, dass der Unterschied hier dennoch bedeutender ist als bey α, weil β kleiner ist, und ein grösserer Zusatz daneben weniger darf vernachlässigt werden. Es findet sich nämlich $\beta = 5{,}8927$.

Jetzt erneuern sich die Betrachtungen des §. 9. Es sind a und b fast ohne Widerstand bis zu α und β emporgestiegen, so lange die vier gleichen c ihren Druck übernehmen. Plötzlich verschwindet diese Unterstützung; und die beträchtliche Hemmungssumme $= 5{,}8927$ fällt auf a und b. So eben noch stieg β fast mit der Geschwindigkeit $b - \beta = 4{,}107$; plötzlich trit die viel geringere Geschwindigkeit, $= 0{,}5716$, an deren Stelle, die sich (nach Formel 11) noch überdies continuirlich vermindert. Auch die Geschwindigkeit von α muss sich auf einmal vermindern, wie man ohne Rechnung leicht genug übersieht. Zu einem Minimum von α kommt es indessen hier nicht, weil kein Sinken erfolgt,

sondern nur ein Stocken, das für b fast einem Stillstande gleicht.

Werden zwey Vorstellungen, jede von der Stärke $= 10$, statt, wie zuvor, einer solchen, angenommen, das übrige wie vorhin: so findet sich jedes $\gamma = 0$ für die Zeit 0,43947; um diese Zeit ist jedes $\beta = 3{,}502$; und $\alpha = 5{,}3343$. Die Formeln (4) und (5) ergeben zur Erhebungsgränze für jedes β, $5 + \frac{5}{7}$; und zur Gränze von α, $12 + \frac{1}{7}$; demnach sind beyde b und a noch weit von ihrer Gränze, können noch beträchtlich steigen, und ihre Geschwindigkeit wird weniger gestört, indem die sämmtlichen c zur Schwelle zurücksinken. Die Zeit war zu kurz, als dass sich jene schon bedeutend hätten ihrer Gränze nähern können. Hätte man eine grössere Anzahl der c angenommen, so würde die Zeit ihres Zurücksinkens sich verlängert haben, wie aus dem vorigen Beyspiele zu ersehen war.

Zweytes Capitel.

Vom Steigen bey ungleichen Hemmungsgraden.

§. 11.

Das bisherige Verfahren beruht wesentlich auf der Addition derjenigen Gleichungen, welche zusammen genommen die veränderliche Hemmungssumme ergeben müssen. Dieser Vortheil der Rechnung geht verloren, wenn die Hemmungsgrade ohne Einschränkung ungleich seyn sollen; man kann ihn aber noch beybehalten, wenn wenigstens diejenigen Hemmungsgrade gleich sind, die in der Hemmungssumme vorkommen. Um dies kurz zu zeigen, nehmen wir an, in einer Hemmungssumme wie $n\beta + p\gamma$, sey $n = p$.

Es sey nun $\pi' = \frac{bc\varepsilon}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$,

$\pi'' = \frac{ac\eta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$, $\pi''' = \frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$ *),

auch die Hemmungssumme $= n(\beta + \gamma)$, und man habe wie vorhin die drey Gleichungen

$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' n(\beta + \gamma))\, dt$$
$$d\beta = (b - \beta - \pi'' n(\beta + \gamma))\, dt$$
$$d\gamma = (c - \gamma - \pi''' n(\beta + \gamma))\, dt$$

so ist auch jetzt noch

$$d(\beta + \gamma) = (b + c - k(\beta + \gamma))\, dt$$

wo $k = 1 + n(\pi'' + \pi''') = 1 + n \cdot \frac{ac\eta + ab\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$

und die Rechnung läuft auf bekanntem Wege fort bis zu den drey Gleichungen von völlig gleicher Form:

$$\alpha = \left(a - \pi' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t})$$
$$+ \pi' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} \cdot (e^{-t} - e^{-kt}) \quad \ldots \quad (17)$$

$$\beta = \left(b - \pi'' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t})$$
$$+ \pi'' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1}(e^{-t} - e^{-kt}) \quad \ldots \quad (18)$$

$$\gamma = \left(c - \pi''' n \frac{b+c}{k}\right)(1 - e^{-t})$$
$$+ \pi''' n \frac{b+c}{k} \cdot \frac{1}{k-1} e^{-t} - e^{-kt}) \quad \ldots \quad (19)$$

*) Psychologie §. 54, wo die Verhältnisszahlen, (nach denen das Quantum, was gehemmt wird, zu vertheilen ist,) durch $\frac{\varepsilon}{a}, \frac{\eta}{b}, \frac{\vartheta}{c}$, ausgedrückt sind; indem ε, η, ϑ, jedesmal solche Summen von Hemmungsgraden, wie $p + n$, oder $p + m$, oder $m + n$ bedeuten, gemäss den verschiedenen Umständen, wie dieselben mit a, b, c, zu verbinden sind.

welche nach Verschiedenheit der π', π'', π''', und nach dem Unterschiede der Hemmungssummen und Hemmungsgrade, andre und andre Bedeutungen annehmen werden. Ist die Hemmungssumme $n\ (\alpha + \gamma)$, so addirt man die erste und dritte Gleichung; ist sie $n\ (\alpha + \beta)$, die erste und zweyte.

§. 12.

Für die Rechnung mit drey verschiedenen Hemmungsgraden sollen andre Buchstaben gewählt werden, damit man denselben die vorhin gebrauchten nach Verschiedenheit der Umstände substituiren könne. Hiedurch wird nicht bloss den Verwechselungen vorgebeugt, welche sonst bey verschiedenen Hemmungssummen entstehen möchten, sondern die Rechnung wird auch auf mehrere gleich starke Vorstellungen (wie im §. 10) sich erweitern lassen.

Zum Anfange bedarf man nur der beyden Gleichungen, worin diejenigen Vorstellungen sich befinden, von welchen die Hemmungssumme abhängt. Diese beyden Vorstellungen bezeichnen wir ihrer Stärke nach mit X und Y, welche Grössen constant sind; ihre veränderlichen Theile mit x und y. Zu ihnen gehören zwey Hemmungs-Coefficienten, wie die obigen π'' und π'''; diese mögen jetzt λ und λ' heissen. Die Hemmungssumme sey $fx + hy$, wo f und h die darin vorkommenden Hemmungsgrade bedeuten. Alsdann hat man folgende Gleichungen:

$$dx = (X - x - \lambda\ (fx + hy))\ dt$$
$$dy = (Y - y - \lambda'\ (fx + hy))\ dt$$

oder etwas anders geordnet

$$dx + (x + \lambda fx)\ dt = (X - \lambda hy)\ dt$$
$$dy + (y + \lambda' hy)\ dt = (Y - \lambda' fx)\ dt$$

Die zweyte dieser Gleichungen multiplicire man mit einer noch unbestimmten Grösse, deren Bestimmung vorbehalten bleibt*); dieselbe sey ϑ. Also

$$\vartheta dy + \vartheta y\,(1 + \lambda' h)\,dt = \vartheta\,(Y - \lambda' f x)\,dt.$$

Diese Gleichung zur ersten addirt giebt

$$dx + \vartheta dy + [x\,(1 + \lambda f) + \vartheta y\,(1 + \lambda' h)]\,dt = [X - \lambda h y + \vartheta\,(Y - \lambda' f x)]\,dt$$

und geordnet

$$dx + \vartheta dy + \left[x\begin{Bmatrix}1 + \lambda f \\ + \lambda' f\vartheta\end{Bmatrix} + y\begin{Bmatrix}(1 + \lambda' h)\,\vartheta \\ + \lambda h\end{Bmatrix}\right] dt = (X + \vartheta Y)\,dt.$$

Der Integration wegen führen wir eine neue veränderliche Grösse z ein; dergestalt dass

$$x\begin{Bmatrix}1 + \lambda f \\ + \lambda' f\vartheta\end{Bmatrix} + y\begin{Bmatrix}(1 + \lambda' h)\,\vartheta \\ + \lambda h\end{Bmatrix} = (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta)\,z$$

mithin

$$dx + \frac{\vartheta + \lambda' h\vartheta + \lambda h}{1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta}\,dy = dz$$

Jetzt werde das vorhin angenommene ϑ so bestimmt, dass

$$\vartheta = \frac{\lambda h + (1 + \lambda' h)\,\vartheta}{1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta}$$

Dies führt auf eine quadratische Gleichung für ϑ. Der grössern Deutlichkeit wegen schreiben wir anfangs

$$\vartheta = \frac{B + B'\vartheta}{A + A'\vartheta}$$

oder $A\vartheta + A'\vartheta^2 = B + B'\vartheta$, woraus

$$\vartheta = \frac{B' - A}{2A'} \pm \frac{\sqrt{(B' - A)^2 + 4\,A'B}}{4A'^2}$$

Da nun $B' - A = 1 + \lambda' h - (1 + \lambda f)$, also $(B' - A)^2 = (\lambda' h)^2 - 2\lambda' h\lambda f + (\lambda f)^2$, und $4\,A'B = 4\lambda' f\lambda h$, so lässt

*) Die Methode lehrt u. a. Lacroix im traité élém. de calc. d. et int. §. 286.

sich die Quadratwurzel ausziehen; und die Rechnung giebt

$$\vartheta = \frac{\lambda' h - \lambda f}{2\lambda' f} \pm \frac{\lambda' h + \lambda f}{2\lambda' f}$$

also der eine Werth ist $\vartheta = \frac{h}{f}$

der andre . . . . $\vartheta = -\frac{\lambda}{\lambda'}$

Ferner hat man für die neu eingeführte veränderliche z die Gleichung

$dx + \vartheta dy + (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta)\, z dt = (X + \vartheta Y)\, dt$

das heisst

$$dz + (1 + \lambda f + \lambda' f\vartheta)\, z dt = (X + \vartheta Y)\, dt$$

weil zuvor ϑ auf die angegebene Weise war bestimmt worden. In diese Gleichung führe man die beyden berechneten Werthe von ϑ ein, so hat man

1) $dz + (1 + \lambda f + \lambda' h)\, z dt = (X + \frac{h}{f}\, Y)\, dt$

2) $dz + z dt = (X - \frac{\lambda}{\lambda'}\, Y)\, dt$

Beyde Gleichungen haben die Form

$$dz + Fz dt = C dt$$

und ergeben

$$-\frac{1}{F} \cdot \log. \frac{C - Fz}{C} = t$$

woraus alsdann

$$z = \frac{C}{F}(1 - e^{-Ft})$$

Das heisst, weil $z = x + \vartheta y$.

1) $z = \frac{fX + hY}{f(1 + \lambda f + \lambda' h)} \cdot (1 - e^{-(1 + \lambda f + \lambda' h)t}) = x + \frac{h}{f} y$

2) $z = \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'}\, (1 - e^{-t}) = x - \frac{\lambda}{\lambda'}\, y$

Aus diesen beyden Gleichungen ergeben sich x und y.

Man setze zur Abkürzung $k = 1 + \lambda f + \lambda' h$, so ist

$$\frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{fX + hY}{fk} \cdot (1 - e^{-kt}) - \frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'} \cdot (1 - e^{-t}) = y$$

$$\frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{fX + hY}{fk} \cdot (1 - e^{-kt})$$

$$+ \frac{\lambda' f}{\lambda f + \lambda' h} \cdot \frac{h}{f} \cdot \frac{\lambda' X - \lambda Y}{\lambda'} (1 - e^{-t}) = x$$

oder, etwas mehr symmetrisch und mehr zusammengezogen:

$$\frac{\lambda'(fX + hY)}{(k-1)\,k} (1 - e^{-kt}) - \frac{f(\lambda' X - \lambda Y)}{k - 1} (1 - e^{-t}) = y \quad (20)$$

$$\frac{\lambda(fX + hY)}{(k-1)\,k} (1 - e^{-kt}) + \frac{h(\lambda' X - \lambda Y)}{k - 1} (1 - e^{-t}) = x \quad (21)$$

Es bleibt jetzt noch übrig, das Hervortreten der dritten Vorstellung zu bestimmen, welche in den Ausdruck der Hemmungssumme nicht eingeht.

Die Stärke dieser Vorstellung sey $= U$; der veränderliche Theil dieses constanten U, welcher Theil allmählig im Bewusstseyn hervortrit, sey $= u$, der zugehörige Hemmungs-Coefficient (den wir sonst mit π' bezeichneten) sey λ''; so hat man

$$du = (U - u - \lambda'' (fx + hy))\, dt; \text{ und}$$

$$dx = (X - x - \lambda (fx + hy))\, dt; \text{ ferner}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda''} du = \left(\frac{\lambda}{\lambda''} (U - u) - \lambda (fx + hy)\right) dt; \text{ woraus}$$

$$d\left(x - \frac{\lambda}{\lambda''} u\right) = \left(X - x - \frac{\lambda}{\lambda''} (U - u)\right) dt,$$

$$= \left(X - \frac{\lambda}{\lambda''} U - \left(x - \frac{\lambda}{\lambda''} u\right)\right) dt$$

also

$$x - \frac{\lambda}{\lambda''} u = \left(X - \frac{\lambda}{\lambda''} U\right)(1 - e^{-t})$$

und

$$(22) \quad \ldots\ldots u = \frac{\lambda''}{\lambda} x + (U - \frac{\lambda''}{\lambda} X)(1 - e^{-t})$$

Daher, wenn x berechnet ist, u sehr leicht daraus gefunden wird.

§. 13.

Zur Probe der vorstehenden Rechnung kann es dienen, auch in dieser Allgemeinheit den Satz des §. 3 nachzuweisen. Zu diesem Behuf stellen wir zuerst die Gränzwerthe von u, x, y zusammen, wozu, wie bekannt, nöthig ist, die Exponential-Grössen wegzulassen, indem diese beym Verlauf der Zeit verschwinden. Die Gränzen sind folgende:

$$\text{Von } y, \quad \frac{\lambda'(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\, k} - \frac{f(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda f + \lambda' h}$$

$$\text{Von } x, \quad \frac{\lambda(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\, k} + \frac{h(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda f + \lambda' h}$$

$$\text{Von } u, \quad \frac{\lambda''(fX + hY)}{(\lambda f + \lambda' h)\, k} + \frac{\lambda'' h(\lambda' X - \lambda Y)}{\lambda(\lambda f + \lambda' h)} - \frac{\lambda''}{\lambda} X + U.$$

Die Summe dieser Werthe, welche y, x, u, in unendlicher Zeit erreichen würden, heisse S; die ganze alsdann vorhandene Hemmungssumme $fx + hy$ heisse Σ, (worin also x und y nach ihren eben angegebenen Werthen zu nehmen sind,) so ist der Satz dieser:

$$U + X + Y - S = \Sigma,$$

oder

$$U + X + Y - \Sigma = S.$$

Nun ist zuvörderst klar, dass U von selbst wegfällt, denn es ist in S enthalten; und man mag schreiben

$$X + Y - \Sigma = S - U.$$

Ferner hebt sich in Σ nach geschehener Multiplication mit f und h sogleich der negative Theil von y gegen den entsprechenden positiven Theil von x, und es bleibt nur

$$\Sigma = \frac{fX + hY}{(\lambda f + \lambda' h)k} \cdot (h\lambda' + f\lambda) = \frac{fX + hY}{k}$$

Man hat also auf der einen Seite der Gleichung

$$X - \frac{fX}{k} + Y - \frac{hY}{k}$$

Jetzt ist zu bemerken, dass $\lambda + \lambda' + \lambda'' = 1$, daher $1 - \lambda = \lambda' + \lambda''$ und $\lambda + \lambda' = 1 - \lambda''$.

Auf der andern Seite der Gleichung hat man

$$S - U = \frac{fX + hY}{(k-1).k} \cdot (\lambda + \lambda' + \lambda'') + \frac{\lambda' X - \lambda Y}{k-1}\left(h - f + \frac{\lambda'' h}{\lambda}\right) - \frac{\lambda''}{\lambda} X$$

Man fasse erst die Grössen zusammen, welche von X abhängen, dann die, worin Y vorkommt. Jene müssen zusammen $X - \frac{fX}{k}$ ausmachen; diese müssen sich zu $Y - \frac{hY}{k}$ vereinigen.

Von X abhängig ist

$$\frac{fX}{(k-1).k} + \frac{\lambda' X\,(h\lambda - f\lambda + \lambda'' h)}{k-1} - \frac{\lambda''}{\lambda} X, \text{ oder}$$

$$\frac{X}{(k-1).k.\lambda} \cdot [\lambda f + k\lambda'\,(h\lambda - f\lambda + \lambda'' h) - \lambda''(k-1)k].$$

Anstatt $\lambda''\,(k-1)\,k$ schreibe man $k \,.\, (\lambda'' \lambda' h + \lambda'' \lambda f)$, so wird die eingeklammerte Grösse

$$= \lambda f + k.(\lambda\lambda' h - f\lambda\,(\lambda' + \lambda'')) = \lambda f + k(\lambda\lambda' h - f\lambda\,(1-\lambda)).$$

Aber $\lambda\lambda' h - f\lambda\,(1-\lambda) = \lambda\,(\lambda' h + f\lambda - f)$ ist $= \lambda\,(k - 1 - f)$; ferner $\lambda f + k\,(\lambda\lambda' h - f\lambda\,(1-\lambda)$ $= \lambda\,[f + k\,(k-1) - kf] = \lambda \,.\, (k-1)\,(k-f)$. Nachdem die eingeklammerte Grösse hierauf reducirt ist, zeigt sich sogleich, dass gefunden worden was vorherzusehen war; denn $\frac{X}{(k-1)\,.\,k\,.\,\lambda} \,.\, \lambda\,(k-1\,(k-f)$ $= \frac{X\,(k-f)}{k} = X - \frac{fX}{k}$.

Von Y abhängig ist die Grösse $\frac{hY}{(k-1)\,k} - \frac{\lambda Y}{k-1}\left(h - f + \frac{\lambda'' h}{\lambda}\right)$; oder besser geordnet $\frac{Y}{k-1} \cdot \left[\frac{h}{k} - \lambda h + \lambda f - \lambda'' h\right]$. Anstatt $h\,(\lambda + \lambda'')$ setze man $h\,(1 - \lambda')$, so verwandelt sich die eingeklammerte Grösse in $\frac{h}{k} - h + k - 1$

$= \frac{h - hk + k\,(k-1)}{k} = \frac{(k-1)\,(k-h)}{k}$, also die ganze von Y abhängige Grösse ist nunmehr

$= Y \cdot \frac{k-h}{k} = Y - \frac{Yh}{k}$; wie verlangt und erwartet.

§. 14.

In §. 10. wurde angenommen, man habe mehrere Vorstellungen von gleicher Stärke $= b$, deren Anzahl $= \mu$, desgleichen mehrere c, deren Anzahl $= \nu$, in Rechnung zu bringen. Was dort unter Voraussetzung gleicher Hemmungsgrade entwickelt worden, ist nun auf ungleiche Hemmungsgrade zu erweitern. Die Hemmungs-Coefficienten sind, ähnlich denen im §. 11,

$\pi' = \frac{bc\varepsilon}{bc\varepsilon + \mu ac\eta + \nu ab\vartheta}$, $\pi'' = \frac{ac\eta}{bc\varepsilon + \mu ac\eta + \nu ab\vartheta}$,

$\pi''' = \frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon + \mu ac\eta + \nu ab\vartheta}$; die gegebnen Gleichungen aber müssen eine Hemmungssumme enthalten, welche durch μb und νc bestimmt wird, wofern nämlich dieselbe von b und c abhängt; die nöthige Veränderung, falls a darin vorkommt, wird leicht zu finden seyn. Überdies enthält die Hemmungssumme noch ein paar Hemmungsgrade, wie m, n, p, um deren Auswahl wir uns hier

nicht bekümmern *); ihre Bezeichnung durch f und h kann für jetzt beybehalten werden. Demnach sey die Hemmungssumme $= f\mu b + h\nu c$; und die gegebenen Gleichungen seyen

$$d\alpha = (a - \alpha - \pi' (f\mu\beta + h\nu\gamma))\, dt$$
$$d\beta = (b - \beta - \pi'' (f\mu\beta + h\nu\gamma))\, dt$$
$$\vdots$$
$$d\gamma = (c - \gamma - \pi''' (f\mu\beta + h\nu\gamma))\, dt$$
$$\vdots$$

Dergestalt, dass die Gleichung für $d\beta$, μ mal, und die Gleichung für $d\gamma$, ν mal statt finde. Nun sey $\mu\beta = x$, $\mu b = X$, $\mu\pi'' = \lambda$, $\nu\gamma = y$, $\nu c = Y$, $\nu\pi''' = \lambda'$, so ist

$$\mu d\beta = (\mu b - \mu\beta - \mu\pi'' (f\mu\beta + h\nu\gamma))\, dt$$

und $\nu d\gamma = (\nu c - \nu\gamma - \nu\pi''' (f\mu\beta + h\nu\gamma))\, dt$

ausgedrückt durch

$$dx = (X - x - \lambda (fx + hy))\, dt$$

und $dy = (Y - y - \lambda' (fx + hy))\, dt$

Hieraus wird man nach §. 12, x und y, folglich auch $\beta = \frac{x}{\mu}$ und $\gamma = \frac{y}{\nu}$, berechnen.

Zur Vergleichung mit der frühern, auf ganz andere Wege geführten Rechnung nehmen wir $f = h = m$; überhaupt die Hemmungsgrade gleich; alsdann ergiebt sich, indem auch noch $m = 1$ gesetzt wird,

$$\beta = \frac{\pi''}{k-1} \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k} (1 - e^{-kt}) + \frac{\nu \cdot (\pi''' b - \pi'' c)}{k - 1} (1 - e^{-t})$$

welches mit der im §. 10 für β gegebenen Formel einerley seyn muss. Um die Einerleyheit nachzuweisen, bemerken wir zuerst, dass $\pi' + \mu\pi'' + \nu\pi''' = 1$;

*) Vergl. Psychologie §. 52.

mithin $\nu\pi''' = 1 - \pi' - \mu\pi''$. Aber $1 - \pi''$ $= 1 - \frac{bc}{bc + \mu ac + \nu ab}$ (denn wegen Gleichheit der Hemmungsgrade sind auch ε, γ, ϑ gleich, und fallen weg,) also $1 - \pi' = \frac{\mu ac + \nu ab}{bc + \mu ac + \nu ab} = k - 1$, mithin $\frac{\nu\pi'''}{k-1} = 1 - \frac{\mu\pi''}{k-1}$, und $\frac{\nu \cdot (\pi''' b - \pi'' c)}{k-1}$ $= b - \frac{\mu\pi'' b}{k-1} - \frac{\nu\pi'' c}{k-1} = b - \frac{\pi''}{k-1}(\mu b + \nu c)$

Folglich $\beta = \frac{\pi''}{k-1}\frac{\mu b + \nu c}{k}(1 - e^{-kt})$

$+ \left(b - \pi'' \cdot \frac{\mu b + \nu c}{k-1}\right)(1 - e^{-t})$ welches mit der Formel am Ende des §. 10 genau übereinstimmt.

§. 15.

Wenn die Formeln (20) und (21) im §. 12 differentiirt, und die Differentiale $= 0$ gesetzt werden, so ergiebt sich für das Maximum von Y,

(23) ..... $t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\lambda' (fX + hY)}{f(\lambda' X - \lambda Y)}$

und für das Maximum von x,

(24) ..... $t = \frac{1}{k-1} \log. \frac{\lambda (fX + hY)}{h(\lambda Y - \lambda' X)}$

wo sogleich ins Auge fällt, dass wenn eins davon unmöglich ist, (wegen $\lambda' X < \lambda Y$) alsdann das andre möglich wird. Beym Wendungspuncte kommt die nämliche Bedingung der Möglichkeit vor.

In den meisten Fällen enthält die Hemmungssumme die beyden schwächern Vorstellungen b und c; also meistens $X = b$ und $Y = c$; auch ist $X > Y$ oder

mindestens $X = Y$ zu nehmen; überdies gewöhnlich $\lambda' > \lambda$; Ausnahmen hievon können nur bey einer besondern Stellung der Hemmungsgrade vorkommen. Wir richten daher die Aufmerksamkeit jetzt vorzüglich auf y, welches, wenn es, wie gewöhnlich, ein Maximum hat, die Frage veranlasst, ob es nicht auch $= 0$ werden könne?

§. 16.

Zuvörderst muss, wie im §. 6, die Gränze untersucht werden, welcher sich y nähert, wenn man die Zeit unendlich setzt. Diese Gränze ist in §. 13 angegeben; wir setzen sie $= 0$, und suchen den Werth von y, welcher dazu erfordert wird. Also

$$\frac{\lambda' (fX + hY)}{(k-1)\,k} - \frac{f(\lambda' X - \lambda Y)}{k-1} = 0$$

oder $$\lambda' (fX + hY) = kf(\lambda' X - \lambda Y)$$

Man schreibe $1 + k - 1$ für k, und lasse weg was sich aufhebt; mithin

$$\lambda' hY + \lambda f Y = (k-1)\,Y = (k-1) f(\lambda' X - \lambda Y)$$

folglich $Y + f\lambda Y = f\lambda' X$, oder $Y = \frac{f\lambda' X}{1 + f\lambda}$.

Hat man also für gegebene Grössen die Hemmungs-Coefficienten λ' und λ berechnet, so findet sich sehr leicht, ob Y grösser ist als $\frac{f\lambda' X}{1 + f\lambda}$, dass heisst, ob es über der Schwelle bleibt; oder ob es kleiner ist als dieser Ausdruck, wodurch angezeigt wird, dass es in endlicher Zeit aus dem Bewusstseyn verschwindet. Will man aber dasjenige Y bestimmen, welches neben den übrigen gegebenen Grössen in unendlicher Zeit zur Schwelle sinken würde, so muss die Rechnung noch einen Schritt weiter gehn. Es ist hier nöthig, die

Hemmungs - Coefficienten λ und λ' zu entwickeln; zugleich sey nun $Y = c$, $X = b$; während f immer den Hemmungsgrad bezeichnet, der in der Hemmungssumme als Factor von b vorkommt. Da $\lambda = \frac{ac\eta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$, $\lambda' = \frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$, so ist anstatt $Y = \frac{f\lambda' X}{1 + f\lambda}$ nunmehr $c = \frac{fab^2\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta\ (1+f) + ab\vartheta}$ zu setzen. Bequem ist, c für die Einheit zu nehmen, und dafür b zu bestimmen. Also

$$b\ (\varepsilon + a\vartheta) + a\eta\ (1+f) = fab^2\vartheta$$

woraus

$$b = \frac{\varepsilon + a\vartheta}{2fa\vartheta} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon + a\vartheta}{2fa\vartheta}\right)^2 + \frac{\eta}{\vartheta} \cdot \frac{1+f}{f}}$$

Dies führt auf eine Betrachtung ganz ähnlich jener im §. 55 der Psychologie. Der kleinste Werth von a ist $a = b$, der grösste $a = \infty$. Setzt man $a = b$, so muss die Gleichung etwas anders geordnet werden; man findet nach der Division mit b

$$\text{aus } \varepsilon + b\vartheta + \eta\ (1+f) = fb^2\vartheta$$

$$b = \frac{1}{2f} + \sqrt{\frac{1}{4f^2} + \frac{\varepsilon + \eta\ (1+f)}{f\vartheta}},$$

hingegen für $a = \infty$, aus (23)

$$b = \frac{1}{2f} + \sqrt{\frac{1}{4f^2} + \frac{\eta\ (1+f)}{f\vartheta}},$$

so dass der Unterschied bloss auf der Weglassung von ε (welches höchstens $= 2$) beruhet. Der Sinn hievon ist, in Worten ausgedrückt, folgender:

Wenn die schwächste der drey Vorstellungen, nämlich $c = 1$, durch die zugleich mit ihr frey steigenden b und a nicht mehr und nicht weniger soll gehindert

werden, als so, dass sie erst in unendlicher Zeit wieder ganz aus dem Bewusstseyn würde verdrängt werden: so ist b, die mittlere an Stärke, innerhalb enger Gränzen dergestalt zu wählen, dass, wäre b schwächer als in (25), auch das stärkste a nicht hinreichen würde, um den verlangten Druck gegen c hervorzubringen; wäre aber b stärker als in (24), alsdann a (welches der Voraussetzung nach mindestens $= b$ ist) jedenfalls, wie man es auch annehmen möchte, mehr als den verlangten Druck gegen c ausüben, also c schon in unendlicher Zeit aus dem Bewusstseyn ganz verdrängen würde. Kurz: eine Veränderung der mittlern Grösse b ist hier viel bedeutender als eine gleich grosse Veränderung der stärksten seyn kann; und dieses gilt, welches auch die Hemmungsgrade seyn mögen; obgleich von ihnen die angegebenen Gränzen abhängen.

Setzt man die Hemmungsgrade gleich, also auch $\varepsilon = \eta = \vartheta$, so folgt

$$b = \frac{1 + \sqrt{1 + 8f + 4f^2}}{2f}$$

und

$$b = \frac{1 + \sqrt{1 + 4f + 4f^2}}{2f}$$

für $f = 1$ sind also die Gränzen $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ und 2. Hier schliesst sich die Rechnung an jene im §. 6. Dort war $b = 1$ gesetzt, und es ergaben sich für c die Werthe $\frac{\sqrt{13} - 1}{6}$ und $\frac{1}{2}$. Es ist aber, da jetzt c zum Maasse der Grössen genommen, oder als Einheit betrachtet wird,

$$1 : \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{6} : 1$$

und

$$1 : 2 = \tfrac{1}{2} : 1.$$

§. 17.

Aus dem Vorstehenden wird nun vollends klar, dass die Fälle, in welchen die dritte frey steigende Vorstellung von den beyden stärkern ganz zurückgedrängt wird, zwar mannigfaltig genug, aber doch weit seltener seyn müssen, als die andern Fälle, in welchen es bey einigem Zurücksinken vom erreichten Maximum sein Bewenden hat. Um dies ausführlicher zu betrachten, mag als Gegenstück der frühern Voraussetzung, die Hemmungsgrade seyen gleich, nun die Annahme dienen, die Vorstellungen selbst seyen von gleicher Stärke, und nur die Hemmungsgrade ungleich. Bevor diese Annahme entwickelt ist, wollen wir die Ausdrücke für die Gränzwerthe von X und Y (§. 13) noch um etwas vereinfachen.

Anstatt $\frac{\lambda'(fX + hY)}{(k-1).k} - \frac{f(\lambda'X - \lambda Y)}{k-1}$ schreibe man

$$\frac{1}{k-1}\left[\frac{\lambda'(fX+hY) - kf(\lambda'X - \lambda Y)}{k}\right]$$

und im Zähler statt k noch $1 + k - 1$, so ergiebt sich

$$\frac{1}{k-1}\left[\frac{\lambda' fX(1-k) + Y(\lambda' h + \lambda f) + (k-1)\lambda Yf}{k}\right]$$

also, weil $k - 1 = \lambda' h + \lambda f$,

$\frac{Y + \lambda Yf - \lambda' fX}{k}$ als Gränze von y für $t = \infty$;

und eben so wird aus

$$\frac{\lambda(fX + hY)}{(k-1).k} + \frac{h(\lambda'X - \lambda Y)}{k-1}$$

nunmehr $\frac{X + h(\lambda'X - \lambda Y)}{k}$ als Gränze von x für $t = \infty$.

Dass aus x die stärkste Vorstellung u sehr leicht folgt, ist schon im §. 12 bemerkt.

Wenn nun $X = Y = 1$, so sind die Gränzwerthe $\frac{1 + (\lambda - \lambda')f}{k}$ für y und $\frac{1 + (\lambda' - \lambda)h}{k}$ für x zwar nicht bloss durch die Hemmungsgrade bestimmt, denn die Hemmungs-Coefficienten λ und λ' hängen noch von U ab; allein wir können auch dies $= 1$ setzen, und alsdann beyspielsweise die Hemmungsgrade recht ungleich nehmen, damit sich zeige, wie viel Einfluss diese Ungleichheit auf das Steigen der Vorstellungen ausübe.

Es seyen nun die Vorstellungen a, b, c sämmtlich $= 1$; die drey Hemmungsgrade m, n, p, mag man so gestellt denken, dass $m = 1$ zwischen a und c, $n = \frac{2}{3}$ zwischen a und b, endlich $p = \frac{1}{3}$ zwischen b und c statt finde. Die Hemmungssumme hängt nun von a und c ab, weil diese den stärksten Druck erleiden; sie ist $= na + pc = 1$, (bei jeder andern Voraussetzung wäre sie grösser, und deshalb unrichtig angenommen), also für die veränderlichen α und γ ist sie $n\alpha + p\gamma$, und weil a noch mehr gedrückt wird als c, so ist das obige y hier $= \alpha$, mithin $h = n = \frac{2}{3}$, x dagegen ist hier $= \gamma$, mithin $f = p = \frac{1}{3}$. Auch ist $\varepsilon = n + m = \frac{5}{3}$; $\eta = n + p = 1$; $\vartheta = m + p = \frac{4}{3}$. Ferner λ, der Hemmungs-Coefficient für x, oder hier γ, wird $\frac{ab\vartheta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta}$ $= \frac{\vartheta}{\varepsilon + \eta + \vartheta} = \frac{4}{8}$; und eben so λ', der Hemmungs-Coefficient für α, wird $\frac{bc\varepsilon}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \eta + \vartheta}$ $= \frac{5}{12}$, mithin $\lambda - \lambda' = -\frac{1}{12}$, also, da $k = 1 + \lambda f + h\lambda' = 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{12} = \frac{25}{18}$, der Gränzwerth für $a = \frac{1 + (\lambda - \lambda')f}{k} = \frac{35}{36} \cdot \frac{18}{25} = 0{,}7$; und der Gränz-

werth für $c = \frac{1 + (\lambda' - \lambda)\, h}{k} = \frac{19}{18} \cdot \frac{18}{25} = 0{,}76$; endlich der Gränzwerth für u, hier b, ist $b - \frac{\lambda''}{\lambda}(c - \gamma)$, wo $\lambda'' = \frac{ac\eta}{bc\varepsilon + ac\eta + ab\vartheta} = \frac{\eta}{\varepsilon + \eta + \vartheta} = \frac{1}{4}$, also $\frac{\lambda''}{\lambda} = \frac{3}{4}$, $\frac{\lambda''}{\lambda}(c - \gamma) = \frac{3}{4}(1 - 0{,}76) = 0{,}18$; mithin der Gränzwerth für b in Zahlen $= 0{,}82$. Man sieht, dass die drey Gränzwerthe 0,7; 0,76; 0,82 ungeachtet der grossen Verschiedenheit der angenommenen Hemmungsgrade doch nur wenig von einander abweichen. Überdies trit die Abweichung nur allmählig ein. Das Maximum für a fällt in die Zeit 6,9635; es beträgt 0,70006; kaum zu unterscheiden von dem Gränzwerthe 0,7. Die Exponential-Grössen sind um diese Zeit beynahe verschwunden, also auch die andern beyden Vorstellungen ihren Gränzen schon so nahe, dass sie für stationär gelten können. Schätzen wir die Einheit der Zeit auf zwey Secunden, so ist das ganze Steigen ungefähr nach einer Viertel-Minute so gut als vollendet. Und diese Zeit ist lang im Vergleich gegen jene in den Beyspielen des §. 7.

Zweiter Abschnitt.

Vom Mitwirken der Hülfen.

Erstes Capitel.

Von Hülfen bey freysteigenden Vorstellungen von gleicher Stärke.

§. 18.

Damit zuvörderst die Fragepuncte ins Licht treten, beginnen wir, wie zuvor, bey der leichtesten Voraussetzung. Die Stärke der Vorstellungen lässt sich nicht ganz bey Seite setzen; es ist aber am einfachsten, sie als gleich stark anzunehmen.

Von a sey ein Theil a' mit b verbunden; gleichviel zunächst, ob complicirt oder verschmolzen: so kann man fragen, ob diese Verbindung irgend einen Einfluss auf das Steigen des a oder des b haben werde? Ganz allgemein nun sieht man, dass hier, wo immer nur vom freyen Steigen die Rede ist, die Verbindung nicht anders wirken kann, als in dem Falle, wo das freye Steigen langsamer geschehn würde, wenn es sich allein überlassen bliebe; die Frage ist also, ob die Hülfe eine grössere Geschwindigkeit bewirken könne. Hiemit beschränkt sich die Allgemeinheit der jetzigen Frage; sie passt nicht auf Complicationen, sondern nur auf Verschmelzungen. Denn da wir a und b gleich stark annehmen, so leuchtet ein, dass ein Theil von a nicht im Stande ist eine grössere Geschwindigkeit zu vermitteln, als die, welche die ganzen Vorstellungen schon von selbst haben; es sey denn, dass wenigstens irgend ein Hinderniss zu überwinden vorkomme. Ein solches liegt

nicht in der Complication disparater, wohl aber in der Hemmung entgegengesetzter Vorstellungen. Dies einheimische Hinderniss, auch bey übrigens freyem Steigen, haben wir in der vorstehenden Untersuchung schon überall vorausgesetzt, an die ohne eine Hemmungssumme nicht zu denken war.

Damals nun, als a und b zuerst in Verbindung traten, musste ihr Gegensatz diese Verbindung beschränken. War nun der Theil a' von a im Bewusstseyn gegenwärtig, als das ganze b sich mit ihm ins Gleichgewicht setzte, so konnte auch nur von a' die Hemmungssumme abhängen, während das Verhältniss der Hemmung durch die ganze, ursprüngliche Stärke von a und b bestimmt wurde. Das ganze b wäre ungehemmt geblieben: bey voller Hemmung, wenn a', oder bey dem Hemmungsgrade m, wenn ma' gehemmt wäre. Demnach ist, nach bekannten Grundsätzen, ma' die Hemmungssumme, wo übrigens m auch $= 1$ seyn kann. Diese Summe aber musste sich vertheilen in $\frac{ma'b}{a+b}$ für a, und $\frac{ma'a}{a+b}$ für b; das erste Quantum abgezogen von a' gab den Rest $a' - \frac{ma'b}{a+b}$, das zweyte den Rest $b - \frac{ma'a}{a+b}$. Hieraus die Verschmelzungshülfe *)

$$\frac{a'\left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right)}{a} \text{ für } a$$

und

$$\frac{a'\left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right)}{b} \text{ für } b.$$

*) Psychologie §. 63 u. 69.

Allein der Unterschied der Buchstaben a und b erinnert hier nur an die Vorstellungen einzeln genommen. Ihre Stärke haben wir gleich gesetzt; wird also bloss auf das Quantum gesehen, so verwandeln sich beyde Ausdrücke in folgenden:

$$\frac{a'}{a} \cdot (1 - \tfrac{1}{2}m) \cdot (a - \tfrac{1}{2}ma')$$

Jede Verschmelzungshülfe wirkt nur bis zum Verschmelzungspuncte *). Also a kann von b nur gehoben werden bis $a' - \frac{ma'b}{a+b} = a'(1 - \frac{1}{2}m)$, hingegen b von a bis $b - \frac{ma'a}{a+b} = a - \frac{1}{2}ma'$, wo der Unterschied zwischen a und a' ergiebt, dass b höher von a, als a von b gehoben werden kann, obgleich die Stärke der Hülfe an sich gleich ist.

Wenn nun die Hülfen zur Wirksamkeit gelangen, so ist nach den Grundsätzen der Mechanik des Geistes, ähnlich der Formel $\frac{r\varrho}{M} \cdot \frac{\varrho - \omega}{\varrho} \cdot dt = d\omega$, wo sich ϱ im Nenner und Zähler hebt, hier

$$(25)\quad \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{a} \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right)\left(a' - \frac{ma'b}{a+b} - \alpha\right)$$
$$= \frac{1}{a}(a - \tfrac{1}{2}ma')(a' - \tfrac{1}{2}ma' - \alpha)$$

$$(26)\quad \frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{b} \cdot \left(a' - \frac{ma'b}{a+b}\right)\left(b - \frac{ma'a}{a+b} - \beta\right)$$
$$= \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2}m)(a - \tfrac{1}{2}ma' - \beta)$$

wobey sogleich mag bemerkt werden, dass, weil für $t = o$ auch α und $\beta = o$ sind, im ersten Beginnen der

*) Psychologie §. 86.

Hebung, falls dieselbe wirklich durch die Hülfen geschähe, $d\alpha$ und $d\beta$ gleich seyn würden; hingegen weiterhin ist $d\beta$ allemal grösser, indem der Factor $a' - \frac{1}{2} ma' - \alpha$ sich der Null schneller nähert, als $a - \frac{1}{2} ma' - \beta$, weil $a' < a$.

Nach der Anwendbarkeit der so eben aufgestellten Gleichungen wird nun gefragt, und es sollen deren Gränzen und Bedingungen entwickelt werden.

§. 19.

Vor weiterm Eingehen in die bevorstehende Untersuchung mag hier eine Nebenbemerkung Platz finden, die sich zwar eigentlich von selbst versteht, aber doch das Folgende erleichtern kann.

Ohne alle Formeln weiss man im Allgemeinen, dass die Verschmelzung desto mehr Wirksamkeit erwarten lässt, je grösser das Verbindungsglied a', und je kleiner der trennende Hemmungsgrad m genommen wird. Indessen wird dies doch durch die Formel etwas beschränkt. Betrachtet man die Verschmelzungshülfe als abhängig von a', so kann man sie füglich so schreiben:

$$\frac{1}{a} \cdot (1 - \tfrac{1}{2} \mathrm{m})(aa' - \tfrac{1}{2} ma'a')$$

und ihr Differential wird

$$\frac{1}{a} \cdot (1 - \tfrac{1}{2} m)(a - ma')\, da'.$$

Sieht man m als veränderlich an, so hat man aus

$$\frac{a'}{a} \cdot [a - \tfrac{1}{2} m(a + a') + \tfrac{1}{4} m^2 a']$$

das Differential

$$- \frac{a'}{2a} (a + a'(1 - m))\, dm.$$

Also was man im Allgemeinen erwartete, ist der Wahrheit um desto mehr gemäss, je kleiner a' und m; aber es passt weniger auf grössere a' und m. Ein grösseres a' giebt zwar mehr Verbindung, aber auch eine grössere Hemmungssumme. Ein kleineres m giebt eine geringere Hemmungssumme; aber auch im Product der Reste ein Glied, worin m^2 mit dem positiven Zeichen vorkommt, und dies wächst mit m.

§. 20.

Die Bewegung des Steigens geschieht, wenn mehrere Gründe dafür zusammentreffen, immer nach dem Rhythmus desjenigen Grundes, der die grösste Geschwindigkeit hervorbringt *). Die übrigen Gründe können gegen Hindernisse mitwirken, aber nicht beschleunigen. Folglich wird in unserm Falle die Verschmelzung nicht eher helfen, als bis etwa das freye Steigen jeder Vorstellung durch sich selbst, seinem Zielpunct so nahe gekommen ist, dass es langsamer wird als diejenige Bewegung, welche von der Hülfe kann bewirkt werden. Ob ein solches Nachlassen des freyen Steigens, und ein Übertreffen des letztern durch die Hülfe möglich sey, muss nun untersucht werden.

Zu diesem Zwecke sehen wir nach, was herauskomme, wenn man beyde Geschwindigkeiten, die des freyen Steigens und die von der Hülfe bewirkte, einander gleich setzt? Dabey wird sich ein Unterschied für a und b ergeben.

1) Wir haben aus §. 1 für das Steigen von a die Gleichung

*) Psychologie §. 87.

$$d\alpha = \left(a - \alpha - \frac{bm\beta}{a+b}\right) dt$$

oder, da $a = b$, $d\alpha = (a - (1 + \frac{1}{2} m)\,\alpha)\,dt$, weil für gleiche a und b auch $\alpha = \beta$ seyn muss.

Hiemit verbinden wir die Formel (25) im §. 22; und versuchen, ob folgende Gleichsetzung der Geschwindigkeiten bestehen könne:

$$\frac{d\alpha}{dt} = a - (1 + \tfrac{1}{2} m)\,\alpha = \frac{1}{a} \cdot \left(a - \frac{ma'}{2}\right) \cdot \left(a' - \frac{ma'}{2} - \alpha\right).$$

Nun leuchtet auf den ersten Blick ein, dass wenigstens der Anfang des Steigens nicht von der Hülfe beginnen könne. Denn für $\alpha = o$ ist $d\alpha = adt$ vermöge des freyen Steigens, während die Hülfe mit der sehr viel geringeren Geschwindigkeit $a'\,(1 - \frac{1}{2} m)\left(1 - \frac{ma'}{2a}\right)$ beginnen würde. Die Frage ist nur, ob das freye Steigen, was freylich allmählig nachlassen wird, irgend einmal so sehr langsam werde, dass ein späterer Werth von α in die versuchte Gleichsetzung passe? Es findet sich nämlich

$$a - a'\,(1 - \tfrac{1}{2} m)\left(1 - \frac{ma'}{2a}\right) = \alpha \cdot \tfrac{1}{2} m \cdot \left(1 + \frac{a'}{a}\right).$$

Also je grösser a, desto grösser müsste α erst im freyen Steigen geworden seyn, bevor die Hülfe eingreifen könnte. Nehmen wir a so klein als möglich, damit α sich hinreichend erheben möge: so ist doch mindestens $a = a'$; das Ganze gleich seinem Theile. Aber dann kommt $\alpha = a'\,(1 - \frac{1}{4} m)$ oder $a\,(1 - \frac{1}{4} m)$. Diese Höhe kann die Hülfe überall nicht erreichen. Sie reicht nur (wie schon im §. 22 erinnert) bis $a'\,(1 - \frac{1}{2} m)$. Also findet die versuchte Gleichsetzung nicht Statt.

2) Wir haben für β die Gleichung

$$d\beta = \left(b - \beta - \frac{am\beta}{a+b}\right) dt$$

oder für $a = b$,

$$d\beta = (b - (1 + \tfrac{1}{2} m)\ \beta)\ dt.$$

Wir versuchen nun die Gleichsetzung nach Formel (26)

$$\frac{d\beta}{dt} = b - (1 + \tfrac{1}{2} m)\,\beta = \frac{a'}{a}(1 - \tfrac{1}{2} m)(a - \tfrac{1}{2} ma' - \beta)$$

(27) . . . . demnach

$$\beta\left[(1+\tfrac{1}{2}m) - \frac{a'}{a}(1-\tfrac{1}{2}m)\right] = b - \frac{a'}{a}(1-\tfrac{1}{2}m)(a-\tfrac{1}{2}ma').$$

Gesetzt nun, es wäre $b = (1 + \frac{1}{2} m) . (a - \frac{1}{2} ma')$, so liesse sich diese Gleichung durch den Coefficienten von β, nämlich durch $1 + \frac{1}{2} m - \frac{a'}{a}(1 - \frac{1}{2} m)$ dividiren; man behielte nur $\beta = a - \frac{1}{2} ma'$; dies aber ist gerade die Höhe, wohin b von a kann gehoben werden. (§. 22) Unter dieser Voraussetzung würde freylich diejenige Geschwindigkeit, welche dem frey steigenden b schon für sich allein zukommt, von der Hülfe gerade erst in dem Puncte erreicht, über welchen hinaus die Wirkung der Hülfe nicht geht. Aber es sey b kleiner als $(1 + \frac{1}{2} m) . (a - \frac{1}{2} ma')$, so gehört zu einerley β ein schwächeres $\frac{d\beta}{dt}$ im freyen Steigen ohne Hülfe: und dieser geringeren Geschwindigkeit des freyen Steigens kann eine Geschwindigkeit der Hülfe gleich kommen, noch ehe letztere das Ziel erreicht findet, wohin sie zu heben im Stande ist. Ist sie erst derselben gleich, so wird sie weiterhin dieselbe übertreffen; welches die Rechnung darzuthun hat.

§. 21.

Aus $b = a < (1 + \frac{1}{2} m) . (a - \frac{1}{2} ma')$ folgt

$$a - a' > \tfrac{1}{2} ma',$$

mithin $2\left(\frac{a}{a'} - 1\right) > m$

oder $\frac{2a}{2 + m} > a'.$

Dies ist die Bedingung der jetzt folgenden Rechnung, welcher gemäss die Beyspiele zu wählen seyn werden.

Aus den beyden Gleichungen

$$d\beta = (b - (1 + \tfrac{1}{2} m)\ \beta)\ dt$$

und $$d\beta = \frac{a'}{a}\ (1 - \tfrac{1}{2} m)\ (a - \tfrac{1}{2} ma' - \beta)\ dt$$

hat man

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \frac{2b}{2 + m}(1 - e^{-(1 + \frac{1}{2} m) t}) \ldots\ldots (A) \\ \text{und}\quad \beta &= (a - \tfrac{1}{2} ma')(1 - e^{-\frac{a'}{a}(1 - \frac{1}{2} m) t}) \ldots (B) \end{aligned}\right\} (28)$$

welche beyde Formeln nur für den einzigen Werth von β zusammen stimmen sollen, welcher einer gleichen Geschwindigkeit, oder einem gleichen $\frac{d\beta}{dt}$ angehört.

Wir betrachten zuerst die Erhebungsgränzen. Statt $\frac{2b}{2 + m}$ setzen wir $\frac{2a}{2 + m}$ wegen $b = a$. Nun soll $\frac{2a}{2 + m} > a'$ seyn. Setzen wir dennoch $a' = \frac{2a}{2 + m}$ in $a - \frac{1}{2} ma'$, so giebt dies $\frac{2a}{2 + m}$, d. h. die Erhebungsgränzen erscheinen gleich, weil wir die in Formel (B) zu klein gemacht haben. Also ist der Wahrheit nach die Erhebungsgränze der Formel (B) höher als die der Formel (A); d. h. die Hülfe hebt höher, als β für sich allein würde gestiegen seyn.

Ferner: $\frac{a'}{a}$ ist ein ächter Bruch, und $\frac{a'}{a}\ (1 - \frac{1}{2} m)$ ist kleiner als $1 + \frac{1}{2} m$. Daher verschwindet die Ex-

ponentialgrösse in der Formel B langsamer, als in der Formel A; d. h. die Hülfe wirkt anhaltender, als β für sich allein würde gestiegen seyn; ihre Geschwindigkeit lässt weniger nach, als die eigne Geschwindigkeit von β, nachdem sie dieselbe einmal erreicht hat.

Demnach: bis derjenige Werth von β erreicht ist, welcher nach beyden Formeln dem nämlichen $\frac{d\beta}{dt}$ angehört, steigt β mit der ihm eignen Geschwindigkeit, welche bis dahin die grössere ist. Sobald aber dieser Werth eintrit, folgt nunmehr β der Hülfe, weil von jetzt an deren Geschwindigkeit die grössere ist; und wird zu der, ihr angehörigen Höhe gehoben.

Zu den beyden Formeln A und B gehören nun noch die, welche die Zeit bestimmen sollen. Um dieselben zweckmässig einzurichten, muss die erste mit einer Constante für $t = o$ und $\beta = o$, die andre aber mit einer Constante für $t = T$ und $\beta = B$ versehen seyn, dergestalt dass man zu dem aus (27) gefundenen $\beta = B$ zuvörderst aus der ersten Formel $t = T$ bestimme, und dieses sammt B alsdann in die zweyte Formel setze, um die fernere Erhebung durch die Hülfe, verfolgen zu können.

Zu (A) gehört $t = \frac{2}{2+m} . \log. \frac{b}{b-(1+\frac{1}{2}m)\beta} \ldots (A) (29)$

Zu (B) gehört zunächst

$$\log. \text{Const.} - \log. (a - \tfrac{1}{2} m a' - \beta) = \frac{a'}{a} (1 - \tfrac{1}{2} m) t.$$

Wenn nun $t = T$ für $\beta = B$, so kommt

$$T + \frac{2a}{(2-m)a'} . \log. \frac{a - \frac{1}{2} m a' - B}{a - \frac{1}{2} m a' - \beta} = t \ldots (B) (29)$$

woraus endlich, wenn $(2-m).\frac{a'}{2a}.(t-T)=q$,

$$(a-\tfrac{1}{2}ma')(1-e^{-q})+Be^{-q}=\beta \ldots\ldots (30).$$

§. 22.

Noch ein Schritt ist nöthig, bevor wir zu Beyspielen füglich übergehen können. Nämlich β ist als eine Function von a' zu betrachten, und lässt sich als solche differentiiren. Setzt man alsdann $d\beta = o$, so findet man ein Minimum von β für

$$(31) \ldots\ldots \frac{a'}{a}=\frac{1+\frac{1}{2}m-\sqrt{\frac{3}{2}m+\frac{1}{4}m^2}}{1-\frac{1}{2}m}.$$

Natürlich ist hier die Rede von demjenigen β, bey welchem die vorerwähnten Geschwindigkeiten gleich werden; und welches aus der Formel (27) gefunden wird. Also von dem Puncte sprechen wir, bey welchem das fernere Steigen anfängt von der Hülfe beschleunigt zu werden, in so fern als die Hülfe schneller wirkt, als das freye Steigen. Diesen Punct findet man für das angegebene $\frac{a'}{a}$ niedriger als für jedes grössere oder kleinere $\frac{a'}{a}$. Sind also viele b mit verschiedenen a', das heisst, kleinern und grössern Theilen von a verbunden, so entsteht hier eine bestimmte Ordnung, in welcher die von a ausgehenden Hülfen auf die verschiedenen b wirken um ihr Steigen zu fördern. Man begreift ohne Zweifel, dass davon die Gestaltung bey frey steigenden Vorstellungen abhängen müsse.

Wenn $m = 1$, so ist aus (31) $\frac{a'}{a} = 3 - \sqrt{7} = 0{,}35425$

$m = \frac{3}{4}$ . . . . . $\frac{2}{5}$ . . . . $= 0{,}4$

$m = \frac{1}{2}$ . . . . . $\frac{5 - \sqrt{13}}{3} = 0{,}46481$

$m = \frac{1}{4}$ . . . . . $\frac{4}{7}$ . . . . $= 0{,}57143$

$m = \frac{1}{10}$ . . . . . $\frac{21 - \sqrt{61}}{19} = 0{,}69419$

§. 23.

Beyspiel. $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, $a' = \frac{2}{5}$. Aus der Formel (27) wird $\beta = \frac{7}{10}$. Um so weit aus eigner Kraft zu steigen, brauchte β die Zeit $= 2{,}3879$ nach Formel (29, A). Bliebe es nun seinem eignen Steigen überlassen, so käme es nach Formel (28, A) in der Zeit $= 3$ bis zu den Werthe 0,71550. Es steigt aber vermöge der Hülfe in der Zeit $t - T = 3 - 2{,}3879 = 0{,}6120$, geschwinder; so dass um die Zeit $= 3$, $\beta = 0{,}72127$ nach Formel (30) geworden ist. Die Erhebungsgränze der Hülfe ist $= 0{,}85$; sich selbst überlassen hätte β nur die Gränze $= 0{,}727$ erreicht.

Zweytes Beyspiel, zur Vergleichung mit dem vorigen. Wie vorhin $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, aber $a' = \frac{1}{2}$. Aus (27) $\beta = 0{,}7022$; soweit zu steigen braucht β die Zeit $= 2{,}4507$. Also $T = 2{,}4507$, und $t - T = 0{,}5493$, wenn, wie vorhin, $t = 3$. Um diese Zeit $= 3$ wird β von der Hülfe gehoben bis zu dem Werthe $= 0{,}71958$. Die Erhebungsgränze der Hülfe ist $= 0{,}8125$. Beyde zuletzt gefundenen Werthe sind geringer als im vorigen Beyspiele. Die Formel hat a' mit dem negativen Zeichen in dem Factor $a - \frac{1}{2} ma'$. Dass der Anfangspunct der Einwirkung der Hülfe später

kommen, und erst bey einem grössern β zu finden seyn würde als im vorigen Falle, dies wusste man voraus; da für $a' = \frac{2}{3}$ ein Minimum statt finden sollte.

Drittes Beyspiel, zu vergleichen mit beyden vorigen. Wir wollen jetzt $a' < \frac{2}{3}$ nehmen. Es sey wie vorhin $m = \frac{3}{4}$, $a = b = 1$, aber $a' = \frac{1}{3}$. Aus (27) $\beta = 0{,}7009$. Dazu die Zeit des Steigens $= 2{,}4119$. Wenn nun, wie vorhin, für $t = 3$ gesucht wird, wie hoch die Hülfe, die bey dem eben angegebenen β eintrat, dasselbe heben muss, so ist $t - T = 0{,}5881$; und um die Zeit $= 3$ findet man $\beta = 0{,}72097$. Die Erhebungsgränze ist $= 0{,}875$.

Es bedarf keiner weitern Beyspiele. Man lasse nur a' abnehmen bis auf 0, so wird in (27) $\beta(1 + \frac{1}{2}m) = b$, aber für diesen Werth ist $\frac{d\beta}{dt} = 0$, d. h. die Geschwindigkeit hat aufgehört; und in Formel (29, A) wird t unendlich, d. h. die Zeit kommt nie. Die Erhebungsgränze, wenn es eine solche gäbe, wäre $= a$ nach (30); d. h. wenn a' sehr klein, nur nicht völlig Null ist, dann hebt die Hülfe bis zum höchsten Puncte; sie fängt aber auch immer später an, zu wirken, je kleiner a' ist.

Umgekehrt lasse man a' wachsen: so stösst man nach §. 21. an die Bedingung $a' < \frac{2a}{2 + m}$; in unseren Beyspielen $a' < \frac{8}{11}$. Bis dahin findet man die Hülfe immer mehr verspätet, und die Erhebungsgränze $a - \frac{1}{2}ma'$ immer abnehmend.

§. 24.

Im ersten und dritten Beyspiele lässt sich, indem man sie vergleicht, bemerken, dass die Hülfe des $a' = \frac{1}{3}$,

später begonnen, jene des $a' = \frac{2}{5}$ bald einholen und übertreffen muss. Schon um die Zeit $= 3$ ist das Einholen sehr nahe; der Unterschied zwischen 0,72127 und 0,72097 ist gering; die Erhebungsgränze des kleinen a' liegt aber höher als die des grössern.

Solches Einholen kommt bey den Hülfen durch grössere a' jenseits des Minimums nicht vor; wohl aber bey denen durch kleinere a', welche durchgehends später beginnen und höher führen.

Man kann fragen, wie der Zeitpunct des Einholens zu berechnen seyn möchte? Das Einholen setzt einerley β und einerley t voraus, welche durch zwey verschiedene Gleichungen, beyde von der Form wie (30), bestimmt seyn müssen. Wie oben für die Zeit $= 3$, nach (30), $\beta = 0{,}72127$ aus $a' = \frac{2}{5}$ und $T = 2{,}3879$ gefunden worden, desgleichen aus derselben Formel (30) $\beta = 0{,}72097$, aber mit verändertem a' und T, nämlich $a' = \frac{1}{3}$ und $T = 2{,}4119$, eben so soll für eine noch unbekannte Zeit, die man suchen wird, aus der Formel (30), aber mit zweyerley a' und T, einerley β hervorgehn, welches gleichfalls unbekannt ist. Welches nun auch dies β seyn möge; die Einerleyheit desselben ist der Punct, worauf es ankommt. Wir schreiben also:

$$(a - \tfrac{1}{2}\, ma')\,(1 - e^{-q'}) + B'e^{-q'} = \beta$$
$$= (a - \tfrac{1}{2}\, ma'')\,(1 - e^{-q''}) + B'e^{-q''}$$

oder abkürzend, wenn $a - \frac{1}{2}ma' = A'$, und $a - \frac{1}{2}ma'' = A''$,

$$A'(1 - e^{-q'}) + B'e^{-q'} = A''(1 - e^{-q''}) + B''e^{-q''},$$

wo $q' = \dfrac{2-m}{2a} \cdot a' \cdot (t - T')$, und $q'' = \dfrac{2-m}{2a} \cdot a'' \cdot (t - T'')$.

Hier sind q' und q'' beyde unbekannt, so lange t noch gesucht wird.

Für jene Beyspiele hat man

$A' = 0{,}85$ $\quad A'' = 0{,}875$ $\quad m = \frac{3}{4}$

$B' = 0{,}7$ $\quad B'' = 0{,}7009$ $\quad a = 1$

$a' = \frac{2}{3}$ $\quad a'' = \frac{1}{3}$

$T' = 2{,}3879$ $\quad T'' = 2{,}4119.$

Bekannt ist, dass die gesuchte Zeit etwas grösser seyn muss als 3. Es sey $t = 3 + x$, also $t - T' = 0{,}6121 + x$; $t - T'' = 0{,}5881 + x$; $q' = 0{,}1530 + \frac{1}{4}x$; $q'' = 0{,}1225 + \frac{5}{24}x$; daher wird die Gleichung

$$A' - (A' - B')\, e^{-q'} = A'' - (A'' - B'')\, e^{-q''} \quad \text{nun}$$

$$0{,}85 - 0{,}15\, e^{-0{,}153 - \frac{1}{4}x} = 0{,}875 - 0{,}1741\, e^{-0{,}1225 - \frac{5}{24}x}.$$

Das ist

$$-\ 0{,}12872\ e^{-\frac{1}{4}x} = 0{,}025 - 0{,}15403\ e^{-\frac{5}{24}x}$$

oder $\quad 12872\ e^{-\frac{1}{4}x} = 15403\ e^{-\frac{5}{24}x} - 2500$

oder $\quad 2500\ e^{\frac{1}{4}x} = 15403\ e^{\frac{1}{24}x} - 12872$

oder endlich, wenn $\frac{1}{4}x = y$,

$$2500\ e^{y} = 15403\ e^{\frac{1}{6}y} - 12872.$$

Wir lösen die beyden Exponentialgrössen auf bis zur dritten Potenz; also

$$2500\ [1 + y + \tfrac{1}{2}y^2 + \tfrac{1}{6}y^3]$$
$$= 15403\ [1 + \tfrac{1}{6}y + \tfrac{1}{72}y^2 + \tfrac{1}{1296}y^3] - 12872,$$

daher

$$404{,}7\ y^3 + 1036\ y^2 = 67{,}1\ y + 31.$$

Da vorherzusehn ist, dass y ein kleiner Bruch seyn muss, so kann diese Gleichung mit vorläufiger Weglassung des höchsten Gliedes wie eine quadratische behandelt werden. Demnach

$$y^2 - 0{,}06477\ y = 0{,}02992,$$

woraus $\quad y = 0{,}20836.$

Wird dieser Werth in das zuvor weggelassene Glied gesetzt, so ergiebt sich verbessert $y = 0{,}19803$. Folg-

lich $x = 0{,}79212$; und die gesuchte Zeit $= 3{,}79212$. Dass man die Auflösung der Exponentialgrössen noch weiter treiben, und zu grösserer Genauigkeit benutzen könnte, bedarf kaum einer Erinnerung.

§. 25.

Was hier von der Hülfe des $a' = \frac{1}{3}$ gezeigt worden, das gilt nach §. 23 von allen a', welche kleiner sind als $a' = \frac{2}{5}$, d. h. kleiner als dasjenige, welches für den Hemmungsgrad $m = \frac{3}{4}$ zuerst auf das mit ihm verbundene b erhebend wirkt. Sie alle holen dies b, oder das wachsende β wieder ein, obgleich sie später anfingen.

Ein ähnliches System von Vorstellungen, wie diese b, welche von a gleichsam entfaltet werden, kann es nun für jeden andern Hemmungsgrad auch geben; es giebt also für ein einziges a unendlich viele solche Systeme unendlich vieler b; ohne dass wir noch die anfängliche Beschränkung auf $a = b$ zurückgenommen hätten.

Nur um der Betrachtung hierüber noch einige Stützpuncte mehr zu geben, suchen wir die kleinsten β des §. 22 auch noch für die andern dortigen m.

für $m = 1$ und $\frac{a'}{a} = 0{,}35425$ ist das kleinste $\beta = 0{,}64576$

$m = \frac{3}{4}$ . . . . . 0,4 bekanntlich 0,7

$m = \frac{1}{2}$ 0,46481 0,76760

$m = \frac{1}{4}$ 0,57143 0,85714

$m = \frac{1}{10}$ 0,69419 0,93060

Hiebey aber muss man sich die Gränze gegenwärtig erhalten, welche $\frac{a'}{a}$ nicht überschreiten darf (§. 21). Nämlich $\frac{a'}{a} < \frac{2}{2+m}$;

also für $m = 1$, $\frac{a'}{a} < \frac{2}{3} = 0{,}6666$

$m = \frac{3}{4}$, $\frac{a'}{a} < \frac{8}{11} = 0{,}7272$

$m = \frac{1}{2}$, $\frac{a'}{a} < \frac{8}{10} = 0{,}8$

$m = \frac{1}{4}$, $\frac{a'}{a} < \frac{8}{9} = 0{,}8888$

$m = \frac{1}{10}$, $\frac{a'}{a} < \frac{20}{21} = 0{,}9524.$

Das System von Vorstellungen also, welches in Folge eines bestimmten Hemmungsgrades von einer einzigen Vorstellung kann gestattet werden, ist bey grössern Hemmungsgraden vorzüglich dadurch beschränkt, dass der helfende Theil dieser Vorstellung nicht zu gross darf genommen werden (weil er sonst die Hemmungssumme allzusehr vergrössert); bey kleinern Hemmungsgraden aber beginnt die Hülfe später, und wirkt erst dann, wann die Vorstellungen schon von selbst ihrer Erhebungsgränze nahe kamen.

§. 26.

Um nun das Resultat der Untersuchung noch augenfälliger zu machen, kehren wir in den §. 23 zurück, und fügen demselben einige Erhebungsgränzen bey. Es sey also wiederum $m = \frac{3}{4}$, so sind die Erhebungsgränzen folgende:

für $a' = \frac{8}{11}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Gränze: 0,7272	0,7	0,775	0,812	0,85	0,875	0,925
Dahin kommt β von selbst						
Anfänge der Erhebung:	grössere β		0,7022	0,7 Kleinstes	0,7009	grössere β

Man bemerke, dass die Erhebungsgränzen gleichsam eine gerade Linie bilden; wie natürlich nach der Formel $a - \frac{1}{2} ma'$, wo nur a' als veränderlich angenommen wird. Auch versteht sich von selbst, dass für grössere β die Anfänge der Erhebung (nämlich durch die Hülfe) später kommen; weil, um bis dahin zu gelangen, b länger aus eigner Kraft hat steigen müssen.

Wenn $m = 1$, so findet man

für $a' = \frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	0,354 ..	$\frac{1}{5}$
Gränzen: keine,	0,7	0,8	0,822	0,9
Anfänge: grössere β			0,645	grössere β
			Kleinstes	

Denkt man sich die gleichen Erhebungen vieler gleichen b, wie sie unverbunden, von selbst steigen, als Annäherungen an eine wagrechte Linie: so erhebt dagegen das System der von a ausgehenden Hülfen sie alle zu einer schrägen Linie, welche mehr oder weniger schräg liegt, je nachdem der Hemmungsgrad grösser oder kleiner angenommen wird. Diese Linie macht gegen jene einen Winkel in dem Puncte, wo die Erhebungsgränze der Hülfen in die der unverbundenen b hineinfällt. Die nämliche Linie bildet sich aber im Laufe der Zeit nur allmählig aus. Ihre erste Spur zeigt sich in dem Puncte des vorerwähnten kleinsten β; von da erhebt sie sich zu beyden Seiten. Deutlicher möchte sich das, was die Formeln gelehrt haben, schwerlich in Worten aussprechen lassen.

Nimmt man noch hinzu, dass die verschiedenen b auch unter einander ihre Hemmungsgrade haben können; so wird das eben Beschriebene zwar nicht genau so zur Ausführung gelangen: dann ist aber dagegen ein Bestreben im Bewusstseyn, es zu Stande zu bringen,

welches Bestreben in der Vorstellung a seinen Sitz hat, sofern man bey der bisherigen Voraussetzung bleibt, die verschiedenen b seyen unter einander nicht verbunden. Viel mannigfaltiger wird Alles, wenn auch die b auf einander gegenseitig wirken. Allein auf die Verwickelungen vieler Vorstellungen wollen wir nicht eingehen; wir kehren zurück zu zweyen.

Zweytes Capitel.

Von Hülfen bey freysteigenden Vorstellungen von ungleicher Stärke.

§. 27.

Es sey immer a die stärkere Vorstellung. Diese nun kommt entweder mit ihrem Theile a' in Verbindung mit b; oder umgekehrt, ein Theil b' von b ist mit a verbunden. Der Fall, wo nur Theile von beyden in Verbindung getreten wären, lassen wir unberührt. In der ersten Voraussetzung aber ist noch etwas zu unterscheiden. Der Theil a' ist entweder kleiner als b, oder grösser.

I.

§. 28.

a' sey kleiner als b. Wobey hinzugedacht werden mag, dass etwan das im Sinken begriffene a bis auf den Theil a' aus dem Bewusstseyn verschwunden war, als b gegeben wurde. Die Hemmungssumme wird nun $= ma'$, wie oben §. 18; wo auch schon die Verschmelzungshülfe für b ist angegeben worden, nämlich

$$\frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right).$$

Soll nun für irgend einen Werth von β die Wirkung der Hülfe gleich werden der Geschwindigkeit, womit b von selbst steigt, so muss seyn

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b} - \beta\right) = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta;$$

nach §. 20.

Daher $\beta \left[1 + \frac{am}{a+b} - \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right)\right]$

$$= b - \frac{a'}{b} \cdot \left(1 - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right) \ldots (32).$$

Wäre nun $b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{ma'a}{a+b}\right)$, so liesse sich durch den Coefficienten von β dividiren, und man hätte $\beta = b - \frac{ma'a}{a+b}$, folglich $\frac{d\beta}{dt} = 0$. Also muss b kleiner seyn, d. h.

$(a+b)^2 . b < (a+b+am) . (ab + bb - ma'a)$, oder

$$\frac{maa'}{a+b} < b - a',$$

mithin $$m < \frac{(b-a')(a+b)}{a'a}$$

und $$a' < \frac{b\,(a+b)}{a+b+ma}.$$

Sey $a = 2$, $b = 1$, so ist zuvörderst $m < \frac{1-a'}{a'} \cdot \frac{3}{2}$.

Man nehme $m = 1$, so ist $a' < \frac{3}{5}$

$m = \frac{1}{2}$, $a' < \frac{3}{4}$

$m = \frac{1}{10}$, $a < \frac{15}{16}$.

Sey $a = 5$, $b = 1$, so ist $m < \frac{1-a'}{a'} \cdot \frac{6}{5}$. Man nehme $m = 1$, so ist $a' < \frac{6}{11}$

$m = \frac{1}{2}$, $a' < \frac{12}{17}$

$m = \frac{1}{10}$, $a' < \frac{12}{13}$.

Wäre a sehr gross, und könnte man b daneben vernachlässigen, so näherten sich jene Ausdrücke den folgenden:

$$m < \frac{b - a'}{a'}$$

und $$a' < \frac{b}{1 + m}$$

für $m = 1$ hieraus $a' < \frac{1}{2}$

$m = \frac{1}{2}$ $a' < \frac{2}{3}$

$m = \frac{1}{10}$ $a' < \frac{10}{11}$.

Dies, verglichen mit §. 25, zeigt schon, dass hier alles, was im vorigen Capitel betrachtet worden, wiederkehrt; mit der geringen Veränderung, dass für grössere a sich die Schranken, welche dort gesetzt waren, um etwas Weniges enger zusammenziehn.

§. 29.

Differentiirt man dasjenige β, welches der vorhergehende § ergiebt, nach a', so wie im §. 22 geschehen war, so erhält man für $d\beta = 0$ folgenden Ausdruck für a':

$$(33) \ldots . \ a' = \frac{b}{a+b-bm} \cdot [a+b+am-\sqrt{(a+b).(2a+b).m+m^2a^2}],$$

welcher für $a = b$ sich in jenen des §. 22 verwandelt. Hingegen für ein grosses a nähert sich derselbe nachstehendem Werthe:

$$a' = b\ (1 + m - \sqrt{2m + m^2})$$

Es mag nun genügen, einige wenige berechnete Werthe anzugeben.

Für $a = 5$, $b = 1$, sey zugleich $m = 1$. Das Minimum von β, welches alsdann von der Verschmelzungshülfe kann erreicht, und zum schnellern Steigen

gebracht werden, findet nach der so eben angegebenen Formel statt für $a' = 0{,}2921$. Das Minimum selbst beträgt $\beta = 0{,}51313$. Dazu gehört die Erhebungsgränze 0,7565. Setzen wir einen grössern Werth von a', so muss β schon höher steigen, um von der Hülfe weiter gefördert zu werden. Ist $a' = \frac{1}{2}$, so gehört dazu $\beta = 0{,}53432$, und die Erhebungsgränze ist niedriger als vorhin; nämlich $= 0{,}58333$. Ein kleineres a' erfordert auch ein grösseres β; aber die Erhebungsgränze liegt nun höher. Für $a' = \frac{1}{10}$ findet sich $\beta = 0{,}52778$, aber die Erhebungsgränze ist $= 0{,}91667$.

Ähnliches zeigt sich für kleinere m. Man nehme wie zuvor $a = 5$, $b = 1$, aber $m = \frac{1}{4}$. Das kleinste β gehört nun für $a' = 0{,}52174$. Das Kleinste selbst ist $\beta = 0{,}78261$; und hiezu die Erhebungsgränze $= 0{,}8913$. Dagegen giebt $a' = \frac{4}{5}$ den Anfang der Beförderung für $\beta = 0{,}81762$. Die Erhebungsgränze $= 0{,}8333$. Und $a' = \frac{1}{10}$ giebt $\beta = 0{,}81452$; die Gränze $= 0{,}97916$.

Die Voraussetzung $a' < b$ scheint demzufolge wenig Mannigfaltiges darzubieten. Wir schreiten fort zur zweyten Voraussetzung.

II.

§. 30.

Der Theil a' sey grösser als b. Hiemit ändert sich schon die Hemmungssumme, welche jetzt nicht mehr von a', sondern von b der Grösse nach bestimmt wird, weil $mb < ma'$. Die Verschmelzungshülfe für b ist daher

$$\frac{1}{b} \cdot \left(a' - \frac{mbb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b}\right),$$

und die Geschwindigkeit der Erhebung, falls diese von der Verschmelzungshülfe abhängt,

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{b} \cdot \left(a' - \frac{mb^2}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b} - \beta\right).$$

Die Frage ist, ob eine Geschwindigkeit der Hülfe für irgend einen Werth von β gleich seyn könne der eignen Geschwindigkeit des Steigens ohne Hülfe; ob demnach von dem Puncte dieser Gleichheit an, wie im Vorigen, ein solcher Wechsel statt finden könne, vermöge dessen eine der beyden Geschwindigkeiten von der andern übertroffen werde? So allgemein fassen wir die Frage, weil noch unentschieden ist, ob die Geschwindigkeit des freyen Steigens sich von der Hülfe übertreffen lasse, oder umgekehrt diese von jener.

Wir setzen demnach wiederum versuchsweise

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b} - \beta\right) = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta,$$

woraus $\beta \left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\right]$

$$= b - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b}\right) \ldots (34).$$

Hier kann man freylich nicht, der Analogie mit den frühern Fällen nachgehend, schreiben

$$b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(1 - \frac{am}{a+b}\right) \cdot b.$$

Denn gewiss ist b grösser als sein Theil $\left(1 - \frac{a^2m^2}{(a+b)^2}\right)b$; allein eben darum setzen wir

$$b = \left(1 + \frac{am}{a+b}\right) \cdot \left(b - \frac{mab}{a+b}\right) + \frac{a^2m^2}{(a+b)^2} \cdot b,$$

so findet sich in Folge der Division mit dem Coefficienten von β

$$\beta = b - \frac{mab}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot \left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\right]}$$

wobey offenbar das letzte Glied sich mehr zusammenzieht, so dass herauskommt

$$\beta = b \cdot \left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot (a' - (1+m)b)}\right].$$

Sollte es Verdacht erregen, dass dieser Ausdruck sich nicht von selbst auf dem gewöhnlichen Wege des Calculs darbietet, so mag es nützlich seyn, denselben noch durch folgende, freylich viel weitläufigere Rechnung zu erweisen.

Mit dem Coefficienten von β dividirend haben wir unmittelbar

$$\beta = \frac{b - \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b - \frac{mab}{a+b}\right)}{1 + m - \frac{a'}{b}}, \text{ oder}$$

$$\beta \cdot \frac{(a+b)^2b - [(a+b)a' - mb^2] \cdot (a+b-am)}{(a+b)^2 \cdot (b - a' + mb)}.$$

Der Zähler hievon wird sich in fünf Glieder entwickeln. Bevor wir sie hersetzen, ist anzuzeigen, dass wir erstlich die Grösse $(a+b)mab$ addirend und subtrahirend beyfügen werden; zweytens desgleichen noch $am(a+b)mb$ addiren und subtrahiren; endlich drittens das addirte $am(a+b)mb$ auflösen werden in a^2m^2b und in am^2b^2.

Jetzt schreiben wir die Glieder, worin sich der Zähler entwickelt, in einer verticalen Reihe unter einander, und bemerken das Beyzufügende.

$$\begin{array}{llll}
 & (a+b)^2b & & \\
- & (a+b)^2a' & & \\
+ & (a+b)a' \cdot am & - (a+b)mab & - am(a+b)mb \\
+ & (a+b)mb^2 & + (a+b)mab & = mb(a+b)^2 \\
- & am^2b^2 & + am^2b^2 & = 0 \\
 & & + a^2m^2b. &
\end{array}$$

Man fasse die Glieder zusammen, welche $(a+b)^2$ enthalten, desgleichen die, welche $am(a+b)$ enthalten, so ergiebt sich der obige Ausdruck für β; nämlich

$$\beta = b.\left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2.(a'-(1+m)b)}\right] \ldots (35).$$

Hier leuchtet sogleich ein, dass β kleiner als b seyn muss; aber auch

$$1 > \frac{am}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2.(a'-(1+m)b)}$$

indem β nicht negativ seyn kann. Ferner ist a' grösser zu nehmen nicht bloss als b, sondern auch, wie aus dem Vorigen unmittelbar folgt,

$$\frac{a^2m^2b}{(a+b)^2-(a+b)am} + (1+m)b < a' \ldots\ldots (36).$$

Überdies ist a' höchstens $= a$. Dies vorausgesetzt, so folgt eine Bestimmung für m. Nämlich

$$\text{aus } \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2-(a+b)am} + (1+m)b = a$$

wird

$$m^2 - \frac{(a+b).(a^2+b^2)}{ab^2}.m = -\frac{(a-b).(a+b)^2}{ab^2} \ldots (37).$$

Wo sogleich klar ist, dass man nicht $a = b$ setzen darf, (was ohnehin gegen die jetzige Voraussetzung wäre,) weil sonst $m > 1$ würde, oder vielmehr $= 0$, indem man das negative Zeichen vor der Wurzelgrösse wird nehmen müssen. Allein bey der Auflösung der Gleichung zeigt sich auch, dass für grosse a wiederum m sich der Null nähert. Es mag genügen, hier einige obenhin berechnete Werthe von m anzugeben, welche den Gang dieser Grösse hinreichend bezeichnen.

für $b = 1$, $a = 2$, ist $m = 0{,}65$ höchstens.
$a = 3$ $m = 0{,}85$ —
$a = 4$ $m = 0{,}925$ —
$a = 5$ $m = 0{,}951$ —
$a = 10$ $m = 0{,}99$ —

Grössere Genauigkeit ist hier nicht nöthig, weil man a' nicht völlig $= a$ nehmen wird.

§. 31.

Es wird sich nun leicht darthun lassen, dass in vielen Fällen nicht bloss ein Werth von β statt findet, welchem gleiche Geschwindigkeit der Hülfe und des eignen freyen Steigens angehört, sondern dass auch, gerade entgegen den bisher betrachteten Fällen, alsdann die Geschwindigkeit gleich Anfangs von der Hülfe bestimmt wird; daher der so eben erwähnte Werth von β hier zu erkennen giebt, dass mit ihm die Hülfe nicht erst anfängt, sondern schon aufhört, das weitere Steigen zu bestimmen, welches von diesem Puncte an sich selbst überlassen bleibt.

Für den Anfang, also für $\beta = 0$, ist die Geschwindigkeit des freyen Steigens $\frac{d\beta}{dt} = b$. Die der Hülfe dagegen ist nach §. 30

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) . b.$$

Man setze sie gleich, also

$$\left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) = 1.$$

Nun ist im vorigen § gefunden, a' sey grösser als $(1+m)b$. Also $\frac{a'}{b} > 1+m$. Demnach sey $\frac{a'}{b} = 1+mx$,

und man schreibe nun

$$\left(1 + mx - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot \left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) = 1,$$

daher $x = \dfrac{(a+b)^2 - mab}{(a+b)^2 - ma(a+b)}$ . . . . . (38).

Wäre dies der Werth von x in der Bestimmung $1 + mx = \dfrac{a'}{b}$, so hätte im Anfange die Hülfe gerade die Geschwindigkeit des freyen Steigens. Nimmt man x grösser, und demzufolge auch a' grösser, so ist gleich Anfangs die Hülfe geschwinder; also lässt sich die Vorstellung b dann gefallen, eine Zeitlang von a empor getragen zu werden; und dies dauert bis zu dem Werthe von β, welchen die Formel (35) anzeigt.

Die Formel (38) ist wesentlich die nämliche wie jene (36), nur etwas transformirt und auf einem andern Wege der Betrachtung gefunden, wodurch die Sache klärer wird.

Aus §. 30 hat man nun ferner

$\dfrac{d\beta}{dt} = \left(\dfrac{a'}{b} - \dfrac{mb}{a+b}\right)\left(b - \dfrac{mab}{a+b} - \beta\right)$, und hieraus

(39) . . . $\beta = \left(b - \dfrac{mab}{a+b}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right) \cdot t}\right)$

(40) und $t = \dfrac{b(a+b)}{a'(a+b) - mbb} \log \dfrac{bb + ab(1-m)}{bb + ab(1-m) - \beta(a+b)}$

Hat aber nach (39) β den Werth erreicht, welchen (35) anzeigt, so sey dieser Werth $= B$, für eine Zeit $= T$: man setze beyde in das Integral von

$$d\beta = \left(b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta\right) dt$$

$$= (b - k\beta)\, dt \text{ wenn } 1 + \frac{am}{a+b} = k,$$

so erhält man für den Fortgang des nunmehr freyen Steigens

$$(41) \quad \beta = \frac{b}{k}\,(1 - e^{k\,(T-t)}) + Be^{k\,(T-t)}$$

§. 32.

Beyspiel. $a = 5$, $b = 1$. Hier müssen wir uns zuerst nach der Begränzung von m umsehn. Es darf nach §. 30 nicht $= 1$ gesetzt werden, sondern $< 0{,}951$. Demnach sey $m = 0{,}9$. Um nunmehr vor einer unpassenden Wahl von a' gesichert zu seyn, wenden wir uns an die Formel (38). Das dortige x wird hier $\frac{36 - 4{,}5}{36 - 27} = \frac{31{,}5}{9}$; daher $a' > 4{,}15$; alsdann ist gleich im Anfange das Steigen nicht frey, sondern empfängt eine grössere Geschwindigkeit durch die Hülfe. (Für eben dieses a' kann man sich auch der Formel (36) bedienen, welche mit jener gleichgeltend ist.) Es sey nun $a' = 4{,}5$. Jetzt muss die Formel (35) den Werth von β angeben, bey welchem die Geschwindigkeiten gleich werden. Er ist $= 0{,}10864$.

Fragt man nach der Anfangs-Geschwindigkeit des Steigens: so hat man für $\beta = 0$,

$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(b = \frac{mab}{a+b}\right)$ hier $= 1{,}0875$.

Das heisst, die Anfangs-Geschwindigkeit vermöge der Hülfe ist 1,0876 mal so gross als sie durch freyes Steigen gewesen wäre, denn für letzteres hätte man hier $\frac{d\beta}{dt} = b = 1$.

Nun nimmt die Geschwindigkeit schnell ab; wie die Exponentialgrösse in (39) anzeigt, deren Exponent

$= 4{,}35$ ist; und es lohnt nicht, für dieses Beyspiel die kurze Zeit zu berechnen, bis $\beta = 0{,}10864$ wird, von wo das freye Steigen beginnt. Doch ist β zu diesem Werthe etwas früher gelangt, als durch freyes Steigen geschehn wäre; und dies Verfrühen trifft alle Zeitpuncte für die Werthe, die es nach einander erlangt.

Absichtlich haben wir ein Beyspiel gewählt, bey welchem die Hülfe nur wenig Einfluss auf das Steigen hat; nämlich um bemerklich zu machen, wie sehr ein grosser Hemmungsgrad diesen Einfluss vermindert. Denn indem $m = 0{,}9$ angenommen war, blieb für a' nur eine Wahl zwischen den Gränzen 4,15 und 5; auch konnte die Formel (35) nur ein geringes β anzeigen.

Zweytes Beyspiel. $a = 5$, $b = 1$, $m = \frac{1}{4}$. Die Gränze für a' ist $= 1{,}3048$. Jetzt lässt sich eine Reihe von Werthen für a' annehmen, nebst zugehörigen Anfangsgeschwindigkeiten; desgleichen den Werthen von β, bey welchen die Hülfe dem freyen Steigen Platz macht; und den Zeitpuncten bis zur Erreichung dieser Werthe. So ergiebt sich folgende Zusammenstellung:

	Anfangsgeschwindigkeit.	Aufhören der Hülfe.	Zeit des Aufhörens.
$a' = 1{,}4$	$\frac{d\beta}{dt} = 1{,}0753$	bey $\beta = 0{,}50231$	$t = 0{,}74097$
1,5	1,1545	0,61805	1,0405
2	1,5503	0,73379	1,3357
3	2,3420	0,76686	1,1706
4	3,1337	0,77588	0,98908

Am auffallendsten ist hier das Zu- und Abnehmen der Zeit. Indessen sieht man aus (40) wie dies zusammen hängt. Ändert sich a' wenig, β mehr, so

wächst t mit den Logarithmen in jener Formel; ändert sich β wenig, und a' mehr, so nimmt der Coefficient des Logarithmen ab, indem a' zunimmt. Starke Hülfen wirken nicht lange; aber sie bringen die Vorstellungen viel früher auf die Standpuncte, welche bey freyem Steigen später wären erreicht worden.

§. 33.

Im §. 30 haben wir gefunden, a' sey grösser als $(1 + m)b$, während sich doch recht gut Fälle denken lassen, in welchen zwar die Bedingung $a' > b$ erfüllt, aber zugleich $a' < (1 + m)b$ seyn würde. Es ist nun leicht einzusehen, dass diese Fälle aus der jetzigen Untersuchung ausgeschlossen sind, indem sie gar keinen Einfluss der Hülfe herbeyführen, sondern das freye Steigen ganz ungeändert lassen. Durch eine grössere Anfangsgeschwindigkeit kann es in Folge der gefundenen Gränzbestimmung nicht verändert werden; aber auch nicht später, nachdem das freye Steigen schon im Gange ist, kann die Hülfe eingreifen. Denn wir wissen aus §. 29, dass solches Eingreifen nur möglich ist, wenn a' um eine bestimmte Grösse kleiner ist als b. Zwischen den Fällen, die wir beobachtet haben, in welchen die Hülfe entweder Anfangs oder später die Geschwindigkeit bestimmt, liegt der mittlere Fall, dass im freyen Steigen nichts verändert wird; und zwar dergestalt, dass die Sphäre dieses mittleren Falles gleichsam zu beyden Seiten in der Nähe der Voraussetzung $a' = b$ eine gewisse Breite hat. So klar nun dies aus dem Vorigen schon ist, so kann man doch sehr leicht den Fragepunct, wenn es ein solcher wäre, der Rechnung unterwerfen.

Die Formel (35), nämlich

$$\beta = b \cdot \left[1 - \frac{am}{a+b} - \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot (a' - (1+m) \cdot b)}\right]$$

kann für $a' < (1+m)b$ auch füglich so geschrieben werden:

$$\beta = b \cdot \left[1 - \frac{am}{a+b} + \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot [(1+m)\,b - a']}\right].$$

Nun darf zwar β nicht negativ, und auch nicht grösser als b seyn. Man könnte aber als Gränze den Fall so stellen, dass gerade $\beta = b$ wäre, mithin

$$\frac{am}{a+b} = \frac{a^2m^2b}{(a+b)^2 \cdot [(1+m)\,b - a']}, \quad \text{oder}$$

$$1 = \frac{amb}{(a+b) \cdot [(1+m)\,b - a']}, \quad \text{und}$$

$$a' = (1+m)\,b - \frac{amb}{a+b} = b + \frac{mb^2}{a+b}.$$

Setzt man diesen, oder einen kleinern Werth (denn grösser darf er nicht seyn, damit nicht $\beta > b$) in

$$\frac{d\beta}{dt} = \left(\frac{a'}{b} - \frac{mb}{a+b}\right)\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) \cdot b,$$

so wird $\frac{d\beta}{dt} \leq \left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) \cdot b < b,$

also kann davon die Anfangsgeschwindigkeit nicht bestimmt werden; und setzt man denselben Werth in (39), so findet man dort die Erhebungsgränze $b - \frac{mab}{a+b}$, welche niedriger liegt als dasjenige β, welches sollte erhoben werden. Mithin kann weder Anfangs noch später, als ob die Geschwindigkeiten gleich geworden wären, die Hülfe wirksam eintreten.

III.

§. 34.

Ein Theil b' von b sey in Verbindung mit a. Bevor die Verbindung sich ausbildete, musste die Hemmungssumme mb' vertheilt werden; von b' wurde gehemmt $\frac{mab'}{a+b}$; es blieb der Rest $= b' - \frac{mab'}{a+b}$; die Verschmelzungshülfe für b wurde

$$= \frac{1}{b} \cdot \left(a - \frac{mbb'}{a+b}\right)\left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right);$$

die Frage ist jetzt, ob

$$\frac{d\beta}{dt} = b - \left(1 + \frac{am}{a+b}\right)\beta = \frac{1}{b} \cdot \left(a - \frac{mbb'}{a+b}\right) \cdot \left(b' - \frac{mab'}{a+b} - \beta\right)$$

seyn könne? so dass

$$(42) \ldots \beta \left[1 + \frac{am}{a+b} - \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)\right]$$
$$= b - \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right) \cdot \left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right).$$

Man bemerkt leicht, dass im vorliegenden Falle β nicht weit zu steigen habe, wofern dies auf die Hülfe ankommt. Denn a soll grösser seyn als b; b wiederum grösser als sein Theil b'; wird nun β von der Hülfe abhängig, so fände es seine Gränze bey $b' - \frac{mab'}{a+b}$, wenn es nicht zum freyen Steigen übergehn könnte. Indessen wird doch für ein grosses a die Hülfe beträchtlich; dann ist zu vermuthen, dass sie gleich Anfangs wirksam seyn werde. Wir untersuchen daher zuvörderst die Bestimmungen, welche bey der Anfangsgeschwindigkeit vorkommen können.

Für $\beta = 0$ haben wir

$$b = \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)\left(b' - \frac{mab'}{a+b}\right), \text{ oder}$$

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)\left(\frac{b'}{a} - \frac{mb'}{a+b}\right).$$

Da es auf die Bestimmung von m und b' ankommt, und $\frac{mb'}{a+b}$ eine kleine Grösse seyn kann, so setzen wir $\frac{mb'}{a+b} = x$, und

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - x\right)\left(\frac{b'}{a} - x\right),$$

woraus $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2+bb'}{ab} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a^2+bb'}{ab}\right)^2 + \frac{b}{a} - \frac{b'}{b}}$.

Die Wurzelgrösse verträgt hier nur das negative Zeichen. Denn x ist ein ächter Bruch; $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2+bb'}{ab}$ aber ist $> \frac{1}{2}$. Nun darf aber x auch nicht negativ seyn; also muss die Wurzelgrösse kleiner seyn als $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2+bb'}{ab}$; mithin $\frac{b}{a} < \frac{b'}{b}$. Hat man diese Bedingung in der Annahme von b' neben a und b erfüllt, so ist das dazu gehörige $m = \frac{x(a+b)}{b'}$.

Hiebey kann noch erinnert werden, dass x^2 in manchen Fällen klein genug seyn mag um vernachlässigt zu werden; dann hat man näherungsweise, oder zur vorläufigen Übersicht, $x = \frac{ab' - b^2}{a^2 + bb'}$.

Dies Alles unter der Voraussetzung $\beta = 0$, d. h. wenn die gesuchte Gleichheit der Geschwindigkeiten in

den Anfang des Steigens fällt. Ist aber $x = \frac{mb'}{a+b}$ kleiner als nach diesen Angaben, so ist die Geschwindigkeit der Hülfe gleich Anfangs die grössere, und β folgt zunächst der Formel

$$\beta = b'\left(1 - \frac{ma}{a+b}\right) \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{a}{b} - \frac{mb'}{a+b}\right)t}\right) \ldots (43)$$

wozu gehört

$$t = \frac{(a+b)\,b}{u^2 + b(a - mb')} \cdot \log. \frac{bb' + ab'(1-m)}{bb' + ab'(1-m) - \beta(a+b)} \ldots (44)$$

§. 35.

Zur weitern Auseinandersetzung wird es dienen, wenn wir $b = 1$ nehmend der Foderung $\frac{1}{a} < b'$ nachgehen, und für eine Reihe von a einen der kleinsten und einen der grössten Werthe von b' wählen, um dafür x und hiemit m zu bestimmen. Da wir uns der Kürze wegen hiebey der Formel $x = \frac{ab' - 1}{a^2 + b'}$ bedienen wollen, so ist noch in Ansehung der Correctur, die man vermissen könnte, etwas zu erinnern.

Aus $\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b} - x\right)\left(\frac{b'}{a} - x\right)$ folgt nämlich

$$x^2 - x \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab} = \frac{b^2 - ab'}{ab}.$$

Gesetzt nun, man habe einen Werth von x gefunden, welcher der Wahrheit nahe kommend zugleich ein kleiner ächter Bruch ist, so wird man diesen quadrirt für x^2 setzen, und, wenn wir ihn mit u bezeichnen, folgendermaassen weiter rechnen:

$$u^2 - \frac{b^2 - ab'}{ab} = x \cdot \frac{a^2 + bb'}{ab},$$

daher $\frac{u^2 \cdot ab}{a^2 + bb'} + \frac{ab' - b^2}{a^2 + bb'} = x,$

oder $\frac{au^2}{a^2 + b'} + \frac{ab' - 1}{a^2 + b'} = x$ weil $b = 1$. Wenn nun b' ein geringer Bruch ist, so beträgt die Correctur nicht völlig $\frac{u^2}{a}$; und lässt sich hiemit schätzen, auch wenn man sie nicht berechnen will.

Folgende Zusammenstellung mag nun die Übersicht gewähren, deren die fernere Betrachtung bedarf. Bey den drey grössern Werthen von b' für $a = 2, 3, 5$, ist die Correctur $\frac{au^2}{a^2 + b'}$ benutzt worden.

für $a = 2$ und $\begin{cases} b' = 0{,}6 \text{ wird } x = \frac{1}{2\,3} & \text{daher } m = \frac{5}{2\,3} \\ b' = 0{,}9 \ldots\ldots 0{,}1741 \ldots\ldots 0{,}5805 \end{cases}$

für $a = 3$ und $\begin{cases} b' = 0{,}4 \ldots\ldots \frac{1}{4\,7} \ldots\ldots \frac{1\,0}{4\,7} \\ b' = 0{,}9 \ldots\ldots 0{,}1806 \ldots\ldots 0{,}8028 \end{cases}$

für $a = 5$ und $\begin{cases} b' = 0{,}3 \ldots\ldots \frac{5}{2\,5\,3} \ldots\ldots \frac{1\,0\,0}{2\,5\,3} \\ b' = 0{,}9 \ldots\ldots 0{,}1386 \ldots\ldots 0{,}9244 \end{cases}$

für $a = 10$ und $\begin{cases} b' = 0{,}2 \ldots \text{weniger als } \frac{1}{1\,0\,0} \ldots\ldots \frac{5\,5}{1\,0\,0} \\ b' = 0{,}9 \ldots\ldots 0{,}08 \ldots\ldots \frac{8\,8}{9\,0}. \end{cases}$

§. 36.

Es ist nun leicht, passende Beyspiele zu wählen.

Für $a = 2$, $b = 1$, sey $b' = 0{,}7$; $m = \frac{1}{3}$. Man findet die Anfangsgeschwindigkeit, welche von der Hülfe herrührt, $= 1{,}3607$; dasjenige β, worin die Geschwindigkeiten gleich werden, so dass die Fortsetzung des Steigens von b selbst abhängt, $= 0{,}4398$.

Für $a = 3$, $b = 1$, sey $b' = 0{,}7$; $m = \frac{1}{5}$. Die Anfangsgeschwindigkeit ist grösser, nämlich $= 1{,}7642$.

Hingegen das vorerwähnte $\beta = 0{,}42105$ ist sogar kleiner. Die Exponentialgrösse in (43) verschwindet hier schneller.

Etwas vollständiger wollen wir die Voraussetzung $a = 5$, $b = 1$, $m = \frac{1}{4}$, durchführen. Es sey nun

	Anfangsgeschwindigkeit.	Aufhören der Hülfe.	Zeit des Aufhörens.
$b' = 0{,}3$;	$\frac{d\beta}{dt} = 1{,}1845$	für $\beta = 0{,}04882$	$t = 0{,}04613$
$b' = 0{,}5$;	1,9709	0,25747	0,2111
$b' = 0{,}7$;	2,7547	0,46637	0,37064
$b' = 0{,}9$;	3,5358	0,67546	0,59601

Dritter Abschnitt.
Von steigenden Complexionen.

§. 37.

Bey Complexionen, deren Wesen, wenn sie vollkommen sind, darin besteht, dass die verbundenen Vorstellungen stets in gleichem Zustande der Spannung seyn müssen, liegt es schon in diesem Begriffe, dass jede Hemmung sich unter den verbundenen gleichmässig vertheilt. Ist hier der Hemmungsgrad zwischen a und b grösser als zwischen den mit ihnen complicirten α und β, so überträgt sich die stärkere Hemmung des ersten Paars auf das letztere; und es kann das paradoxe Resultat herauskommen, dass von einer starken Complexion ein weit grösseres Quantum gehemmt wird, als von einer schwachen, weil umgekehrt von einer schwachen Vorstellung weniger gehemmt wird als von einer starken. Davon ist am gehörigen Orte *) ein Beyspiel gegeben, welches eine nähere Beleuchtung veranlassen kann.

*) Psychologie §. 60.

Die Vorstellung eines Farbigten sey $= 3$, die eines andern Farbigten $= 1$. Wenn diese beyden allein unter sich in Hemmung träten, so würde für den Hemmungsgrad $= 1$, die Hemmungssumme $= 1$ sich so vertheilen, dass ein Viertel von 3, und drey Viertel von 1 zu hemmen wären. Der hieraus entspringende gewaltsame Zustand, oder die Spannung, wäre nun in der schwächern Vorstellung neunmal so gross als in der stärkern; weil die dreyfach schwächere dreymal soviel verliert. Dies kann verhindert werden, wenn eine dritte Vorstellung mit jener schwächern complicirt ist; denn alsdann überträgt sich das Leiden der schwächern auf die dritte; wie stark aber auch die dritte seyn möge, sie wird ganz in dies Leiden hereingezogen, und ihre Wirksamkeit besteht alsdann nicht bloss darin, der Hemmung jener schwächern eine Gränze zu setzen, sondern sie strebt auch, ihr eignes Gehemmtes wieder ins Bewusstseyn zu bringen. Im Beyspiel ist angenommen, die dritte sey $= 11$, eine Gefühlsvorstellung; während noch eine vierte $= 1$, ein Klang, mit jener $= 3$ complicirt sey. Zwischen einem Gefühl (etwa eines Stosses oder der Wärme) und einem Klange ist kein Gegensatz; und diese beyden können nur mittelbar, durch die Farben, in Gegenwirkung treten. Hiebey ist ein offenbarer Nachtheil für die Vorstellung $= 11$, da sie nur durch die schwache $= 1$ mit den andern in Verbindung gesetzt wird. Wäre statt dieser schwachen $= 1$ vielmehr eine $= 2$ vorhanden, so würde die $= 11$ jener $= 3$ besser entgegenwirken können. Dies übersieht man ohne Rechnung; wir wollen aber jetzt die Grössen allgemein bezeichnen. Statt des obigen 3 und 1 setzen wir a und b; statt 11 nun β; jenes 1, welches mit 3 complicirt

ist, heisse α. Die Hemmungssumme sey $= S$. Diese vertheilt zwischen a und b giebt die Theile $\frac{bS}{a+b}$ und $\frac{aS}{a+b}$; und daran kann die Complication nichts ändern, weil α und β nur dem Druck unterworfen sind, der ihnen mitgetheilt wird, und nur in dem Maasse wirksam seyn können, als sie von diesem Drucke getroffen werden. Je grösser nun β, um desto weniger geräth es durch einen Druck von einmal gegebener Grösse in Spannung; man darf also nicht erwarten, dass es besonders stark zurückwirken werde. Vielmehr, die Hemmung $\frac{aS}{a+b}$ zerfällt in zwey Theile nach dem Verhältnisse der complicirten b und β; eben so die Hemmung $\frac{bS}{a+b}$ in zwey Theile nach dem Verhältnisse der complicirten a und α; die vier Theile sind:

für a, $\frac{abS}{(a+b)(a+\alpha)}$ für b, $\frac{baS}{(a+b)(b+\beta)}$

für α, $\frac{\alpha bS}{(a+b)(a+\alpha)}$ für β, $\frac{\beta aS}{(a+b)(b+\beta)}$

woraus man die Spannung einer jeden Vorstellung sogleich findet, indem man ihr Gehemmtes durch ihre eigne Grösse dividirt. Das Verhältniss der Spannungen von a und b ist nun $\frac{b}{a+\alpha} : \frac{a}{b+\beta} = b(b+\beta) : a(a+\alpha)$, im obigen Zahlenbeyspiele demnach wie 1 : 1, während es ohne Complication, also für $\beta = 0$, $\alpha = 0$, seyn würde wie $b^2 : a^2$; in jenen Zahlen wie 1 : 9. Das Gehemmte von b in Zahlen ist nur $\frac{1}{16}$; anstatt ohne Complication $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$. Der Erfolg der Complication ist

also für das schwache $b = 1$ sehr bedeutend; aber er wird damit erkauft, dass von $\beta = 11$ das Gehemmte nicht weniger als $\frac{11}{16}$ beträgt; und dass diese stärkste Vorstellung gleich stark wie das schwache α in Spannung geräth. Nähme man β noch grösser, so würde zwar seine Spannung geringer, aber sein Antheil an der Hemmung würde wachsen.

Wir haben hier den äussersten Fall der Verschiedenheit beyder Hemmungsgrade ($p = 1$, $\pi = 0$) angenommen; andere Fälle mag man danach schätzen.

Ferner ist das Zahlenbeyspiel so gewählt, dass es den Nachtheil zeige, worin sich β wegen des geringen b (ähnlich einem Gewicht an einem kurzen Hebel-Arme) befindet. Wäre $b = 2$, die andern Zahlen wie vorhin, so ergäbe sich das Verhältniss der Spannungen wie $26 : 12 = 13 : 6$.

In solchen Fällen, wie der vorliegende, hat man zwar keine Hoffnung, das Resultat der Rechnung pünktlich mit Erfahrungen vergleichen zu können. Fragt man sich aber, woher die so häufig bemerkbare Empfindlichkeit in Kleinigkeiten kommen möge, z. B. die Empfindlichkeit gegen Sprachfehler, verzogene Mienen, geringe Abänderungen der gewohnten Kleidung u. dgl.; so sieht man sogleich, dass an sich das Schwache nicht Grund einer starken Empfindung ist, sondern dass es auf die Gewohnheit, d. h. auf die Complication starker mit schwachen Vorstellungen ankommt. Hiebey ist zu überlegen, in welchem Zustande sich das obige b befinden muss. Wiewohl sein Gehemmtes im Beyspiele nur $\frac{1}{16}$ beträgt — den zwölften Theil dessen, was es ohne die Hülfe der Complication betragen würde, — so ist es doch darum nicht befreyt von dem Drucke des stärke-

ren a, sondern dieser Druck wird nur aufgehoben, indem durch b hindurch wirkend das noch stärkere β sich dem Sinken des b entgegensetzt; daher b gerade in wiefern es nicht sinken kann, sondern im Bewusstseyn gehalten wird, von beyden Seiten Gewalt leidet; und dies ist die, sich von selbst darbietende Erklärung jener Empfindlichkeit, deren Sitz gerade dann schwache Vorstellungen sind, wann sie mit starken in angewohnter Verbindung stehen. Doch darüber ist schon anderwärts gesprochen worden.

§. 38.

Nach diesen Vorerinnerungen mag nun die Betrachtung zweyer zugleich steigender Complexionen folgen. Hier bietet sich gleich eine Verschiedenheit dar, welche auf die Rechnung Einfluss hat. Die Hemmungssumme für die Complexionen $a+\alpha$ und $b+\beta$ richtet sich nach den Hemmungsgraden p zwischen a und b, und π zwischen α und β. Ist $a > b$, so braucht zwischen beyden nur pb gehemmt zu werden. Ist $\alpha > \beta$, so ist hier $\pi\beta$ zu hemmen; allein während $a > b$, kann $\alpha < \beta$ seyn; alsdann ist für dieses Paar $\pi\alpha$ zu hemmen; daher wird die ganze Summe, die sich aus den beyden Paaren ergibt, entweder $pb + \pi\beta$ oder $pb + \pi\alpha$. Man denke sich etwa ein paar Gegenstände, die zugleich dem Gesicht und dem Gehör, oder dem Gesicht und dem Geruch oder Geschmack ihre Merkmale liefern — wie Rose und Lilie, Nelke und Tuberose, Wasser und Wein; jeder solche Gegenstand ist für uns eine Complexion seiner Merkmale; aber es gibt zwischen solchen eine mehrfache Hemmung, indem ein paar Merkmale fürs Gesicht, ein anderes Paar für einen andern Sinn einen Gegen-

satz bilden. Nennen wir *) die ganzen Complexionen $a + \alpha = A$, und $b + \beta = B$, ihre im Verlauf der Zeit t hervorgetretenen Theile A' und B', die bereits vorhandene Hemmungssumme S', die Hemmungs-Coefficienten, welche das Verhältniss der Hemmung anzeigen, π' und π'': so strebt im Zeittheilchen dt, $A - A'$ und $B - B'$ hervorzutreten, zugleich aber sinken $\pi' S' dt$ und $\pi'' S' dt$; also allgemein:

$$dA' = [A - A' - \pi' S'] dt$$
$$dB' = [B - B' - \pi'' S'] dt$$

Die Rechnung erfodert nun, dass man für S' seinen Werth setze; das Gleiche kann geschehn für A' und B'. Also entweder

1) $da' + d\alpha' = [A - (a' + \alpha') - \pi' (pb' + \pi\beta')] dt$
$db' + d\beta' = [B - (b' + \beta') - \pi'' (pb' + \pi\beta')] dt$

oder 2) $da' + d\alpha' = [A - (a' + \alpha') - \pi' (pb' + \pi\alpha')] dt$
$db' + d\beta' = [B - (b' + \beta') - \pi'' (pb' + \pi\alpha')] dt$

Im ersten Falle ist die Gleichung für $db' + d\beta'$ eine Summe zweyer Gleichungen, nämlich

$db' = [b - b' - \pi'' pb'] dt$, und
$d\beta' = [\beta - \beta' - \pi'' \pi\beta'] dt$, woraus

$$b' = \frac{1}{1 + \pi'' p} \cdot b \left(1 - e^{-(1+\pi'' p) t}\right)$$

$$\beta' = \frac{1}{1 + \pi'' \pi} \cdot \beta \left(1 - e^{-(1+\pi'' \pi) t}\right)$$

Hieraus würde sich $B' = b' + \beta'$ ergeben, wenn die Theile der Hemmungssumme abgesondert wirkten, und keine andre Bedingung zu erfüllen wäre. Allein nach der Natur der Complexionen soll ein Theil nur in so fern steigen als der andre in gleichem Verhältniss folgen kann. Es sollen also die veränderlichen b' und β'

*) Psychologie §. 58—60.

immer das ursprüngliche Verhältniss $b : \beta$ beybehalten; mithin $b' : (b' + \beta') = b : (b + \beta)$ oder $b' : B' = b : B$; ein constantes Verhältniss; eben so $\beta' : (b' + \beta') = \beta : (b + \beta)$, oder $\beta' : B' = \beta : B$; auch $pb' : \pi\beta' = pb : \pi\beta$; und wenn $pb' = h'B'$, desgleichen $\pi\beta' = h''B'$, so ist auch $h' : h'' = pb : \pi\beta$, ein constantes und gegebenes Verhältniss. Nun sey $h = h' + h'' = \frac{pb}{B} + \frac{\pi\beta}{B} = \frac{pb + \pi\beta}{b + \beta}$, so kann man statt $pb' + \pi\beta'$ setzen hB', und aus

$$dB' = (B - B' - \pi''hB')\ dt \text{ wird}$$

$$B' = \frac{B}{1 + \pi''h}\ (1 - e^{-(1+\pi''h)t})$$

Der Unterschied gegen die vorige Rechnung ist klar genug. Denn h ist weder $= p$ noch $= \pi$, sondern enthält einen Bruchtheil von beyden, daher kann weder die Exponential-Grösse genau so verschwinden, noch die Erhebungsgränze die gleiche seyn wie oben.

Der gefundene Werth von B', und hiermit von hB', ist nun anstatt $pb' + \pi\beta'$ in die Gleichung für dA' zu setzen.

$$dA' = [A - A' - \frac{\pi' h}{1 + \pi'' h} \cdot B\ (1 - e^{-(1+\pi''h)t})]\, dt$$

also

$$A' = \left(A - \frac{\pi' hB}{1 + \pi'' h}\right)(1 - e^{-t}) + \frac{\pi' hB}{(1 + \pi'' h)} \cdot \frac{1}{\pi'' h}(e - e^{-(1+\pi''h)t})$$

Die Erhebungsgränzen sind

für B, $\frac{B}{1 + \pi'' h}$

für A, $A - \frac{\pi' hB}{1 + \pi'' h}$

Deren Summe, $A + \frac{B}{1 + \pi'' h}\ (1 - \pi' h)$ abgezogen von

$A + B$ lässt $B\left(1 - \frac{1 - \pi' h}{1 + \pi'' h}\right) = \frac{(\pi'' + \pi') hB}{1 + \pi'' h} = \frac{hB}{1 + \pi'' h}$

weil die Hemmungs-Coefficienten π'' und π' zusammen der Einheit gleich sind. Die zuletzt hervorgetretene Hemmungssumme ist ebenfalls $\frac{hB}{1 + \pi'' h}$ wie gehörig, weil sie mit dem noch übrigen Streben der Vorstellungen im Gleichgewichte stehen muss, wie mehrmals erinnert worden.

Die Hemmungs-Coefficienten sind bekanntlich (wie a. a. O. gezeigt), $\pi' = \frac{bp + \beta\pi}{(a + b)\, p + (\alpha + \beta)\, \pi}$ und $\pi'' = \frac{ap + \alpha\pi}{(a + b)\, p + (\alpha + \beta)\, \pi}$.

Zu dem jetzt berechneten ersten Falle gehören unter andern die ähnlichen Complexionen, für welche $a : \alpha = b : \beta$, oder $a : b = \alpha : \beta$, denn wenn hier b kleiner als a, so ist auch β kleiner als α, daher dann durch b und β die Hemmungssumme bestimmt wird.

Wir gehen über zum zweyten Falle, wo $\alpha < \beta$, daher die Hemmungssumme $= pb + \pi\alpha$. Hier setze man, wie zuvor, $pb' = hB'$, und diesem ähnlich, $\pi\alpha' = iA'$, so kommt

$$dA' = [A - A' - \pi' (hB' + iA')]\, dt$$
$$dB' = [B - B' - \pi'' (hB' + iA')]\, dt$$

oder

$$dA' + A' (1 + \pi' i)\, dt = (A - \pi' hB')\, dt$$
$$dB' + B' (1 + \pi'' h)\, dt = (B - \pi'' iA')\, dt$$

Die erste Gleichung multiplicirt mit ϑ, und zur zweyten addirt, giebt

$$dB' + \vartheta\, dA' + \left[B' \left\{\begin{matrix} 1 + \pi'' h \\ + \vartheta\pi' h \end{matrix}\right\} + A' \left\{\begin{matrix} \vartheta (1 + \pi' i) \\ + \pi'' i \end{matrix}\right\}\right] dt$$
$$= (B + \vartheta A)\, dt$$

Man setze $B' + \vartheta A' = z = B' + \frac{\pi'' i + (1 + \pi' i)\vartheta}{1 + \pi'' h + \pi' h \vartheta} \cdot A'$

also $\vartheta = \frac{\pi'' i + (1 + \pi' i)\vartheta}{1 + \pi'' h + \pi' h \vartheta}$

$$= \frac{\pi' i - \pi'' h}{2\pi' h} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi' i - \pi'' h}{2\pi' h}\right)^2 + \frac{\pi'' i}{\pi' h}}$$

$$= \frac{\pi' i - \pi'' h}{2\pi' h} \pm \frac{\pi' i + \pi'' h}{2\pi' h}$$

das heisst, ϑ ist entweder $= \frac{i}{h}$ oder $= -\frac{\pi''}{\pi'}$

Wenn ferner $dz + Fzdt = Cdt$, woraus

$$z = \frac{C}{F}(1 - e^{-Ft})$$

so ist hier $C = B + \vartheta A$, und $F = 1 + \pi'' h + \pi' h \vartheta$, also wegen des doppelten Werths von ϑ kommt ein zwiefaches z, nämlich

$$z' = B' + \frac{i}{h} A' = \frac{hB + iA}{h(1 + \pi'' h + \pi' i)}(1 - e^{-(1+\pi'' h+\pi' i)t})$$

$$z'' = B' - \frac{\pi''}{\pi'} A' = \frac{\pi' B - \pi'' A}{\pi'}(1 - e^{-t})$$

Jetzt sey $k = 1 + \pi'' h + \pi' i$, so findet sich

$$\left(\frac{i}{h} + \frac{\pi''}{\pi'}\right) A' = \frac{k-1}{h\pi'} A' = \frac{hB + iA}{hk}(1 - e^{-kt})$$

$$- \frac{\pi' B - \pi'' A}{\pi'}(1 - e^{-t})$$

also $A' = \frac{\pi'(hB + iA)}{(k-1).k}(1 - e^{-kt}) - \frac{h(\pi' B - \pi'' A)}{k-1}(1 - e^{-t})$

und $B' = \frac{\pi''(hB + iA)}{(k-1).k}(1 - e^{-kt}) + \frac{i(\pi' B - \pi'' A)}{k-1}(1 - e^{-t})$

Nach verschwundenen Exponential-Grössen ist die letzte Hemmungssumme $hB' + iA' = \frac{hB + iA}{k}$, weil $i\pi' + h\pi''$

$= k-1$. Um zu zeigen, dass auch hier die letzte Hemmungssumme im Gleichgewichte steht mit dem noch übrigen Aufstreben der Vorstellungen, muss man in den Gränzwerthen von A' und B' die Theile, welche von A, und die, welche von B abhängen, zusammenfassen; und sie dann abziehen von A und von B. Man hat nämlich

$$A - A' = A\left(1 - \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\pi' i + k h \pi''}{k}\right) + B \cdot \frac{h\pi'}{k-1}\left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

$$B - B' = B\left(1 - \frac{1}{k-1} \cdot \frac{\pi'' h + k i \pi'}{k}\right) + A \cdot \frac{i\pi''}{k-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

Da $k = 1 + k - 1$, so wird $\pi' i + k h \pi'' = (k-1)(1 + h\pi'')$ und $\pi'' h + k i \pi'$ wird $(k-1)(1 + i\pi')$. Daher nun

$$A - A' = A\left(1 - \frac{1 + h\pi''}{k}\right) + B \cdot \frac{h\pi'}{k}$$

$$B - B' = B\left(1 - \frac{1 + i\pi'}{k}\right) + A \cdot \frac{i\pi''}{k}$$

Es ist aber $k - (1 + h\pi'') = i\pi'$, und $k - (1 + i\pi') = \pi'' h$, also

$$A + B - (A' + B') = \frac{A}{k}(i\pi' + i\pi'') + \frac{B}{k}(h\pi' + h\pi'')$$

wobey nur noch zu erinnern, dass die Hemmungs-Coëfficienten $\pi' + \pi'' = 1$, so findet sich $\frac{iA + hB}{k}$ wie gefodert war.

Man bemerke hier die bequemern Ausdrücke für die Gränzwerthe. Es ist nämlich von A' der Gränzwerth $= \frac{A(1 + h\pi'') - \pi' h B}{k}$ und von B' der Gränzwerth $= \frac{B(1 + i\pi') - i\pi'' A}{k}$.

Es sind nun die Maxima zu bestimmen. Man findet

$$\frac{dA'}{dt} = \frac{\pi'(hB+iA)}{k-1} e^{-kt} - \frac{h(\pi'B-\pi''A)}{k-1} \cdot e^{-t}$$

und $$\frac{dB'}{dt} = \frac{\pi''(hB+iA)}{k-1} e^{-kt} + \frac{i(\pi'B-\pi''A)}{k-1} e^{-t}$$

Daher fürs Maximum von A'

$$t = \frac{1}{k-1} \log \frac{\pi'(hB+iA}{h(\pi'B-\pi''A)}$$

und fürs Maximum von B'

$$t = \frac{1}{k-1} \log \frac{\pi''(hB+iA}{i(\pi''A-\pi'B)}$$

Die Nenner zeigen, dass die Logarithmen für B möglich sind wenn unmöglich für A, und umgekehrt. Über das Maximum sogleich ein Mehreres.

Es trit hier ein Unterschied hervor zwischen dem ersten und zweyten Falle. Denn im ersten Fall zeigt die Formel für B' auf den ersten Blick, dass kein Maximum von B' möglich ist; vielweniger von dem grösseren A', sondern beide Vorstellungen eilen zu ihrer Erhebungsgränze. Hingegen im zweyten Fall muss es für eine der beyden Complexionen ein Maximum geben; ausser von $\pi''A = \pi'B$; denn alsdann wird die Zeit dafür unendlich. Diesen Umstand müssen wir zuerst ins Auge fassen.

Aus den, nur kurz vorhin erwähnten, Werthen von π' und π'' ergiebt sich, dass $\pi''A = \pi'B$ nach Weglassung der gleichen Nenner von π' und π'', soviel heisst als

$$(ap + \alpha\pi)A = (bp + \beta\pi)B$$

Wenn dies wirklich statt findet, so folgt

$$\alpha\pi A - \beta\pi B = bpB - apA$$

oder $$\frac{\alpha A - \beta B}{bA - aA} = \frac{p}{\pi}$$

welcher Bruch ein ächter oder ein unächter seyn wird,

je nachdem π oder p der grössere Hemmungsgrad ist. Es muss aber $\frac{p}{\pi}$ eine positive Grösse seyn. Da nun vorausgesetzt wird, A sey grösser als B, so muss, wenn $\alpha < \beta$, (wie der hier angenommene Fall es mit sich bringt), nothwendig $a > b$ seyn; folglich $bB < aA$. Deshalb schreiben wir $\frac{p}{\pi} = \frac{\beta B - \alpha A}{aA - bB}$. Nun kann man α klein genug nehmen, damit diese Bedingung sich erfülle. Nimmt man es noch kleiner, so wird $\pi'' A < \pi' B$, das heisst, die Complexion A bekommt ein Maximum. Doch wird dies natürlich der seltnere Fall seyn; auch ist zu erinnern, dass der Logarithme, welcher die Zeit anzeigt, nicht bloss möglich seyn muss, sondern auch nicht negativ seyn darf.

Hieran knüpft sich die weitere Frage, ob A oder B könne auf die Schwelle gedrängt werden? Um dies zu beantworten, muss der Gränzwerth, etwa der von B', $= 0$ gesetzt werden; ergiebt sich daraus ein brauchbarer Werth, so folgt, dass ein noch kleineres B in endlicher Zeit verschwinden kann.

Der Gränzwerth ist

$$B' = \frac{\pi''(hB + iA)}{(k-1)k} + \frac{i(\pi'' B - \pi' A}{k-1}$$

Dies $= 0$ gesetzt giebt zunächst

$$(\pi'' h + ki\pi') B = i\pi'' A (k-1)$$

und weil $k = 1 + k - 1$, auch $k = 1 + \pi'' h + \pi' i$,

$$(1 + i\pi') B = i\pi'' A,$$

$$B = \frac{i\pi'' A}{1 + i\pi'} = \frac{\pi''.\, \pi a}{1 + i\pi'} \text{ wegen } iA = \pi a.$$

Da π'' und π ächte Brüche, so ist dieser Werth von B gegen die Bedingung $a < \beta$, also auch $a < B$. Das heisst,

B darf nicht so klein angenommen werden, dass der Gränzwerth von B' könnte $= 0$ werden.

Da gleichwohl ein Maximum statt findet, so kann man vermuthen, dass die Zeit für dies Maximum durchgehends viel später, als bey gemeinsamem Steigen dreyer einfacher Vorstellungen, eintreten, und alsdann bald der Wendungspunct folgen wird, von welchem an das Sinken äusserst langsam fortgeht, und die sinkende Complexion beynahe als stehend zu betrachten ist. Einige Beyspiele werden dies bestätigen. Zuvor ist nur noch die Formel für die Zeit des Wendepuncts anzugeben; sie ist

$$t = \frac{1}{k-1} \log \frac{k\pi''(hB+iA}{i(\pi''A-\pi'B)}$$

Hier mag nun auch daran erinnert werden, dass bloss der Rechnung wegen der Ausdruck $hB'+iA'$ anstatt $pb'+\pi'\alpha$, also $hB+iA$ statt $pb+\pi\alpha$, eingeführt wurde.

Will man Beyspiele berechnen, so ist die Grösse k beschwerlich, denn $k = 1+\pi''h+\pi'i$ bedeutet

$$k = 1+\frac{ap+\alpha\pi}{(a+b)p+(\alpha+\beta)\pi}\cdot\frac{pb}{B}+\frac{bp+\beta\pi}{(a+b)p+(\alpha+\beta)\pi}\cdot\frac{\pi\alpha}{A}$$

Anstatt aber aus angenommenen a, b, α, β, p, π, dieses k zu berechnen, wird man, wo es nur um Beispiele zu thun ist, bequemer π' und π'' annehmen (mit der Bedingung $\pi'+\pi''=1$) und hiernach insbesondere für die übrigen Annahmen den Hemmungsgrad π bestimmen. Wir wollen für nachstehende Beispiele $p = 1$ setzen, damit der Einfluss der Hemmung deutlich hervortrete; ferner sey $\alpha = \lambda b$, und $\pi'' > \pi'$, auch $\pi'' : \pi' = m : n$, daher $\pi'' = \frac{m}{m+n}$ und $\pi' = \frac{n}{m+n}$. Alsdann ist auch $(ap+\alpha\pi) : (bp+\beta\pi) = m : n$; oder, da $p = 1$,

$$n\,(a+\lambda b\pi) = m\,.\,(b+\beta\pi)$$

$$\text{und } \pi = \frac{na - mb}{m\beta - n\lambda b}.$$

Für die nächsten Beispiele mag $\lambda = 1$, d. h. $\alpha = b$ seyn.

Erstes Beyspiel. $a = 10$, $b = 2$, $\alpha = 2$, $\beta = 10$, $p = 1$, $\pi'' = \frac{2}{3}$, $\pi' = \frac{1}{3}$, also $m = 2$, $n = 1$. Hieraus $\frac{10 - 4}{20 - 2} = \pi = \frac{1}{3}$. Nun kann das Beyspiel der bequemen Übersicht wegen so gestellt werden:

$$\begin{array}{ccc} a & p = 1 & b \\ \| & & \| \\ A = \left\{\begin{array}{l} 10 \\ 2 \end{array}\right. & & \left.\begin{array}{r} 2 \\ 10 \end{array}\right\} = B \\ \| & & \| \\ \alpha & \pi = \frac{1}{3} & \beta \end{array}$$

Man hat vor Augen, dass die Complexion B, wiewohl an sich gleich stark mit A, doch stärkern Druck von A erfährt als sie zurückgeben kann; weil α und β einander weniger drängen als a und b, und b weit mehr von a angegriffen wird als umgekehrt. Indem A und B zugleich steigen, lehnt sich die wachsende Hemmungssumme immer mehr gegen B wegen der Schwäche von b, und dies kann nicht durch einen gleichen Druck des β gegen α aufgewogen werden; denn diese beyden erzeugen den geringern Theil der Hemmungssumme, und der stärkere Druck, den β erfährt, rührt her von seiner Verbindung mit b. Man findet nun $h = \frac{pb}{B} = \frac{1}{6}$, $i = \frac{\pi\alpha}{A} = \frac{1}{18}$, mithin $k = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{18}$ oder $k = 1 + \frac{7}{54}$; ferner $\pi''(hB + iA)$ oder $\pi''(pb + \pi\alpha) = \frac{16}{9}$, und $i(\pi''A - \pi'B) = \frac{2}{9}$, daher endlich fürs Maximum von B die Zeit $t = \frac{54}{7}$ log. nat. $\frac{16}{9} \cdot \frac{9}{2} = 16{,}04$; und für den Wendepunct $t = \frac{54}{7}$ log $\frac{61}{54} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{9}{2} = 16{,}98$.

Schätzt man die Einheit der Zeit auf zwey Secunden, so verfliesst bis zum Maximum ungefähr eine halbe Minute, und ein paar Secunden später erfolgt der Wendepunct, von welchem an das Sinken sogut als aufhört,

Zweytes Beyspie. $\alpha = b = 4$; das Übrige wie vorhin. Man findet $\pi = \frac{1}{8}$, und das Beyspiel steht so:

$$\begin{array}{ccccc} a & & p=1 & & b \\ \| & & & & \| \\ \left\{\begin{matrix}10\\4\end{matrix}\right. & & & & \left.\begin{matrix}4\\10\end{matrix}\right\} \\ \| & & & & \| \\ \alpha & & \pi=\frac{1}{8} & & \beta \end{array} \quad A = B$$

Hier wird $k = 1 + \frac{17}{84}$, und die Zeit des Maximum

$$t = \frac{84}{17} \text{ log. nat. } \frac{2}{3} . \frac{9}{2} . 3 . 2 = 14{,}28$$

etwas kürzer wie vorhin, da die Hemmungssumme verhältnissmässig grösser ist wie zuvor. Dass auch hier der Wendungspunct bald folgen muss, zeigt der Werth von k, der wiederum nicht viel über 1 beträgt.

Maximum und Wendepunct sind aber in Beyspielen solcher Art kaum zu unterscheiden von Erhebungsgränzen. Denn wenn schon Werthe wie $t = 14$ oder $t = 16$ hervorgehn, so sind Grössen wie $1 - e^{-t}$ oder $1 - e^{-kt}$ für $= 1$ zu nehmen, da e^{-10} schon weniger ist als $\frac{1}{22000}$.

Drittes Beyspiel. Es sey $\pi'' = 0{,}9$; $\pi' = 0{,}1$. Also $m = 9$, $n = 1$; ferner $\lambda = 2$, $a = 10$, $b = 1$, $\alpha = 2$, $\beta = 3$. Man findet $\pi = \frac{1}{25}$, $k = 1 + \frac{677}{3000}$, und am Ende $t = 11{,}7$; also wiederum die Exponentialgrössen sogut als verschwunden, daher das Maximum auch hier anstatt einer Erhebungsgränze kann genommen werden.

Gleichwohl ist der Unterschied des zweyten Falles vom ersten, der kein Maximum mit sich bringt, nicht

unerheblich. Denn ein sehr geringer Druck, eine fremdartige Hemmung aus andern Ursachen, kann leicht das Maximum verfrühen und erniedrigen, da schon einige Zeit vorher die Geschwindigkeit des Steigens fast verschwunden seyn musste.

Das dritte Beyspiel erinnert daran, dass der Hemmungsgrad π sehr klein seyn muss, wenn in dem Hemmungsverhältnisse $m:n$ eine bedeutende Ungleichheit vorkommen soll. Der Vortheil, durch welchen die stärkere Complexion A der andern so weit überlegen ist, beruht darauf, dass ihr schwächerer Theil wenig Widerstand findet, während ihr starker Theil gegen den schwachen der andern Complexion mit starker Hemmung vordringt.

Noch ein Beyspiel, worin $\pi > p$, und welches auf ein Maximum für die stärkere Complexion hinweiset.

$$A = \begin{matrix} a \\ \| \\ \left\{\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix}\right. \\ \| \\ \alpha \end{matrix} \qquad \begin{matrix} p = \frac{1}{10} \\ \\ \\ \\ \pi = 1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b \\ \| \\ \left.\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}\right\} \\ \| \\ \beta \end{matrix} = B$$

Man findet hier $\pi' = \frac{32}{49}$, $\pi'' = \frac{17}{49}$, $k = 1 + \frac{117}{12225}$, $\pi' B - \pi'' A = \frac{24}{49}$, und fürs Maximum

$t = \frac{12225}{1117} \cdot 3{,}6889$, grösser als 36, über eine Minute, so dass längst zuvor die Exponentialgrössen als verschwunden gelten müssen. Merkwürdig ist hier dennoch die Wirkung der Complication, indem A bedeutend grösser ist als B. Im vorliegenden Fall kann der starke Theil von A, wegen des geringen p, das nicht zurückweisen, was er um des schwachen Theils willen zu leiden hat.

Hier ein Rückblick auf die Differentialquotienten. Wie A' und B' selbst, so hängen auch diese von zwey

Exponentialgrössen, aber nicht beyde auf gleiche Weise ab. Dasjenige Glied, worin e^{-t} vorkommt, ist negativ für die Complexion, welche ein Maximum hat; hingegen positiv für die andre. Jene steigt nur in so fern, als sie zugleich von der Exponentialgrösse e^{-kt} bestimmt wird.

Noch ist zu zeigen, dass es auch Beyspiele geben kann, worin die Zeit fürs Maximum kurz genug ausfällt, damit noch nach demselben die Vorstellungen eine merkliche Bewegung behalten. Um dies zu finden, muss ein grosses a, hingegen zwischen α, β, b, wenig Verschiedenheit angenommen werden.

Es sey $a = 990$, $\alpha = 10$, $A = 1000$; ferner $b = 12$, $\beta = 11$, $B = 23$; auch $p = \pi = 1$. Demnach $\pi' = \frac{B}{A+B} = \frac{23}{1023}$, $\pi'' = \frac{A}{A+B} = \frac{1000}{1023}$; $h = \frac{b}{B} = \frac{12}{23}$, $i = \frac{\alpha}{A} = \frac{10}{1000}$, $k - 1 = \pi'' h + \pi' i = 0{,}51024$; und $k = 1{,}51024$. Hieraus $t = 1{,}5462$ fürs Maximum; das heisst, ungefähr drey Secunden. Für diesen Werth von t sind die Exponentialgrössen noch keineswegs als verschwunden anzusehn, und die Complexionen sind noch ziemlich weit von ihren Gränzwerthen entfernt.

§. 39.

Wir gehen über zu drey zugleich steigenden Complexionen. Dieselben seyen $A = a + \alpha$, $B = b + \beta$, $C = c + \gamma$. Hierzu gehören sechs Hemmungsgrade; nämlich

p zwischen a und b
n . . . . . a . . . c
m . . . . . b . . . c

π zwischen α und β
ν . . . . . α . . . γ
μ . . . . . β . . . γ

Wie die Hemmungssumme zwischen a, b, c, zu bestimmen sey, desgleichen zwischen α, β, γ, wird als bekannt vorausgesetzt *). Für die folgende Rechnung aber das obige Verfahren beobachtend, werden wir die Grössen a, b, c, α, β, γ, sofern davon einige oder andere in die Hemmungssumme eingehn, auf A, B, C zurückführen. Daher muss jetzt ausser der obigen hB und iA noch eine Grösse gC vorkommen, wobei g, so wie vorhin h und i, zu bestimmen ist. Wäre z. B. die Hemmungssumme $= mc' + pb' + \pi\alpha' + \nu\gamma'$, so hätte man $pb' = hB'$, $\pi\alpha' = iA'$, und $mc' + \nu\gamma' = gC'$, daher auch $mc + \nu\gamma = gC$, und $g = \frac{mc + \nu\gamma}{C}$. Jedenfalls sind die drey Gleichungen folgende:

$$dA' = [A - A' - \pi'(iA' + hB' + gC')]\,dt$$
$$dB' = [B - B' - \pi''(iA' + hB' + gC')]\,dt$$
$$dC' = [C - C' - \pi'''(iA' + hB' + gC')]\,dt$$

wo π', π'', π''' wiederum die Vertheilung der jedesmaligen Hemmungssumme (welche bekanntlich im Wachsen begriffen ist) bedeuten; daher $\pi' + \pi'' + \pi''' = 1$.

Man multiplicire die zweyte Gleichung mit ϑ, die dritte mit ϑ', und addire alle drey Gleichungen. Also

$$\begin{aligned} dA' + \vartheta dB' + \vartheta' dC' + A'.[1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta']\,dt \\ + B'.[(1 + \pi'' h)\vartheta + \pi' h + \pi''' h\vartheta']\,dt \\ + C'\,[(1 + \pi''' g)\vartheta' + \pi' g + \pi'' g\vartheta]\,dt \\ = (A + \vartheta B + \vartheta' C).\,dt \end{aligned}$$

Jetzt sey $\vartheta = \dfrac{\pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta'}{1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta'}$

*) Psychologie §. 52.

und $\vartheta' = \frac{\pi' g + \pi'' g\vartheta + (1 + \pi''' g)\vartheta'}{1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta'}$

so folgt

$$\vartheta : \vartheta' = (\pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta') : (\pi' g + \pi'' g\vartheta + (1 + \pi''' g)\vartheta')$$

oder $h\vartheta' (\pi' + \pi''\vartheta + \pi'''\vartheta') = g\vartheta (\pi' + \pi''\vartheta + \pi'''\vartheta')$

oder kurz $\vartheta' = \frac{g}{h}\vartheta$

Dies für ϑ' in den Werth von ϑ substituirend, findet man aus

$$\vartheta(1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta') = \pi' h + (1 + \pi'' h)\vartheta + \pi''' h\vartheta'$$

zuvörderst

$$i(\pi'' h + \pi''' g)\vartheta^2 + h \cdot \pi' i - \pi'' h - \pi''' g)\vartheta = \pi' h^2$$

und nach der Auflösung der Gleichung ergeben sich die beyden Werthe:

1) $\vartheta = + \frac{h}{i}$

2) $\vartheta = - \frac{h\pi'}{\pi'' h + \pi''' g}$

wozu noch gehören die beyden Werthe von ϑ'

1) $\vartheta' = + \frac{g}{i}$

2) $\vartheta' = - \frac{g\pi'}{\pi'' h + \pi''' g}$

Man hat nun wie oben

$$dz + Fzdt = Const.\ dt$$

und hieraus $z = \frac{Const.}{F} \cdot (1 - e^{-Ft})$

Aber in jetziger Rechnung ist

$$F = 1 + \pi' i + \pi'' i\vartheta + \pi''' i\vartheta'$$

und $Const. = A + \vartheta B + \vartheta' C$

welche Grössen wegen ϑ und ϑ' zwey Werthe haben,

nämlich

1) $F = 1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g$

$$Const. = A + \frac{hB + gC}{i}$$

2) $F = 1$

$$Const. = A - \frac{Bh\pi'}{\pi'' h + \pi''' g} - \frac{Cg\pi'}{\pi'' h + \pi''' g}$$

Demnach

$$\frac{iA + hB + gC}{i(1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g)} \cdot (1 - e^{-(1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g)t})$$
$$= A' + \frac{h}{i} B' + \frac{g}{i} C'$$

und

$$\left(A - \pi' \cdot \frac{hB + gC}{\pi'' h + \pi''' g}\right)(1 - e^{-t}) = A' - \frac{h\pi' B' + g\pi' C'}{\pi'' h + \pi''' g} \text{ *)}$$

Um hieraus A', B' und C' zu finden, muss man zu den gegebenen Gleichungen zurückgehn. Aus

$$dA' = [A - A' - \pi'(iA' + hB' + gC')]\, dt$$

und $dB' = [B - B' - \pi''(iA' + hB' + gC')]\, dt$

wird durch Multiplication der zweyten mit $\frac{\pi'}{\pi''}$, und Subtraction von der ersten,

$$dA' - \frac{\pi'}{\pi''} dB' = \left[A - \frac{\pi'}{\pi''} B - \left(A' - \frac{\pi''}{\pi'} B'\right)\right] dt$$

also $\left(A - \frac{\pi'}{\pi''} B\right)(1 - e^{-t}) = A' - \frac{\pi'}{\pi''} B'$

und $B' = \frac{\pi''}{\pi'} A' - \left(\frac{\pi''}{\pi'} A - B\right) \cdot (1 - e^{-t})$

Man kann diesen Werth von B' substituiren; es ergiebt sich, wie zu erwarten,

*) Diese Gleichung ist eigentlich ein Inbegriff zweyer andern, welche, wie sogleich folgt, durch Elimination gefunden werden. Um dies zu bemerken, mag man entweder h oder $g = 0$ setzen.

$$C' = \frac{\pi'''}{\pi'} A' - \left(\frac{\pi'''}{\pi'} A - C\right) . (1 - e^{-t})$$

Also $\frac{h}{i} B' + \frac{g}{i} C'$

$$= \frac{h\pi'' + \pi''' g}{\pi' i} A' - \left(\frac{h\pi'' + g\pi'''}{\pi' i} A - \frac{hB + gC}{i}\right)(1 - e^{-t})$$

Man setze $1 + \pi' i + \pi'' h + \pi''' g = k$; so ist

$$\frac{iA + hB + gC}{ik} . (1 - e^{-kt}) = A' + \frac{h\pi'' + g\pi'''}{\pi' i} A'$$

$$- \left(\frac{h\pi'' + g\pi'''}{\pi' i} A - \frac{hB + gC}{i}\right)(1 - e^{-t})$$

oder $\pi' . \left(\frac{iA + hB + gC}{k}\right)(1 - e^{-kt}) = (k - 1) A'$

$$- [(h\pi'' + g\pi''') A - \pi' (hB + gC)] (1 - e^{-t})$$

mithin endlich

$$A' = \frac{\pi' . (iA + hB + gC)}{k . (k - 1)} (1 - e^{-kt})$$

$$+ \frac{(h\pi'' + g\pi''') A - \pi' (hB + gC)}{k - 1} (1 - e^{-t})$$

$$B' = \frac{\pi'' (iA + hB + gC)}{k . (k - 1)} (1 - e^{-kt})$$

$$+ \frac{(\pi' i + \pi''' g) B - \pi'' (iA + gC)}{k - 1} (1 - e^{-t})$$

$$C' = \frac{\pi''' (iA + hB + gC)}{k . (k - 1)} (1 - e^{-kt})$$

$$+ \frac{(\pi' i + \pi'' h) C - \pi''' (iA + hB)}{k - 1} (1 - e^{-t})$$

Nach verschwundenen Exponentialgrössen ist die letzte Hemmungssumme $iA' + hB' + gC' = \frac{iA + hB + gC}{k}$, indem die mit $(1 - e^{-t})$ multiplicirten Grössen sich aufheben, und $i\pi + h\pi'' + g\pi''' = k - 1$. Zur Rechnungs-

probe dient nun, dass die letzte Hemmungssumme hier, wie immer, dem noch nicht hervorgebrachten Vorstellen gleich seyn muss; also nach verschwundenen Exponentialgrössen

$$A - A' + B - B' + C - C' = \frac{iA + hB + gC}{k}.$$

Auf ganz ähnlichem Wege, wie dies oben für zwey Complexionen gezeigt worden, wird man finden

$$A - A' = A\left(1 - \frac{1 + \pi''h + \pi'''g}{k}\right) + \frac{\pi' hB + \pi' gC}{k}$$

$$B - B' = B\left(1 - \frac{1 + \pi' i + \pi'''g}{k}\right) + \frac{\pi'' iA + \pi'' gC}{k}$$

$$C - C' = C\left(1 - \frac{1 + \pi' i + \pi'' h}{k}\right) + \frac{\pi''' iA + \pi''' hB}{k}$$

Nun ist $1 - \frac{1 + \pi''h + \pi'''g}{k} = \frac{\pi' i}{k}$; $1 - \frac{1 + \pi' i + \pi'''g}{k} = \frac{\pi'' h}{k}$; $1 - \frac{1 + \pi' i + \pi'' h}{k} = \frac{\pi''' g}{k}$. Also die Summe jener Grössen $A + B + C - A' - B' - C'$

$$= (\pi' + \pi'' + \pi''')\frac{iA + hB + gC}{k}$$

und $\pi' + \pi'' + \pi''' = 1$; daher das Resultat wie voraus gesehen war.

Bey Vergleichung der jetzigen Rechnung für drey Complexionen mit jener für zwey dergleichen, ergiebt sich in den gefundenen Gleichungen eine so deutliche Analogie, dass man für vier und mehrere Complexionen ohne vorgängige Berechnungen die Formeln leicht treffen könnte. Dann würde auch der Gang des Beweises für das Zusammentreffen der Formeln mit dem Satze von der Gleichheit der Hemmungssumme und des noch zurückgehaltenen Vorstellens, eben so leicht gefunden werden.

Die Hauptsache ist, dass sich die Anzahl der Exponential-Grössen nicht vermehrt, und dass die Abänderung des Werths der Grösse k ebenfalls vor Augen liegt. Die Bewegung der Vorstellungen bleibt also wesentlich die nämliche, wie gross auch die Anzahl der zugleich steigenden Complexionen seyn möchte.

Die Mannigfaltigkeit der Bedeutungen, welche man den gefundenen Formeln geben kann, ist sehr gross; und soll hier nicht ins Einzelne verfolgt werden. Es muss genügen, etwas Specielles herauszuheben.

Es sey $b = c$, $\beta = \gamma$, also $B = C$. Ferner $p = n$, $\pi = \nu$; um nun zuvörderst die Hemmungs-Coefficienten π', π'', π''' zu bestimmen, muss man zu den Hemmungs-Verhältnissen für vollkommne Complexionen zurückgehn. Diese sind *) im Allgemeinen

$$\text{für } A\text{: } \left(\frac{bp+\beta\pi}{B} \quad \frac{cn+\gamma\nu}{C}\right) \cdot \frac{1}{A}$$

$$\text{für } B\text{: } \left(\frac{ap+\alpha\pi}{A} \quad \frac{cm+\gamma\mu}{C}\right) \cdot \frac{1}{B}$$

$$\text{für } C\text{: } \left(\frac{an+\alpha\nu}{A} \quad \frac{bm+\beta\mu}{B}\right) \cdot \frac{1}{C}$$

Sie vereinfachen sich unter den gemachten Voraussetzungen dergestalt, dass herauskommt

$$\text{für } A\text{: } 2\,(bp+\beta\pi)\,B$$

$$\text{für } B\text{: } B\,(ap+\alpha\pi) + A\,(bm+\beta\mu)$$

$$\text{auch für } C\text{: } B\,(ap+\alpha\pi) + A\,(bm+\beta\mu)$$

Auch so noch würden π', π'', π''' ziemlich verwikkelt ausfallen. Wir vereinfachen weiter durch die Annahme $p = \pi$, $m = \mu$; auch kann man noch $m = \mu = qp$ setzen, wo jedoch q nicht grösser als $= 2$ seyn

*) Psychologie §. 59, und im vorliegenden Hefte S. 56.

darf, weil der grösste Hemmungsgrad nicht grösser als höchstens die Summe der beyden kleinen seyn kann. Jetzt ergeben sich folgende Verhältnisszahlen:

für A, $2B$

für B und C, $(1+q)A$

Also $\pi' = \frac{B}{B+(1+q)A}$, $\pi'' = \pi''' = \frac{(1+q)A}{2(B+(1+q)A)}$ und $\pi' + \pi'' + \pi''' = 1$ wie gehörig.

Ferner, wenn $a > b$ und c, $\alpha > \beta$ und γ, so ist die Hemmungssumme für a, b, c gleich $pb+pc$, und für α, β, γ gleich $p\beta+p\gamma$, also die ganze Hemmungssumme $= 2p(b+\beta) = 2pB$. Es kann nun kein Theil von ihr durch A ausgedrückt werden, folglich ist $i = 0$; hingegen $hB = p(b+\beta)$, also $h = p$, und $gC = p(c+\gamma)$ $= p(b+\beta)$, also $g = p$. Mithin $k = 1 + p\frac{(1+q)A}{B+(1+q)A}$

Setzt man nun diese Werthe in die Formel für B' oder C', so zeigt sich gleich, dass derjenige Theil, welcher $1-e^{-t}$ enthält, Null wird; daher können B' und C' kein Maximum haben; sie nähern sich vielmehr einer Erhebungsgränze um desto geschwinder, je grösser k, das heisst, je grösser p und je kleiner B. Dies ist analog dem ersten Falle bey zwey Complexionen.

Jetzt sey $a > b$ und 0, aber $\alpha < \beta$ und γ. Die Hemmungssumme für a, b, c bleibe demnach $= pb+pc$, aber für α, β, γ sey dieselbe $= p\alpha \quad m\gamma$ oder $= p\alpha + pq\beta$. Hiemit $p\alpha = iA$, also $i = \frac{p\alpha}{A}$, ferner $pb+qp\beta = hB$, also $h = \frac{pb+qp\beta}{B}$, und $pc = gC$, also $g = \frac{pc}{C} = \frac{pb}{B}$. Es ist hier eine Zweydeutigkeit, die aber nicht

schadet; man könnte nämlich wegen $\beta = \gamma$ den Theil $qp\beta$ auch auf C zurückführen; allein in der Formel entsteht bey k und bey $hB + gC$ die gleiche Summe, und in dem Theile, welcher $1 - e^{-t}$ enthält, heben sich wegen $\pi'' = \pi'''$ und $B = C$ die Grössen, worin g und h vorkommen. Nun wird

$$k = 1 + \frac{B}{B+(1+q)A} \cdot \frac{p\alpha}{A} + \frac{(1+q)A}{2(B+(1+q)A} \cdot \left(\frac{pb+qp\beta}{B} + \frac{pb}{B}\right)$$

$$= 1 + \frac{p}{B+(1+q)A} \cdot \left(\frac{B\alpha}{A} + \frac{(1+q)A \,.\, (2b+q\beta)}{2B}\right)$$

und mit Weglassung der Grössen, die, wie so eben bemerkt, sich aufheben; überdies mit Beachtung, dass $\pi' = \pi'' \cdot \frac{2B}{(1+q)A}$,

$$B' = C' = \frac{p \cdot (1+q)A}{2(B+(1+q)A)} \left[\frac{\alpha + 2b + q\beta}{k \,.\, (k-1)} (1 - e^{-kt}) + \frac{\alpha}{k-1} \left(\frac{2B^2}{(1+q)A^2} - 1\right)(1 - e^{-t})\right]$$

woraus

$$\frac{dB'}{dt} = \frac{dC'}{dt} = \frac{p \,.\, (1+q)A}{2(B+(1+q)A)} \left[\frac{\alpha + 2b + q\beta}{k-1} e^{-kt} + \frac{\alpha}{k-1} \left(\frac{2B^2}{(1+q)A^2} - 1\right) e^{-t}\right]$$

und nachdem dies $= 0$ gesetzt worden, fürs Maximum

$$t = \frac{1}{k-1} \,.\, \log \frac{(1+q)A^2 \,.\, (\alpha + 2b + q\beta)}{\alpha[(1+q)A^2 - 2B^2]}$$

Wäre $a = \infty$, also auch $A = \infty$, so würde in $k - 1$ sowohl B neben $(1+q)A$, als auch $\frac{B\alpha}{A}$ verschwinden; demnach wäre $k - 1 = \frac{p(2b+q\beta)}{2B}$, und

$$t = \frac{2B}{p(2b+q\beta)} \,.\, \log \left(1 + \frac{2b+q\beta}{\alpha}\right)$$

welches für $q = 2$ sich verwandelt in

$$t = \frac{1}{p} \log \left(1 + \frac{2B}{\alpha}\right)$$

Gesetzt nun, p wäre $= \frac{1}{2}$, $B = 2$, $\alpha = 1$, so hätte man $t = 2$ log. nat. $5 = 3{,}21 \ldots$ Wiewohl nun dies nur eine Gränzbestimmung ist, so sieht man doch hinreichend, dass auch zwey schwächere Complexionen neben Einer stärkern in ziemlich kurzer Zeit zu einem Maximum können gebracht werden, von wo sie wieder herabsinken müssen.

Dass neben zwey stärkern Complexionen eine dritte schwächere, nachdem sie vom Maximum herabsank, auch ganz aus dem Bewusstseyn könne verdrängt werden, ist nicht zu bezweifeln. Hieher gehört Folgendes.

Zuerst muss der Gränzwerth für C' einfacher ausgedrückt werden, ohne ihn zu beschränken. Derselbe ist nach dem Vorhergehenden, indem wir die Exponentialgrössen weglassen:

$$C' = \frac{\pi'''(iA + hB + gC)}{k \,.\, (k-1} + \frac{(\pi' i + \pi'' h) C - \pi'''(iA + hB)}{k - 1}$$

Man multiplicire das zweyte Glied im Zähler und Nenner mit k, und setze $k = 1 + k - 1$, so kommt, da $k - 1 = \pi' i + \pi'' h + \pi''' g$,

$$C' = \frac{(k-1)C + (k-1)\left[(\pi' i + \pi'' h) C - \pi'''(iA + hB)\right]}{k \,.\, (k-1)}$$

$$= \frac{C(1 + \pi' i + \pi'' h) - \pi'''(iA + hB)}{k}$$

Soll nun dieser Gränzwerth Null seyn, das heisst, soll C in unendlicher Zeit aus dem Bewusstseyn verschwinden — so dass, wenn es noch kleiner ist, als nach dieser Bestimmung, es in endlicher Zeit verschwindet, — so hat man

$$C(1+\pi' i+\pi'' h)=\pi'''(iA+hB)$$

Hieraus C zu finden, kann wegen der Verwickelung in π', π'', π''', beschwerliche Rechnungen veranlassen; es genügt für jetzt, die sämmtlichen sechs Hemmungsgrade $p=n=m=\pi=\nu=\mu=1$ zu setzen. Dadurch werden die Hemmungsverhältnisse wie $\frac{1}{A}:\frac{1}{B}:\frac{1}{C}$, also

$$\pi'=\frac{BC}{BC+AC+AB},\ \pi''=\frac{AC}{BC+AC+AB},$$

$$\pi'''=\frac{AB}{BC+AC+AB}$$

mithin

$$C(BC+AC+AB+BCi+ACh)=AB(iA+hB)$$

Hier muss bemerkt werden, dass i und h sich in ihren Bedeutungen nach der jedesmaligen Hemmungssumme richten; da iA und hB jedesmal aus a oder α, und b oder β entstanden sind. Kommt weder a noch α in der Hemmungssumme vor, so ist $i=o$; kommt weder b noch β darin vor, so ist $h=o$; kommen b und β beyde in der Hemmungssumme vor, so liegen beyde in h, welches immer das Quotum von B bezeichnen muss, was in die Bestimmung jener Summe eingeht. Dies vorausgesetzt, so hat die Auflösung der Gleichung keine Schwierigkeit; denn aus $C^2[B(1+i)+A(1+h)]+ABC=AB(iA+hB)$ wird, falls $i=\frac{\alpha}{A}$, und $h=\frac{b}{B}$,

$$C^2+\frac{A^2B^2}{B^2(A+\alpha)+A^2(B+b)}\cdot C=\frac{A^2B^2(\alpha+b)}{B^2(A+\alpha)+A^2(B+b)}$$

Falls aber nichts von A in der Hemmungssumme vorkommt, dagegen sowohl b als β, so fällt i weg; und für unsere jetzige Annahme, dass alle Hemmungsgrade $=1$, wird auch $h=1$, indem das ganze B in die Be-

stimmung der Hemmungssumme eingeht. Dann hat man

$$C^2(B + 2A) + ABC = AB^2$$

Beyspiel. $\alpha = 1 \quad \beta = 3$
$a = 9 \quad b = 2$
$A = 10 \quad B = 5$

Da C unbekannt, so kennt man auch seine Theile c und γ nicht; und die Rechnung, welche nur das ganze C ergeben wird, lässt die Annahme frey, dass weder c noch γ gross genug sey, um aus der Bestimmung der Hemmungssumme wegzubleiben. Demnach wird

zwischen a, b, c die Hemmungsumme $2 + c$
zwischen α, β, γ . . . . . $1 + \gamma$

also ist $iA = 1$ und $hB = 2$; hiemit $i = \frac{1}{10}$ und $h = \frac{2}{5}$; daher giebt die Rechnung $C = 1{,}77\ldots$ Wie man dieses C auch theilen möchte, weder c noch γ kann gross genug seyn, um aus der Hemmungssumme wegzubleiben; die Theile c und γ bleiben demnach unbestimmt.

Zweytes Beyspiel, vergleichbar mit dem vorigen.

$\alpha = 5 \quad \beta = 3$
$a = 5 \quad b = 2$
$A = 10 \quad B = 5$

Hier ist zwischen a, b, c die H. S. $= 2 + c$
zwischen α, β, γ . . . . $3 + \gamma$

also $i = 0$, $h = 1$; und man muss die zweyte Formel brauchen; woraus $C = 2{,}3166$; grösser als vorhin, obgleich A und B unverändert blieben. Der Grund liegt vor Augen; die Hemmungssumme ist grösser, indem nicht α sondern β in sie eingeht. Die Theile c und γ sind auch hier unbestimmt.

§. 40.

Es ist noch übrig, von den unvollkommenen Complexionen das Nöthigste zu sagen. Zuerst muss in An-

sehung der sinkenden dasjenige ergänzt werden, was im grössern Werke nur obenhin und nicht ganz richtig angedeutet war; doch werden wir wegen der Verwickelung, die in dem Gegenstande liegt, uns auf zwey Complexionen beschränken; schon diese erfodern nicht weniger als zehn von einander unabhängige Grössen. Zur Vorbereitung dient

Erstlich: folgendes Schema

$$\begin{array}{cccc} a & r & \varrho & \alpha \\ p & & & \pi \\ b & r' & \varrho' & \beta \end{array}$$

a und α sind complicirt, jedoch nicht vollkommen, sondern nur deren Reste r und ϱ sind in die Verbindung eingegangen. Eben so r' und ϱ', die Reste von b und β. Zwischen a und b ist p der Hemmungsgrad; desgleichen π zwischen α und β.

Zweytens: folgende Abkürzungen: Man setze

$$\frac{a^2}{a^2+r\varrho} = (a) \qquad \frac{b^2}{b^2+r'\varrho'} = (b)$$

$$\frac{\alpha^2}{\alpha^2+r\varrho} = (\alpha) \qquad \frac{\beta^2}{\beta^2+r'\varrho'} = (\beta)$$

Daher auch

$$\frac{r\varrho}{a^2+r\varrho} = 1-(a) \qquad \frac{r'\varrho'}{b^2+r'\varrho'} = 1-(b)$$

$$\frac{r\varrho}{\alpha^2+r\varrho} = 1-(\alpha) \qquad \frac{r'\varrho'}{\beta^2+r'\varrho'} = 1-(\beta)$$

Die Entwicklung der Sache lässt sich nun ganz an die Betrachtung der vollkommnen Complexionen knüpfen. Wie dort, ist die Hemmungssumme der Inbegriff zweyer Hemmungssummen, nämlich zwischen a und b, und zwischen α und β. Nur das Hemmungsverhältniss ist verwickelt.

Die Einleitung zu gegenwärtiger Abhandlung schloss mit folgender Angabe der

$$\text{Hemmung des } B \text{ durch } A, = \frac{(ma + m'\alpha)x}{A \,.\, B}$$

$$\text{des } A \text{ durch } B, = \frac{(mb + m'\beta)x}{B \,.\, A}$$

Anstatt m und m' wollen wir die sonst gebrauchten Buchstaben p und π zurückführen; zugleich ist zu erinnern, dass (wie die Einleitung zeigte) der Ausdruck $\frac{am + \alpha m'}{A}$ an die Stelle des Hemmungsgrades m getreten war, wo die, von der Complexion $A = a + \alpha$ ausgehende, Hemmung des B sollte bezeichnet werden; eben so $bm + \beta m'$, wo B das Hemmende, A das Gehemmte ist. Anstatt des ersten dieser Ausdrücke schreibe man nun

$$\left(\frac{ap}{A} + \frac{\alpha\pi}{A}\right) \cdot \frac{1}{B}, \text{ und statt des zweyten}$$

$$\left(\frac{bp}{B} + \frac{\beta\pi}{B}\right) \cdot \frac{1}{A}$$

Für vollkommene Complexionen A und B verhält es sich so; allein diese Verhältnisszahlen müssen für unvollkommene Complexionen eine Abänderung erleiden. Denn wo sonst $A = a + \alpha$ stand, da ist jetzt a nicht mehr mit dem ganzen α verbunden, sondern ihm gehört von α nur noch der Rest ϱ, beschränkt durch die Aneignung im Verhältnisse $r : a$; oder kurz; die Complicationshülfe $\frac{r\varrho}{a}$. Ebenso: wo sonst B stand, da gehört dem b nur noch die Hülfe $\frac{r'\varrho'}{b}$. Ähnliches gilt von α und β. Um dies desto sicherer zu verstehen, überlege man, dass man anstatt A auch sagen kann: a, welches

verbunden ist mit α, oder: α, welches verbunden ist mit a. Beydes ist vollkommen gleichbedeutend, wenn eins mit dem andern ganz verbunden ist; aber es bleibt nicht gleichbedeutend, sondern spaltet sich in zwey Bedeutungen, wofern α nur theilweise mit a, und a nur theilweise mit α verbunden ist. A ist vermindert; aber auf zweyerley verschiedene Weise; und nun ist a, sofern es verbunden ist mit α, $= a + \frac{r\varrho}{a}$, und α, sofern es verbunden ist mit a, $= \alpha + \frac{r\varrho}{\alpha}$. Der Bruch $\frac{a}{A}$ ist nun $\frac{a^2}{a^2 + r\varrho}$; hingegen $\frac{\alpha}{A}$ ist nun so viel als $\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + r\varrho}$; denn A muss im erstern Falle dem a, im zweyten Falle dem α entsprechen. Also

anstatt $\frac{ap}{A}$ setze man $\frac{ap}{a + \frac{r\varrho}{a}} = \frac{a^2 p}{a^2 + r\varrho} = p(a)$

$\ldots \frac{\alpha\pi}{A} \ldots \ldots \frac{\alpha\pi}{\alpha + \frac{r\varrho}{\alpha}} = \frac{\alpha^2\pi}{\alpha^2 + r\varrho} = \pi(\alpha)$

$\ldots \frac{bp}{B} \ldots \ldots \frac{bp}{b + \frac{r'\varrho'}{b}} = \frac{b^2 p}{b^2 + r'\varrho'} = p(b)$

$\ldots \frac{\beta\pi}{B} \ldots \ldots \frac{\beta\pi}{\beta + \frac{r'\varrho'}{\beta}} = \frac{\beta^2\pi}{\beta^2 + r'\varrho'} = \pi(\beta)$

Nun fällt der Druck $p(a)$ von a, und $\pi(\alpha)$ von α, zwar auf B, aber B selbst ist zerfallen, und es giebt statt dessen zwey unvollkommene Verbindungen $b + \frac{r'\varrho'}{b}$ und $\beta + \frac{r'\varrho'}{\beta}$. Dies hat eine doppelte Folge.

Erstlich: der Druck $p(a)$ trifft unmittelbar b, und durch dieses auch dessen Complicationshülfe $\frac{r'\varrho'}{b}$. Also der Druck vertheilt sich in dem Verhältniss $b : \frac{r'\varrho'}{b}$, das ist $b^2 : r'\varrho'$; daher die Vertheilungsrechnung

$$(b^2+r'\varrho'):\begin{cases} b^2 \\ r'\varrho' \end{cases} = p(a):\begin{cases} p(a)\dfrac{b^2}{b^2+r'\varrho'} = p(a).(b) \\ p(a)\dfrac{r'\varrho'}{b^2+r'\varrho'} = p(a).[1-(b)] \end{cases}$$

Ebenso geschieht die Vertheilung der Drucke $\pi(\alpha)$, $p(b)$, $\pi(\beta)$; demnach

$p(a)$ theilt sich in $p(a).(b)$ und $p(a).[1-(b)]$
$\pi(\alpha) \ldots\ldots\ldots \pi(\alpha).(\beta) \ldots \pi(\alpha).[1-(\beta)]$
$p(b) \ldots\ldots\ldots p(b).(a) \ldots p(b).[1-(a)]$
$\pi(\beta) \ldots\ldots\ldots \pi(\beta).(\alpha) \ldots \pi(\beta).[1-(\alpha)]$

Zweytens: Um nun zu bestimmen, in welchen Verhältnissen a, b, α, β von der Hemmung leiden, muss man auch die Divisoren $\frac{1}{B}$ und $\frac{1}{A}$ gehörig abändern. Diese Divisoren bezeichnen den Satz: jede Vorstellung widersteht der Hemmung im umgekehrten Verhältniss ihrer Stärke. Das galt auch von B und A als vollkommnen Complexionen; jetzt gilt es von jeder einzelnen Vorstellung, sofern dieselbe mit ihrer Complicationshülfe eine Gesammtkraft ausmacht und als solche Widerstand leistet. Also hat man

für a den Divisor $\dfrac{1}{a+\frac{r\varrho}{a}} = \dfrac{a}{a^2+r\varrho} = \dfrac{(a)}{a}$

für b ..... $\dfrac{1}{b+\frac{r'\varrho'}{b}} = \dfrac{(b)}{b}$

für α den Divisor $\dfrac{1}{\alpha+\frac{r\varrho}{\alpha}} = \dfrac{(\alpha)}{\alpha}$

für β ..... $\dfrac{1}{\beta+\frac{r'\varrho'}{\beta}} = \dfrac{(\beta)}{\beta}$

Jetzt lässt sich Alles zusammenstellen. Man überlege, dass a einestheils unmittelbar den Druck von b, und anderntheils mittelbar wegen seines Restes r, der zur Complicationshülfe für α gehört, einen Druck von β leidet. Der erste ist $= p(b)(a)$; der zweyte ist $\pi(\beta)[1-(\alpha)]$. Ebenso leidet jede andere Vorstellung gleichfalls einen doppelten Druck, theils den unmittelbaren, theils den, welcher die von ihr ausgehende Hülfe trifft. Daher besteht die Verhältnisszahl für eine jede aus zwey Theilen mit Beyfügung des ihr gehörigen Divisors. Also

für a ist die Verhältnisszahl $\Big(p(b)(a)+\pi(\beta)[1-(\alpha)]\Big).\dfrac{(a)}{a}$

für b ..... $\Big(p(a)(b)+\pi(\alpha)[1-(\beta)]\Big).\dfrac{(b)}{b}$

für α ..... $\Big(\pi(\beta)(\alpha)+p(b)[1-(a)]\Big).\dfrac{(\alpha)}{\alpha}$

für β ..... $\Big(\pi(\alpha)(\beta)+p(a)[1-(b)]\Big).\dfrac{(\beta)}{\beta}$

So verwickelt nun die Vertheilungsrechnung, da man alle diese Verhältnisszahlen addiren, und alsdann die Summe ins Verhältniss zu jeder einzelnen stellen muss: so lassen sich doch zum Behuf willkührlicher Beyspiele auch einfachere Fälle herausheben. Was sich auf den ersten Blick darbietet, ist folgendes Verfahren: Nachdem die acht Grössen a, b, α, β, r, ϱ, r', ϱ' beliebig angenommen sind, so setze man

$$p(b)(a) = \pi(\beta)(\alpha), \text{ mithin } \frac{p}{\pi} = \frac{(\beta)(\alpha)}{(b)(a)}$$

Betrachtet man das Verhältniss der Hemmungsgrade $p : \pi$ hiemit als gegeben, so hat man noch die Wahl, entweder p oder π willkührlich anzunehmen; und die Verhältnisszahlen sind nun

für a, $\quad \pi(\beta)\,\frac{(a)}{a}$

für b, $\quad \pi(\alpha)\,\frac{(b)}{b}$

für α, $\quad p(b)\,\frac{(\alpha)}{\alpha}$

für β, $\quad p(a)\,\frac{(\beta)}{\beta}$

deren Summe $= (a)(\beta)\left[\frac{\pi}{a} + \frac{p}{\beta}\right] + (\alpha)(b)\left[\frac{\pi}{b} + \frac{p}{\alpha}\right]$

Den hierunter begriffenen Fällen werden andere, in welchen die Differenz $p(b)(a) - \pi(\beta)(\alpha)$ nicht gross ist, nahe kommen.

Für zugleich steigende unvollkommene Complexionen muss nun vorausgesetzt werden, man habe die Hemmungs-Coefficienten π', π'', π''', π'''', welche entstehn, indem jede einzelne Verhältnisszahl durch die Summe aller dividirt wird, bereits gefunden. Es sey die Hemmungssumme $= pb + \pi a$, so sind für die veränderlichen a', b', α', β' folgende Gleichungen anzusetzen:

1) $da' = (a - a' - \pi'(pb' + \pi a'))\,dt$
2) $d\alpha' = (\alpha - \alpha' - \pi''(pb' + \pi a'))\,dt$
3) $db' = (b - b' - \pi'''(pb' + \pi a'))\,dt$
4) $d\beta' = (\beta - \beta' - \pi''''(pb' + \pi a'))\,dt$

Mit Hülfe der früher schon gebrauchten Rechnungsarten ergiebt sich:

zuvörderst aus 2) und 3), indem $k = 1 + \pi''' p + \pi'' \pi$,

$$\alpha' = \frac{\pi''(pb + \pi a)}{(k-1).k}(1 - e^{-kt}) - \frac{p(\pi'' b - \pi''' a)}{k-1}(1 - e^{-t})$$

$$b' = \frac{\pi'''(pb+\pi\alpha)}{(k-1).k}(1-e^{-kt}) + \frac{\pi(\pi''b-\pi'''\alpha)}{k-1}(1-e^{-t})$$

Hieraus zunächst die Hemmungssumme

$$pb' + \pi\alpha' = \frac{pb+\pi\alpha}{k}(1-e^{-kt})$$

weil $\pi\pi'' + p\pi''' = k-1$; und indem diese Hemmungssumme in die beyden noch übrigen Gleichungen gesetzt wird,

$$a' = \left(a - \pi'\frac{pb+\pi\alpha}{k-1}\right)(1-e^{-t}) + \pi'\frac{pb+\pi\alpha}{k.(k-1}(1-e^{-kt})$$

$$\beta' = \left(b - \pi''''\frac{pb+\pi\alpha}{k-1}\right)(1-e^{-t}) + \pi''''\frac{pb+\pi\alpha}{k.(k-1)}(1-e^{-kt})$$

Ist die Hemmungssumme $pb + \pi\beta$, so wird man auf ähnliche Weise die Gleichungen 3) und 4) verbinden, und daraus 1) und 2) berechnen.

Ueber Kategorien und Conjunctionen.

In der Sprache liegen die Conjunctionen als Formen der Gedanken-Verknüpfung; in der Sprache suchte Aristoteles die Kategorien als Erkenntnissbegriffe; dem Anschein nach ganz verschiedene Dinge. Allein die Kantischen Kategorien bilden einen Übergang. Erkenntnissbegriffe wollen sie seyn, ähnlich den Aristotelischen; aber auch Formen der Verbindung. Durch die Art, wie sie aufgesucht wurden, stehn sie mit jenen im offenbaren Gegensatze. Aristoteles sagt:

Τῶν λεγομένων τὰ μὲν κατὰ συμπλοκὴν λέγεται· τὰ δὲ ἄνευ συμπλοκῆς. τὰ μὲν οὖν κατὰ συμπλοκήν· οἷον ἄνθρωπος τρέχει, ἄνθρωπος νικᾷ· τὰ δὲ ἄνευ συμπλοκῆς· οἷον ἄνθρωπος, βοῦς, τρέχει, νικᾷ. Und weiter: *Τῶν κατὰ μηδεμίαν συμπλοκὴν λεγομένων ἕκαστον ἤτοι οὐσίαν σημαίνει, ἢ ποσὸν, ἢ ποιὸν, ἢ πρός τι, ἢ ποῦ, ἢ ποτὲ, ἢ κεῖσθαι, ἢ ἔχειν, ἢ ποιεῖν, ἢ πάσχειν.* Hier ist beym Aufsuchen der Kategorien die Urtheilsform geradezu abgewiesen. Kant im Gegentheile wendet sich eben an die Urtheile, indem er, um die Kategorien vollständig zu finden, von jenen die bekannten Eintheilungen nach Quantität, Qualität, Relation und Modalität zusammenstellt.

Über Kategorien als Erkenntnissbegriffe, bey denen mit vollem Rechte die *οὐσία* an der Spitze steht, und die *ἀντικείμενα* wenigstens nachgeholt werden (im achten Capitel beym Aristoteles), ist schon anderwärts gesprochen*). Bey Gelegenheit der Conjunctionen wurde später bemerkt, dass deren genauere Betrachtung zugleich die Kantischen Kategorien trifft. Wie dies möglich sey, lässt sich im Allgemeinen leicht begreifen. Urtheile sind Verknüpfungen von Gedanken; ihre Eintheilungen geben verschiedene Formen der Verknüpfung; die Conjunctionen sind auch Formen der Gedanken-Verbindung; diesen und jenen Formen sind ähnliche psychische Gründe nachzuweisen, über welche die Sprache ihr eben so wichtiges als unwillkürliches Zeugniss ablegt. Dabey ist nicht zu vergessen, dass das Urtheilen die Form ist, welche das Denken beym Sprechen annimmt; nur begnügt sich dann das Denken nicht mit einzeln stehenden Urtheilen, sondern die Urtheile müssen auch unter einander verknüpft werden; und hier ist vorzugsweise der Ort für die Conjunctionen.

Bekanntlich nennen die Grammatiker copulative, disjunctive, conditionale, adversative, causale, concessive, conclusive, ordinative Conjunctionen; sie bemerken, dass dadurch bald einzelne Worte, bald Sätze, bald ganze Perioden verbunden werden. Das heisst: in der Vorstellungsmasse, welche durch eine oder mehrere Perioden ausgedrückt wird, giebt es für die Begriffe, welche den Nennwörtern, Zeitwörtern, Adverbien entsprechen, nicht bloss Verknüpfungen durch Flexionszeichen und durch Präpositionen; sondern die Gedanken-Bewegung, welche die kleinern und grössern Verknüpfungen durch-

*) Psychologie §. 124.

laufend das Gefüge der Vorstellungsmasse erkennen lässt, bedarf noch besonderer Fingerzeige, um verständlich zu machen, dass sie, von mehr oder weniger vesten Puncten ausgehend, bald gerade, bald in verschiedenen, oft wider einander stossenden Richtungen sich fortsetzt. Hieran hat die Urtheilsform zwar ihren Antheil, und kann nicht unerwähnt bleiben; aber auf einzeln stehende Urtheile kann man sich nicht beschränken; da vielmehr die innere Construction einer Vorstellungsmasse den eigentlichen Gegenstand der Untersuchung ausmacht.

Eine bloss analytische Untersuchung würde nicht weiter führen, als man längst war. Für eine bloss synthetische aber ist der Gegenstand zu schwierig. Man muss die Synthesis mit der Analysis verbinden; und vom Leichtesten ausgehn. Zur Anknüpfung dient das Evolutions-Vermögen einer Reihe; und da von der Sprache soll gehandelt werden, mögen die Buchstaben eines Wortes das nächste Beyspiel abgeben. Auf die Kategorien werden wir am Ende zurückkommen; voraussetzend, dass man vor Augen habe und vergleiche, was hierüber in der Psychologie schon war gesagt worden. Es wird sich finden, dass die Kantischen Kategorien in eine viel weitere Sphäre der Untersuchung müssen versetzt werden. Um diese Sphäre zu bezeichnen, sind die Conjunctionen genannt worden; man wird sich indessen nicht wundern, auch einige Bemerkungen über den Satzbau mit eingeflochten zu finden; denn es kommt überhaupt darauf an, die Sprache als einen Spiegel für die geistige Thätigkeit zu benutzen; wenigstens in so fern dies nöthig ist, um für jene Kategorien einen freyern Blick zu gewinnen.

Hiemit werden wir die Betrachtung einfacher Vor-

stellungen und der aus ihnen gebildeten einfachen Reihen überschreiten. Dies ist, falls man Ungeübte berücksichtigen will, schon ihrentwegen nothwendig; denn in den elementarischen Untersuchungen wissen sie sich gerade der Einfachheit wegen nicht zu orientiren. Für sie giebt es zuerst Dinge, das heisst, Complexionen von Merkmalen; aber schon daran haben sie Mühe sich zu gewöhnen, dass sie die Vorstellung eines Dinges als zusammengesetzt aus den Vorstellungen der Merkmale betrachten sollen; vollends stocken ihnen die Gedanken, wenn sie die Vorstellung eines bekannten Dinges als entstanden aus dessen vielen successiven Wahrnehmungen, und dann noch jede Wahrnehmung, die eine gewisse Dauer hatte, als ein Integral ansehn sollen, dessen Differential die momentane Wahrnehmung ist. Kommen nun Eigenschaften und Verhältnisse der Dinge an die Reihe, so meinen sie dabey bald das Ding, bald den Raum, bald die Zeit, bald die Verstandesbegriffe, bald das Ich, bald dies Alles zusammen als schon vorhanden annehmen und voraussetzen zu müssen, welches die richtige psychologische Ansicht verdreht und verdirbt. Daher Einwürfe, an deren Widerlegung man die Zeit verlieren würde. Schon deshalb ist es nothwendig, die Gewohnheiten des angelernten Kantianismus in ihrem ursprünglichen Sitze aufzusuchen. Aber auch abgesehen von den Ungeübten, kann man in der Erklärung der psychischen Thatsachen nicht umhin, sich auf die Zusammensetzungen einzulassen; weil bey dem ausgebildeten, zur Selbstbeobachtung fähigen Menschen die Vorstellungen schon längst nicht mehr einzeln stehn und einzeln wirken, sondern in ganzen Massen; dergestalt, dass selbst die Betrachtung der einzelnen Massen noch als elementarisch erscheint in Ver-

gleich gegen die geistige Thätigkeit im Ganzen genommen, welche durchgehends von mehrern Massen zugleich abhängt. Man wird aber kaum irgend eine bequeme Form der Darstellung, auch nur der Construction einer einzelnen Masse gewinnen können, wenn man sich nicht zuerst an die Sprache wendet. Kann man irgendwo die Gedankenbewegung, die von den innern Verbindungen der Vorstellungsmasse abhängt, als ein Object fassen, und vorlegen, als ob es ein stehender Gegenstand wäre, der sich der Beobachtung unterwerfen und für sie still halten müsste, — so ist es hier. Dazu kommt, dass die Muttersprache zu den bekanntesten und geläufigsten, die fremden Sprachen zu den gesuchtesten, zu den am meisten studirten Gegenständen gehören. Ferner, dass die Sprachen zu den ausgedehntesten, reichhaltigsten Systemen von Thatsachen unter allen, die sich der psychologischen Analyse darbieten, zu rechnen sind. Daher gilt hier wieder, was schon im ersten Hefte bemerkt wurde: wo ganze Systeme von Thatsachen auf einmal vorliegen, die man nicht vereinzeln kann, da muss es sich verrathen, ob die Erklärungen erkünstelt sind, oder sich ungezwungen auffinden liessen.

In einem Hauptpuncte freylich stehen die Thatsachen der Sprache weit zurück hinter denen, welche im ersten Hefte den Gegenstand der Untersuchung ausmachten. Die Sprachlehre hat nichts, was schon nach Zahl und Maass bestimmt wäre. Dagegen bot uns die Tonlehre ihre schon abgemessenen Intervalle dar; und wiewohl die vorgefundene Abmessung nicht genau richtig war, — da man sie aus dem ganz falschen Princip, Schallwellen mit Ton-Vorstellungen zu verwechseln, abgeleitet hatte, — so kam doch das ästhetische Urtheil zu Hülfe,

um das in jenen Abmessungen Verfehlte zu berichtigen. Ebenso beym Zeitmaasse. Bey weitem nicht soviel Genauigkeit lässt sich in der Auffassung des Factischen erreichen, wenn von Conjunctionen und vom Satzbau die Rede ist. Hinter einer reinen oder falschen Quinte, einer Terze und Sexte, einer Secunde und Septime, liegt der psychische Mechanismus lange nicht so fern und so tief verborgen als hinter dem Zwar und Doch, dem Entweder-Oder, den Partikeln ἄρα und γέ. Deshalb müssen wir dem Leser hier etwas Mehr zumuthen als dort, wo schon die Kenntniss der ersten Elemente hinreichen konnte. Hier, bey den Conjunctionen, ist auf den analytischen Theil der Psychologie zu verweisen; der Ursprung der Reihenformen (Raum, Zeit, Zahl, Grad u. s. w.) wird hier als bekannt angesehen; desgleichen der Ursprung der Negation, — oder wenn nicht als bekannt, dann als ein Solches, was jeder Einzelne seiner künftigen Untersuchung vorbehalten mag. Denn die Analyse der Conjunctionen führt nicht tiefer als bis auf Reihenform, Negation, Gewissheit und Ungewissheit; (unten 47). Wem noch das Zwischen — das Charakteristische aller Reihenformen — ein Räthsel ist, der muss nicht verlangen, dass man ihm das μέν und δέ, ja auch nur das τε und καί, und den Unterschied des τε vom einfachen δέ, psychologisch erkläre. Wer noch nicht gefragt hat, wie es zugehn möge, dass aus der kleinen Anzahl der Sprachlaute, welche das Alphabet anzeigt, die Worte so vieler Sprachen ihren Stoff hernehmen, — dass also die Bezeichnung der Gedanken weit mehr durch die Stellung der Sprachlaute in den Worten, als durch die Laute selbst erreicht wird, — dass eben diese Stellung schon von dem Kinde behalten und angeeignet

wird, indem es die Sprache lernt, statt deren es jede andere Sprache auch hätte lernen können, — dass für die unzähligen Genossen der nämlichen Sprache diese Stellung unverrückt bleibt, während die mindeste Veränderung auch den Sinn der Worte verändern kann, — dass die Vestigkeit dieser Stellung sich in den Sprachwurzeln selbst mitten unter den Flexionen und Ableitungen behauptet: wer für diese erste Bedingung der Sprache noch keinen psychologischen Grund verlangt hat, der ist auf dem Standpunkte unserer Untersuchung noch nicht angelangt.

Schon hier mag eine vorbereitende Bemerkung Platz finden, für welche weiterhin sich keine bequeme Stelle darbieten möchte. Als Sprach-Wurzellaute betrachtet man gewöhnlich nur die Consonanten, da die Vocale sich die mannigfaltigsten Abänderungen gefallen lassen. Allein es kommt nicht bloss auf die Consonanten, auch nicht bloss auf deren Stellung an. Niemand verwechselt *bald* und *Blatt;* obgleich in beyden Worten, da der Unterschied des *d* und *t* am Ende nicht hörbar ist, nach Wegnahme des Vocals nur die Laute *blt* in gleicher Stellung übrig bleiben. Dasselbe zeigt sich in den Worten *gilt* und *glitt,* wo auch nach Wegnahme des Vocals, in gleicher Stellung nur die Laute *glt* übrig bleiben. Und doch würde man eher *Geld* als *glitt* mit *gilt* verwechseln; und eher *glitt* als *galt* mit *glatt;* keins von diesen Worten aber mit *Geleit.* Eher bey etwas unrichtiger Aussprache den Imperativ *gleite* mit *kleide.* Offenbar kommt ausser der Stellung noch die Distanz der Consonanten in Betracht. In einem Falle liegt das *l* näher dem *t* oder *d;* im andern das *l* näher dem *g;* in *Geleit* ist das *l* vom *G* und vom *t* gesondert. Die Distanz hat Einfluss auf

die Reproductions-Gesetze, welche weiterhin den Hauptgegenstand der Betrachtung ausmachen werden. Fürs erste wollen wir nur die Thatsache: dass ein anscheinend so geringer Unterschied, wie der zwischen *geleiten, gleiten, gelten,* doch hinreicht, um durch das mehr oder weniger Successive der Laute *g, l, t,* ganz verschiedene Begriffe zu bezeichnen: mit einer andern, schon früher beleuchteten Thatsache zusammenstellen, nämlich dass der Unterschied des Successiven vom Simultanen die Melodie von der Harmonie trennt, und hiemit sogar ganz verschiedene ästhetische Urtheile begründet. Man denke an jene, im ersten Hefte gleich Anfangs erwähnte Frage von den verbotenen Quintengängen zurück. Unerlaubt ist, eine Stimme von *f* zu *a* oder *as*, und zugleich die andere Stimme von *c* zu *e* oder *es* fortschreiten zu lassen; aber der Accord *face* oder *fasces*, welcher die nämlichen beyden Quinten simultan in sich enthält, kommt oft genug im strengsten Satze vor. Darum bezog sich unsere Erklärung der verbotenen Quinten auf das, was sich im Übergange ereignet; und wird sich hier auf die Abstufung in der Verschmelzung beziehen.

Analytische Untersuchungen müssen einander aushelfen, und zwar dadurch, dass sie von verschiedenen Seiten her sich in der Verstärkung ihrer gemeinsamen synthetischen Grundlage vereinigen. Die Tonlehre dient den ersten Elementen zur Bestätigung; aus den Elementen ergiebt sich, was zur Erklärung der Reihenform, der Negation, der Gewissheit und Ungewissheit nöthig ist; die Richtigkeit dieser Erklärung wird bestätigt durch die Sprachlehre. Auf diese Weise muss man fortschreiten; und man würde es leichter als jetzt vermögen, wenn nicht Vorurtheile — alten und neuen Ursprungs —

im Wege ständen, die wir fürs erste umgehen, weiterhin zum Theil erwähnen werden.

1. Die Vorstellungen P und Π, deren Hemmungsgrad $= m$, seyen mit ihren Resten r und ϱ verschmolzen; dann beyde aus dem Bewusstseyn verschwunden. Jetzt erhebe sich P. Man setzt alle Neben-Umstände bey Seite, und fragt bloss nach der Reproduction des P, inwiefern zugleich ϱ durch r reproducirt wird.

Auch ohne Rechnung ist klar, dass mit ϱ eine wachsende Hemmungssumme hervortritt, die zwar Anfangs unbedeutend (wenn r, ϱ und m nicht gross sind), doch mehr und mehr theilweise der Erhebung des P selbst entgegenwirkt. Sie wird die Erhebungs-Grenze des P fortwährend erniedrigen; und P muss mit ϱ in ein solches Gleichgewicht treten, wie es durch die gegebenen Grössen bestimmt wird.

2. In wirklichen Fällen wird P nicht bloss mit Einem Π, sondern mit vielen verbunden seyn; es wird dafür viele verschiedene Reste r und ϱ geben, und die wachsende Hemmungssumme wird von ihnen allen zugleich ausgehn, besonders wenn auch noch die Π unter einander entgegengesetzt sind.

3. Nach diesen Vorerinnerungen ist das Evolutions-Vermögen, welches der Gesammt-Vorstellung eines Wortes zukommt, näher zu überlegen. Es sey das Wort Hamburg; und wir nehmen an, die Vorstellung der Stadt sey mit allen Buchstaben in diesem Worte gleich genau verbunden (wenn auch diese vorausgesetzte Gleichheit weiterhin einiger Beschränkung möchte unterworfen werden). Beyspielsweise sey nun das obige P hier der Vocal a, und Π der Vocal u. Wenn die Vorstellung der Stadt den Namen hervorruft, so werden a und u

gleichmässig gehoben, und würden hiedurch gleichzeitig ins Bewusstseyn treten. Allein der Name heisst nicht Humbarg sondern Hamburg; mithin war *a* schon im Sinken begriffen, als *u* hinzukam; hingegen *u* war ungehemmt, als von *a* nur noch ein Rest im Bewusstseyn war; diesem Umstande gemäss sind r und ϱ zu bestimmen *). Während r nur ein Theil von *a* ist, muss dagegen ϱ fast dem ganzen *u* gleich geschätzt werden; wenigstens ist hier $\varrho > r$.

Daraus ergiebt sich sogleich folgendes: Sollte dem Streben des P vollständig Genüge geschehn, so müsste nicht bloss P selbst, sondern auch ϱ zur Reproduction vollständig gelangen; an dem letztern wird aber desto mehr fehlen, je geringer r ist, von welchem die Reproduction des ϱ abhängt. Soll andererseits dem Streben des Π genügt werden, so muss mit Π auch r ganz hervortreten; dies letztere nun kann desto leichter geschehn, je kleiner r, und je grösser ϱ ist. Sieht man also auf das Ende der Reproductionen, so gelingt eine solche dem Π besser als dem P.

4. Dieser Umstand ist vollständiger zu überlegen; er gilt nicht bloss den Vocalen, sondern auch den Consonanten eines Wortes; er gilt allen entgegengesetzten Gliedern einer Vorstellungsreihe. Jedes vorhergehende Glied strebt die sämmtlichen nachfolgenden zu reproduciren, und zwar eben so weit, als sie mit ihm verschmolzen waren. Es ist aber Mehr von ihnen mit immer geringern Resten des vorhergehenden verschmol-

*) In dem gegebenen Beyspiele sind die beyden Vocale durch zwey Consonanten getrennt. Wäre nur ein Consonant dazwischen, so wäre r grösser; ständen drey oder mehr Consonanten dazwischen, so wäre r kleiner.

zen, als umgekehrt ein nachfolgendes Glied, da es noch fast ungehemmt eintrat, von den schon sinkenden vorhergehenden in sich aufnahm. Sieht man nun auf das zu reproducirende Quantum, so sollte das vorhergehende Glied beynahe die ganze Summe der nachfolgenden ins Bewusstseyn erheben; hingegen das nachfolgende hat nur die abgestuften Reste des vorigen zurückzurufen. Sieht man auf die Kraft: so wirkt das vorhergehende nur mit seinen abnehmenden Resten auf die folgenden, und die Abnahme der Reste richtet sich nach dem Abstande der weiter und weiterhin folgenden; hingegen das spätere Glied der Reihe hat mit seiner ganzen Stärke die Reste, die es beym Eintreten vorfand, sich angeeignet, kann also auch mit seiner ganzen Stärke (abgesehn von der Beschränkung durch die Hemmungsgrade, die auf beyden Seiten die Verbindung schwächen) zur Reproduction wirken. Das Ende der Reproduction fällt demnach so aus, dass dem Streben des Nachfolgenden mehr Erfolg, dem Streben des Vorhergehenden weniger Erfolg entsprechen wird.

5. Anders verhält sichs mit dem Anfange der Reproduction. Wenn mit dem ganzen Π der Rest r verbunden ist, so muss Π, falls es aus einem gehemmten Zustande eben jetzt erst wieder hervortrit, für jeden Grad seiner eignen Reproduction auch eine proportionale Reproduction des r anstreben. Hinwiederum, wenn mit dem Reste r das ganze Π verbunden ist, so ist zwar r nur ein Theil von P; und P, falls es aus einem gehemmten Zustande hervortrit, wirkt für jeden Grad seiner eigenen Reproduction nur in dem Verhältnisse $r : P$ dahin, dass auch Π, aber dieses ganz, wieder hervortrete. Wenn nun auch nicht das ganze Π, sondern

dessen Rest ϱ mit r verbunden ist, so bleiben wir doch bey der obigen Voraussetzung, dass $\varrho > r$; so dass Π der höchste Werth ist, welchen man dem ϱ beylegen kann. Der Anfang der Reproduction ist das, was wir nun genauer zu entwickeln haben.

6. Da hier die reproducirende Kraft als wachsend soll betrachtet werden, müssen wir die sonst gebrauchte Bezeichnung um etwas abändern.

Derjenige Rest von P, welcher mit dem Reste ϱ von Π verschmolzen ist, soll jetzt nicht mehr mit r, sondern mit R bezeichnet werden. Aber auch der Buchstabe ϱ muss jetzt, wie r, eine veränderliche Grösse bedeuten; daher wollen wir den constanten Rest von Π, welcher sonst ϱ hiess, für jetzt mit dem griechischen $\text{'}P$ benennen. Demnach ist die Verschmelzungshülfe für $\text{'}P$ nicht mehr mit $\frac{r\varrho}{\Pi}$ zu bezeichnen, sondern mit $\frac{R\text{'}P}{\Pi}$. Wenn R gleich Anfangs im Bewusstseyn wäre, und unverändert Stand hielte, so müsste die bekannte Formel für $d\omega$ so geschrieben werden:

$$\frac{R}{\Pi}(\text{'}P - \omega)\, dt = d\omega$$

Auch ist das eben erwähnte Verhältniss nicht, wie zuvor, durch $r : P$, sondern durch $R : P$ auszudrücken.

Es ist nun zwar nicht nöthig, das Gesetz zu bestimmen, wonach P reproducirt wird; allein soviel sieht man, dass diese Reproduction nicht ganz frey seyn kann (als ob plötzlich alle Hemmung für P verschwunden wäre); denn alsdann wäre Anfangs $d\omega = \frac{R\text{'}P}{\Pi}\, dt$, indem auch die Hülfe frey wirken würde. Unsre jetzige

Meinung ist aber, dass ihre Wirkung nur in Folge des allmählig hervortretenden R geschehe. Demnach muss auch P nur allmählig freyen Raum bekommen. Man weiss, dass in solchem Falle der Anfang des Hervortretens dem Quadrate der Zeit proportional ist*).

Die wachsende Freyheit des Hervortretens $= x$ kann alsdann bekanntlich für den Anfang als der Zeit proportional angesehen werden; also $x = nt$, wo n unbestimmt bleibt, und von den Umständen abhängen mag; t ist hier als das erste Glied von $1-e^{-t}$ zu betrachten; oder vielmehr von $\frac{1}{q}(1-e^{-qt})$ wo q ein ächter Bruch ist, und oft ein kleiner Bruch seyn kann. In dem Maasse, wie diese Freyheit wächst, wirkt P zu seinem *eignen* Hervortreten mit der *ganzen* Stärke seines noch gehemmten Theils**); aber nur in dem vorerwähnten Verhältnisse $R : P$, um den noch gehemmten Theil von $'P$ zu reproduciren. Heisst nun das wirksame Quantum von P jetzt r, so ist $r = Pnt$, und anstatt $\frac{r}{\Pi}$ $(\varrho - \omega)\ dt = d\omega$ haben wir

$$\frac{R}{P} \cdot \frac{Pnt}{\Pi}\ ('P - \omega)\ dt = d\omega$$

$$\text{oder } \frac{R}{\Pi} nt\,dt = \frac{d\omega}{'P-\omega}$$

$$\text{woraus } \omega = {}'P\left(1 - e^{-\frac{1}{2}\frac{Rn}{\Pi}t^2}\right)$$

Dieser Werth von ω entspricht, der Form nach, dem Werthe für die sich selbst reproducirende Vorstellung h, nämlich

*) S. 160—162 des ersten Hefts; wo man $Y = o$ setzen kann, wie wir es hier für $t = o$ voraussetzen.

**) A. a. O. mit der Stärke $h - Y$.

$$y = h\ (1 - e^{-\frac{1}{2}nt^2})$$

wenn h anstatt P, und $Y = o$ (a. a. O.) gesetzt wird, woraus man schliessen mag, dass auch wenn nicht bloss obenhin $x = nt$ genommen, sondern der freye Raum genauer bestimmt würde, die Reproduction durch Verschmelzung ähnlich der Art, wie P sich selbst reproducirt, ausfallen müsste; wie dies ohnehin zu erwarten ist. Indessen liegt immer noch eine bedeutende Modification im Exponenten, welcher von R und Π abhängt.

Man bemerke, dass r hier nicht der wirklich hervorgetretene Theil von P, sondern grösser ist; indem das Hervortreten allemal hinter der gegebenen Freyheit zurückbleibt.

Es kann aber nur für den Anfang $x = nt$ genommen werden; daher man nicht eine so schnelle Annäherung an die Erhebungsgränze, wie die Formel anzeigt, fortwährend erwarten darf.

7. Wir haben bisher P als die reproducirende Vorstellung betrachtet. Es sey nun umgekehrt Π die reproducirende; und ω' derjenige Theil von R, welcher durch $'P$, insofern es zur freyen Wirksamkeit gelangt, soll reproducirt werden. Um die Umstände gleich anzunehmen, soll wiederum die wachsende Freyheit $x = nt$ seyn. Anstatt der Formel $\frac{\varrho}{P}\ (r - \omega')\ dt = d\omega'$ haben wir nun, da $\varrho = \Pi nt$ seyn muss, und dessen Wirksamkeit durch das Verhältniss $'P : \Pi$ beschränkt wird:

$$\frac{'P}{\Pi} \cdot \frac{\Pi nt}{P}\ (R - \omega')\ dt = d\omega'$$

woraus $\omega' = R\left(1 - e^{-\frac{1}{2}\frac{'P_{tt}}{P}t^2}\right)$

8. Unsre Absicht ging dahin, (5) den Anfang der

beyden Reproductionen zu vergleichen. Löset man nun ω und ω' in eine Reihe auf, so ist

$$\text{von } \omega \text{ das Anfangsglied} = {}^{\epsilon}P \cdot \tfrac{1}{2}\frac{Rn}{\Pi}t^2$$

$$\text{von } \omega' \text{ das Anfangsglied} = R \cdot \tfrac{1}{2}\frac{{}^{\epsilon}Pn}{P}t^2$$

also beyde sind für $\Pi = P$ gleich; und im Bisherigen ist noch kein Grund zu erkennen, weshalb die Reproduction des einen oder des andern früher beginnen sollte; besonders da ein Glied mit t^3 nicht vorkommen kann, indem das zweyte Glied schon t^4 enthält. Würde man x genauer bestimmen, so käme zwar ein Glied mit t^3 zum Vorschein; aber es könnte nur unbedeutend gering ausfallen, so lange $x = nt$ eine hinreichende Annäherung gewährt. Daraus folgt nun, dass man die Betrachtung erweitern muss. Ohnehin liegt am Tage, dass weder P noch Π, falls keine andre Bestimmung hinzukommt, auf die Verschmelzungshülfe warten könne. Oben (3) ist angenommen worden, dass beyde gleichmässig gehoben werden. Welches nun auch das Gesetz der Erhebung seyn möge, die Hülfen, die sie einander gegenseitig leisten können, sind immer nur in so fern zur Wirksamkeit geeignet, als sie selbst schon von der Hemmung frey gemacht wurden, welcher sie bis dahin unterlagen.

9. Während P und Π zugleich freyen Raum bekommen, entsteht unter ihnen beym Steigen eine Hemmungssumme; und zwar schleunig wachsend, indem beyde sich gemäss dem Quadrate der Zeit erheben. Dadurch wird nicht der gegebene freye Raum vermindert, aber das wirkliche Hervortreten muss sehr bald eine Verzögerung erleiden. So können nicht bloss die Hül-

fen Zeit gewinnen, um zum Mitwirken zu gelangen, sondern nun kommt es auch noch darauf an, welche von den Hülfen mehr oder weniger geeignet sey, den Widerstand zu überwinden. Ob nun dieser Widerstand bloss von der Hemmungssumme, oder wovon sonst herrühren möge: wir wollen ihn mit α bezeichnen. Unter den Vorstellungen P und Π ist hier der oben bemerkte Unterschied, (4) welcher aus $R < {}^{\epsilon}P$ folgt. Das kleinere R soll dem grössern ${}^{\epsilon}P$, das grössere ${}^{\epsilon}P$ dem kleinern R zur Reproduction Hülfe leisten. Findet die zwiefache Reproduction Widerstand: so trifft derselbe mehr das grössere ${}^{\epsilon}P$, minder das kleinere R. Also wenn der Formel für $d\omega$ und $d\omega'$ ein negatives Glied wegen α beyzufügen ist, so kann man es für $d\omega$ durch $\frac{{}^{\epsilon}P}{R}\,\alpha$, hingegen für $d\omega'$ durch $\frac{R}{{}^{\epsilon}P}\,\alpha$ ausdrücken; indem die Verminderung des Wachsens (also des $d\omega$ und $d\omega'$) desto mehr beträgt, je geringer die Kraft im Verhältniss dessen was durch sie geschehen soll. Übrigens muss ω als Factor hinzukommen, weil, je grösser es schon ist, desto mehr sein Wachsen Widerstand erleidet. Demnach ist in der Formel für $d\omega$ noch das Glied $-\frac{{}^{\epsilon}P}{R}\,\alpha\omega dt$, für $d\omega'$ noch $-\frac{R}{{}^{\epsilon}P}\,\alpha\omega' dt$ beyzufügen. Also

$$\frac{Rn{}^{\epsilon}P}{i\Pi}\,tdt - \frac{Rn}{\Pi}\,\omega tdt - \frac{{}^{\epsilon}P}{R}\,\alpha\omega dt = d\omega$$

und $$\frac{{}^{\epsilon}PnR}{P}\,tdt - \frac{{}^{\epsilon}Pn}{P}\,\omega' tdt - \frac{R}{{}^{\epsilon}P}\,\alpha\omega' dt = d\omega'$$

10. Für den jetzigen Gebrauch lassen sich diese Formeln abkürzen. Bekannt ist, dass die Reihe für ω mit einem Gliede anfangen muss, worin t^2 vorkommt.

Ein solches entsteht aus tdt; dagegen aus ωdt ein Glied mit t^3, aus $\omega t dt$ ein Glied mit t^4 durch die Integration hervorgehn muss. Das letztere kann vernachlässigt werden, da nur kleine Werthe von t beabsichtigt sind. Beyde Formeln bekommen alsdann die Gestalt

$$btdt - c\omega dt = d\omega$$

und hieraus durch Integration

$$\omega = \frac{b}{c^2}\left[ct - 1 + e^{-ct}\right]$$
$$= \tfrac{1}{2}bt^2 - \tfrac{1}{6}bct^3 + \ldots$$

das heisst $\omega = \tfrac{1}{2}\dfrac{Rn'P}{\Pi}t^2 - \tfrac{1}{6}\dfrac{n'P^2}{\Pi}\alpha t^3 + \ldots$

und $\omega' = \tfrac{1}{2}\dfrac{'PnR}{P}t^2 - \tfrac{1}{6}\dfrac{nR^2}{P}\alpha t^3 + \ldots$

11. Unter der Voraussetzung $P = \Pi$ erleidet demnach ω' weniger, hingegen ω mehr Abzug in Folge des Widerstandes α; also $\omega' > \omega$; das heisst, P empfängt Anfangs mehr Hülfe von Π als es ihm leistet. Hiemit ist das frühere Hervortreten des P entschieden; und das um so mehr, da die Glieder, welche den Unterschied in sich tragen, nicht vom einfachen Verhältnisse $'P : R$, sondern vom quadratischen $'P^2 : R^2$ abhängen.

Was die Zeit anlangt: so kommt es hier darauf an, wie weit man $1 - e^{-t}$ annäherungsweise durch das blosse t darstellen kann. In der Abhandlung über die ursprüngliche Auffassung des Zeitmaasses*) ist bemerkt, dass für $t = \tfrac{1}{4}$ der Fehler noch nicht gross, und bis etwa $t = \tfrac{1}{2}$ noch eine leidliche Schätzung gestattet ist; auch dass $t = 1$ für ungefähr zwey Secunden kann genommen werden. Nun ist zwar die Länge

*) Erstes Heft, S. 174.

der Sylben eben sowohl als Geschwindigkeit des Sprechens sehr verschieden; da man jedoch allemal auf eine Secunde mehrere Sylben rechnen kann, so bedarf es gewiss keiner gar zu langen Zeit, damit beym Sprechen-Lernen die Verschmelzung der einzelnen Sprachlaute sich bilde, und wiederum damit beym Gebrauch der Sprache die Reproduction sich nach der Stellung, und selbst nach der Distanz der Buchstaben (wie in bald und Blatt) gehörig entwickele.

12. Ganz kurz muss hier nun noch an einen wichtigen Umstand erinnert werden. Wir haben vorhin $x = nt$ gesetzt. Dies hängt ab von der Voraussetzung, dass die Hemmungssumme, welche freyen Raum schafft, (6) momentan entstehe. Eine solche Annahme ist die einfachste, und in der angeführten Abhandlung über das Zeitmaass war sie die passendste, weil die Tactschläge wo möglich momentan seyn sollen, indem sie für sich keine Dauer haben, sondern das Dauernde abzutheilen bestimmt sind. Obgleich nun die Hemmungssumme momentan entsteht, (man vergleiche im ersten Hefte, S. 159, die Worte: es entsteht durch h_2 eine neue Hemmungssumme,) so sinkt sie dennoch successiv, und zwar Anfangs nahe proportional der Zeit; daher $x = nt$. Allein dies verhält sich anders, sobald die Hemmung der eben vorhandenen Vorstellungen durch eine solche neue Wahrnehmung bewirkt ist, welche nicht als momentan kann betrachtet werden, sondern eine merkliche Zeit verbraucht. Im Grunde geschieht es so bey jeder sinnlichen Wahrnehmung, selbst bey denen des Gehörs, obgleich hörbare Tactschläge sich noch am ersten als momentan betrachten lassen. Nimmt man nun Rücksicht auf die Dauer ei-

ner Wahrnehmung, so ist die daraus entstehende Hemmungssumme eine wachsende oder überhaupt eine veränderliche Grösse. Gesetzt (um das Einfachste anzunehmen), die Empfindung behalte während ihrer Dauer einerley Stärke $= \beta$, so entsteht daraus ein Vorstellen $= z = \varphi\,(1 - e^{-\beta t})$, wo φ die Empfänglichkeit bedeutet, und hieraus, wenn man durch π den Grad des Gegensatzes gegen die vorhandenen Vorstellungen andeutet, eine Hemmungssumme

$$v = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\left(e^{-\beta t} - e^{-t}\right)$$

nämlich wenn $v =$ für $t = o$. Das augenblickliche Sinken dieser Hemmungssumme $= v\,dt$ ergiebt das Gesunkene nach Verlauf der Zeit t,

$$\int v\,dt = \frac{\pi\beta\varphi}{1-\beta}\left[\frac{1}{\beta}(1-e^{-\beta t}) - (1-e^{-t})\right]$$

In eine Reihe aufgelöset enthält dieser Ausdruck keine Constante, auch nicht t in der ersten Potenz; sondern die Reihe beginnt mit $\frac{1}{2}\,\varphi\,\beta^2\,t^2$. Über dies Alles mag die vollständigere Auseinandersetzung am gehörigen Orte*) verglichen werden; hier brauchen wir nur das

*) Psychologie §. 94, 95, und 97. Im §. 97 hat man statt $\int v\,dt - az - bz^2 - y$ zu setzen $(\int v\,dt - az - bz^2)\,(h - y)$ in Folge der Berichtigung, welche im ersten Hefte dieser Untersuchungen S. 160 gegeben worden. Auch mag noch bemerkt werden, dass wegen $a = \frac{S}{\beta\varphi}$ nicht völlig $S = o$ anzunehmen, und von den schon berechneten Werthen von Z nur einer in Gebrauch zu ziehen ist, um b zu bestimmen. Dies reicht aber auch hin, da nur für den Anfang der Zeit, oder für sehr kurze Zeiten, die Rechnung gelten soll; überdies ist S genau genommen niemals vollkommen $= o$, wie dies §. 95 der Psychologie schon erinnert worden, und ein geringer Werth von S kann als zureichend betrachtet werden.

Resultat in Ansehung des freyen Raums, welcher durch die sinkende Hemmungssumme geschafft wird.

Mag eine neue Wahrnehmung, (oder irgend ein andrer Grund) gleichmässig anhaltend diejenige Hemmung herbeiführen, welcher nachgebend die vorhandenen Vorstellungen entweichen, so dass die ältere, der neuen Wahrnehmung gleichartige (oder irgend welchem Grunde der Reproduction entsprechende), nun Freyheit zum Hervortreten gewinnt: diese Freyheit richtet sich immer nach dem Entweichen des Hindernisses, das heisst, nach dem Sinken der Hemmungssumme; und wächst folglich gemäss dem Quadrat der Zeit, wofern dies Sinken in solcher Art fortschreitet. Daher müssen wir, falls die Hemmungssumme nicht momentan entsteht, sondern auf die vorbeschriebene Weise zugleich anwächst und sinkt, das obige x nicht mehr $= nt$, sondern $x = nt^2$ setzen; und hiernach die Rechnung verändern.

Hiemit wird $r = Pnt^2$, und eben so $\varrho = \Pi nt^2$. Ferner giebt

$$\frac{Rnt^2}{\Pi}\,[{}^{\epsilon}P - \omega)\;dt = d\omega$$

nunmehr $\omega = {}^{\epsilon}P\left(1 - e^{-\frac{1}{3}\frac{Rn}{\Pi}t^3}\right)$

und eben so $\frac{{}^{\epsilon}Pnt^2}{P}\;(R - \omega')\;dt = d\omega'$

giebt $\omega' = R\left(1 - e^{-\frac{1}{3}\frac{{}^{\epsilon}Pn}{P}t^3}\right)$

Desgleichen $\frac{Rn{}^{\epsilon}P}{\Pi}\,t^2dt - \frac{Rn}{\Pi}t^2\omega dt - \frac{{}^{\epsilon}P}{R}\,\alpha\omega dt = d\omega$

und $\frac{{}^{\epsilon}PnR}{P}\,t^2dt - \frac{{}^{\epsilon}Pn}{P}\,t^2\omega' dt - \frac{R}{{}^{\epsilon}P}\,\alpha\omega' dt = d\omega'$

können jetzt, da noch mehr als vorhin zur Weglassung des Gliedes mit t und ω, Grund vorhanden ist, abgekürzt durch

$$bt^2dt - c\omega dt = d\omega$$

ausgedrückt werden, woraus sich ergiebt

$$\omega = \frac{b}{c^3} \cdot (c^2t^2 - 2ct + 2 - 2e^{-ct})$$

$$= b \cdot (\tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{1}{12} ct^4 + \ldots$$

das heisst $\omega = \dfrac{Rn'P}{3\Pi} (t^3 - \frac{1}{4} \dfrac{'P}{R} at^4 + \ldots)$

und $\omega' = \dfrac{'PnR}{3P} (t^3 - \frac{1}{4} \dfrac{R}{'P} at^4 + \ldots)$

Man wird wohl nicht zweifeln, dass in Ansehung des schleunigen Hervorspringens reproducirter Vorstellungen, diese Formeln der Erfahrung noch besser entsprechen als die vorigen. Auch die Wirkung des Widerstandes, worauf es uns hier hauptsächlich ankommt, zeigt sich noch mehr beschleunigt.

13. In Bezug auf das obige Beyspiel (in 3) könnte man sich nun so ausdrücken: Wenn wir an die Stadt Hamburg denken, und hiemit uns des Namens erinnern, so mag immerhin das a und das u gleich genau mit dem Gedanken der Stadt selbst verbunden seyn; es mögen auch die Umstände, dass dem a mehr vom u inwohnt, aber schwächer, hingegen dem u weniger vom a, jedoch vollständiger, verschmolzen ist, einander gegenseitig compensiren; (daher in 8 noch kein Unterschied zum Vorschein kam): dennoch wird das a seinen Vortritt vor dem u behalten, weil es von diesem nachdrücklicher gegen den Widerstand unterstützt wird, als es seinerseits dem u zu Hülfe kommen kann (11).

Dasselbe Verhältniss, wie hier, ist zwischen jedem

vorhergehenden und allen seinen nachfolgenden Gliedern, desgleichen zwischen jedem nachfolgenden und allen seinen vorhergehenden Gliedern einer Reihe.

14. Fasst man aber die Sache allgemeiner, so ist nicht zu übersehen, dass jede Hülfe nur bis zum Verbindungspuncte wirkt. Hebt sich eins der vorhergehenden Glieder, so wird es von der Hülfe der hintersten Glieder bald verlassen, nämlich sobald es den Verbindungspunct übersteigt, welcher bestimmt wurde als die Reihe sich bildete. Damals konnte mit dem hintersten nur noch der geringste Rest des vorhergehenden verschmelzen. Ein grösserer Rest verband sich mit jedem näher stehenden unter den nachfolgenden Gliedern. Die gesammte Hülfe läuft demnach in so fern von hinten nach vorn, als die minder entferntern länger mitwirken können.

15. Wir haben angenommen, die Hauptreproduction, welche von dem Gedanken zu dem Namen geht, sey vollkommen gleichförmig (3). Ganz streng richtig kann dies nicht seyn, da die ersten Buchstaben noch vor der Hemmung durch die folgenden mit dem Gedanken complicirt wurden. Im Beyspiele war die Sylbe *Ham* früher mit der Vorstellung der Stadt verbunden, ehe die andre Sylbe *Burg* dazu kam. Hingegen die folgenden Glieder der Reihe — hier die Laute der zweiten Sylbe, — wurden vernommen, indem die vorigen schon hemmend einwirkten, und die Complication des Gedankens mit dem Namen um etwas verminderten. Wenn nun ein solcher Unterschied nicht als völlig unbedeutend zu vernachlässigen ist (welches jedoch allermeistens der Fall seyn möchte,): so liegt schon in der Haupt-Reproduction ein Grund, weshalb der

Name vom Anfangs-Buchstaben ausgehend ins Bewusstseyn trit.

16. Wenn dagegen die Haupt-Reproduction nicht von einer ganz oder doch beynahe gleichmässigen Complication des Gedankens und des Namens bestimmt wird: so ist ein Streit zwischen ihr und jenen partialen Reproductionen der einzelnen Buchstaben unter einander leicht möglich. Alle diese partialen Reproductionen zusammen wollen wir die innere Reproduction nennen. Diese ist wenig verschieden bey den Namen Hamburg, Homburg, Homberg, Amberg u.s.w. Daher werden geringe Neben-Umstände Anlass zu Verwechselungen geben können, wenn nicht die Haupt-Reproduction durch eine starke Complication gesichert ist.

17. Den Namen einer Stadt haben wir als Beyspiel eines Worts in Bezug auf den dadurch bezeichneten Gedanken gewählt. Bey kurzen Worten wird der Lauf des Denkens nicht merklich durch Reproduction der Worte aufgehalten; hingegen lästig wäre jenes bekannte Distichon

conturbabantur Constantinopolitani
innumerabilibus sollicitudinibus

schon weil der Gedanke der bedrängten Stadt nicht leicht so lange unentwickelt still hält als der Ausdruck fodert, auch wenn die Verse ihren Rhythmus nicht so unbeholfen fühlbar machten. Die innern Reproductionen müssen zu Stande kommen während der Zeit, die ihnen der Gedankenfluss willig zugesteht. Man wird übrigens von solchen überlangen Worten beym Lesen weit weniger gestört als beym Hören, weil beym Lesen, welches schneller geht, nur eine höchst geringe Evolution der Reihe von Sylben und Buchstaben nöthig ist, um den Gedanken zu erkennen.

18. Ferner sind Worte überhaupt als Beyspiele für solche Reproductionen zu betrachten, da mit Erhebung Eines Gedankens eine Vorstellungsreihe sich evolviren muss. Andre Beyspiele würden mancherley Fertigkeiten liefern können, in deren Ausübung kaum eine Succession bemerkt wird, z. B. das Anziehen oder Ablegen eines Kleidungsstückes, nachdem die nöthigen Handgriffe so geläufig wurden, dass man ihre Folge kaum noch gewahr wird.

19. In den bisher betrachteten Fällen ist die Reproduction wesentlich der besimmten Form einer Reihe unterworfen. Sie bleibt es noch, wenn wir, zurückkehrend zu Worten und Namen, die benannten Gegenstände als eine Reihe betrachten. Wer etwa die sieben römischen Könige nach ihrer Folge hersagen will, der entwickelt eine Reihe von Personen so, dass bey jeder einzelnen Person der Gedanke zugleich die Evolution der Buchstabenreihe fodert, welche in jedem Namen liegt. Die Haupt-Reproduction aber geht hier von dem Begriffe der römischen Könige aus; und in Beyspielen wie dieses wird es schon merklich, dass eine genaue Gleichmässigkeit der Complication, welche zum Grunde liegt, nicht immer darf erwartet werden. Man denkt wohl eher an den Servius Tullius als an den Tullus Hostilius, eher an den Tarquinius Superbus als an den Ancus Marcius; und man darf sich nicht zu sehr in das Eigene eines Jeden vertiefen, wenn die Reihe als solche hervortreten soll.

20. Was an solchen Reihen zu beachten am nöthigsten ist, das wollen wir mit dem Ausdrucke specifische Schwere bezeichnen. Nämlich jedes Glied derselben besteht selbst aus entgegengesetzten Gliedern; in

diesen liegt eine Hemmungssumme, die bey der Reproduction allmählig hervortretend anfangs mehr die hintern, später mehr die vordern Theile drückt, im Ganzen aber auch der Haupt-Reproduction entgegenwirkt, und von jeder zufällig gerade vorhandenen Hemmung muss unterschieden werden.

Es ist nicht zu verkennen, dass hiebey ein Maximum der Gegenwirkung vorkommen muss. Denn Anfangs erheben sich die vordern Theile, gegen den Widerstand unterstützt durch die hintern; dann treten mehr und mehr die länger anhaltenden Geschwindigkeiten der Reste jener vordern Theile hervor, wodurch die hintern gehoben werden (nach der frühern Abhandlung *)), je mehr aber die hintern gewinnen, desto geringer wird das Quantum dessen, was von den vordern bis zu deren Verschmelzungspuncten im Bewusstseyn zu halten ist (nach 4.). Die Hemmungssumme, welche zuvor im Wachsen begriffen war, vermindert sich demnach, indem ihr zufolge die vordern Theile wirklich sinken. So geschieht es in jedem einzelnen Gliede der Hauptreihe. In dem Beyspiele jenes Distichons (17) liegt eine solche Hebung und Senkung, also ein Maximum, zunächst in dem Worte *conturbabantur*; dann eine zweyte Hebung und Senkung in dem: *Constantinopolitani*; u. s. f. Der Gedanke, welcher sich in dem Distichon ausspricht, muss demnach umgekehrt bey der Reproduction jedes einzelnen Wortes eine Hemmung und wiederum eine Erleichterung erfahren.

21. Erweitert man diese Betrachtung von einzelnen Worten auf die Sätze, aus welchen die Perioden bestehn, so ergiebt sich von selbst, dass lange Sätze und seltene Interpunctionen auf ähnliche Art lästig werden müssen,

*) Der letzten des ersten Heftes.

wie die vielsylbigen Worte. Sie strengen an, weil eine zu lang anwachsende Hemmungssumme durch den Gedanken getragen seyn will, der für sich allein schneller forteilen würde.

22. Hier aber stossen wir auf das sonderbare Misverhältniss zwischen der Sprache, welche genöthigt ist alle Worte in die gerade Linie einer Zeitreihe zu stellen, und der, davon vielfach abweichenden, innern Construction der Gedanken. Man bemerkt dies am leichtesten, wenn ein räumlicher Gegenstand, mit seinen drey Dimensionen, und mit den verschiedenen Eigenschaften seiner einzelnen Theile, soll beschrieben werden; wozu die Reihe der Worte, die nur Eine Dimension haben kann, durchaus nicht passt.

23. An einem Körper kann jeder hervorragende Punct als Anfang oder als Ende vieler, von dort ausgehenden, oder dorthin zusammenlaufenden und wider einander stossenden Reihen angesehn werden. Wie nun eine von solchen Vorstellungsreihen sich bey der Auffassung gebildet hat, so wird sie unter Umständen bereit seyn, sich zu reproduciren; aber in der vollständigen Auffassung liegen alle diese Reihen; und wenn auch die Reproduction nicht vollständig ist, so lässt sich doch erwarten, dass mehrere dieser Reihen zugleich anfangen hervorzutreten. Alsdann aber reproduciren die Glieder der Reihen einander gegenseitig im Durchgehen durch das Zwischenliegende. Es beginnt eine Gestaltung theils nach innen (wie wenn man den Zusammenhang der Strassen einer Stadt durchläuft), theils nach aussen (wie wenn man sich die Umgegend ins Gedächtniss ruft).

24. Gesetzt, die Gedankenfäden, welche durch die Sprache sollen bezeichnet werden, seyen auch geeignet,

mehrfach von Einem Puncte auszugehn, und in einander zurückzulaufen, ja einander hemmend zu begegnen: so muss die Sprache nicht bloss den Vorrath des Gedachten mit Namen belegen, sondern auch ihre unpassende Form der gerade fortgehenden Zeitreihe verbessern.

Nun wenden wir uns, schon der Deutlichkeit wegen, zu analytischen Betrachtungen, welche die Grammatik veranlassen kann, indem sie auf die Formen der Gedanken-Verknüpfung aufmerksam macht. Weniger Licht aber möchte die conventionelle Grammatik der neuern Sprachen geben, als die natürliche und reichhaltige der alten; und wiederum liegt uns weniger an dem kunstreichen Ausdrucke der rhetorisch gebildeten Schriftsteller, als an der Sprachweise solcher, die ungezwungen dem Gedankenflusse folgen, und ihn so zeigen, wie er den einfachen Gesetzen des psychischen Mechanismus am nächsten bleibt. Während nun die periodische Schreibart klassischer Auctoren ohne Zweifel vorzugsweise geeignet ist, von der Ausbreitung verschiedener Gedankenreihen, die in Einer Vorstellungsmasse liegen, ein Zeugniss abzulegen; ja man möchte sagen, ein anschauliches Bild darzubieten: wollen wir doch fürs erste noch diejenigen Conjunctionen und Flexions-Zeichen bei Seite setzen, welche jedem Theile einer Periode seinen Platz und Zusammenhang anweisen; denn es ist zuerst nöthig, solche Beyspiele vor Augen zu haben, wie sie auch der Kindersprache eigen sind, die noch keinen in sich verwickelten Gedanken auszudrücken im Stande ist. Wir wählen zu Beyspielen zuerst den Homer; wo wir neben grosser Fügsamkeit der Sprache auch für mannigfaltige Verflechtung der Gedanken, doch den einfachen kindlichen Ausdruck, wenn er hinreicht, nicht verschmähet

finden. Weiterhin könnten etwa Beyspiele von Xenophon und von Cäsar folgen, denen die Rhetorik zwar zu Gebote stand, die sich aber nicht von ihr beherrschen liessen. Weniges wird hinreichen, was Andere weit vollständiger ausführen mögen.

25. Als die einfachste Gedanken-Verbindung, der eine blosse Reihenbildung der Vorstellungen zum Grunde liegt, wird diejenige erscheinen, welche in den, von den Grammatikern so genannten copulativen Conjunctionen ihren Ausdruck findet. Allein hier müssen wir sogleich einen Unterschied bemerklich machen; nämlich den zwischen der bloss copulativen und der cumulativen Form. Das deutsche Sowohl — als auch ist cumulativ; das deutsche Und wird oft als hinreichend gebraucht, wo der Lateiner durch sein wiederholtes *et* die Cumulation andeutet; das griechische *καί* entspricht dem lateinischen *et*; wo aber der Grieche die blosse Copulation, ohne cumulative Absicht, ausdrückt, da bedient er sich des einfachen *δέ*, welches Homer ohne Scheu vor der Eintönigkeit immer wiederholt, so lange der Gedanke keine andere Anknüpfungsweise verlangt. So in dem Verse

Δούπησεν δὲ πεσών, ἀράβησε δὲ τεύχε' ἐπ' αὐτῷ.

Desgleichen: — *Πάτροκλος δὲ φίλῳ ἐπεπείθεθ' ἑταίρῳ,*
ἐκ δ' ἄγαγε κλισίης Βρισηίδα καλλιπάρῃον,
δῶκε δ' ἄγειν· τὼ δ' αὖτις ἴτην παρὰ νῆας Ἀχαιῶν.
ἡ δ' ἀέκουσ' ἅμα τοῖσι γυνὴ κίεν· *)

und mit wenigen Unterbrechungen über zwanzigmal in der Erzählung von der Wunde, die Odysseus auf der Jagd empfing **):

ἦμος δ' ἠέλιος κατέδυ, καὶ ἐπὶ κνέφας ἦλθε,

*) Iliados I, 345.

**) Odyss. XIX, 426.

δὴ τότε κοιμήσαντο, καὶ ὕπνου δῶρον ἔλοντο,
ἦμος δ' ἠριγένεια φάνη ῥοδοδάκτυλος ἠώς,
βάν ῥ' ἴμεν ἐς θήρην ἠμὲν κύνες, ἠδὲ καὶ αὐτοὶ
υἱέες Αὐτολύκου. μετὰ τοῖσι δὲ δῖος Ὀδυσσεὺς
ἤϊεν· αἰπὺ δ' ὄρος προσέβαν καταειμένον ὕλῃ
Παρνησσοῦ· τάχα δ' ἵκανον πτύχας ἠνεμοέσσας.
— —
— —
οἱ δ' ἐς βῆσσαν ἵκανον ἐπακτῆρες· πρὸ δ' ἄρ' αὐτῶν
ἴχνη ἐρευνῶντες κύνες ἤϊσαν· αὐτὰρ ὄπισθεν
υἱέες Αὐτολύκου· μετὰ τοῖσι δὲ δῖος Ὀδυσσεὺς
ἤϊεν ἄγχι κυνῶν, κραδάων δολιχόσκιον ἔγχος.
ἔνθα δ' ἄρ' ἐν λόχμῃ πυκινῇ κατέκειτο μέγας σῦς·
— —
— —
— —
— —
τὸν δ' ἀνδρῶν τε κυνῶν τε περὶ κτύπος ἦλθε ποδοῖϊν,
ὡς ἐπάγοντες ἐπῆσαν· ὁ δ' ἀντίος ἐκ ξυλόχοιο
φρίξας εὖ λοφιὴν, πῦρ δ' ὀφθαλμοῖσι δεδορκὼς,
στῆ ῥ' αὐτῶν σχεδόθεν· ὁ δ' ἄρα πρώτιστος Ὀδυσσεὺς
ἔσσυτ', ἀνασχόμενος δολιχὸν δόρυ χειρὶ παχείῃ,
οὐτάμεναι μεμαώς· ὁ δέ μιν φθάμενος ἔλασεν σὺς
γουνὸς ὕπερ· πολλὸν δὲ διήφυσε σαρκὸς ὀδόντι
λικριφὶς ἄΐξας, οὐδ' ὀστέον ἵκετο φωτός.
τὸν δ' Ὀδυσσεὺς οὔτησε τυχὼν κατὰ δεξιὸν ὦμον,
ἀντικρὺ δὲ διῆλθε φαεινοῦ δουρὸς ἀκωκή·
κὰδ δ' ἔπεσ' ἐν κονίῃσι μακών· ἀπὸ δ' ἔπτατο θυμός.
τὸν μὲν ἄρ' Αὐτολύκου παῖδες φίλοι ἀμφεπένοντο·
ὠτειλὴν δ' Ὀδυσσῆος ἀμύμονος, ἀντιθέοιο
δῆσαν ἐπισταμένως· ἐπαοιδῇ δ' αἷμα κελαινὸν
ἔσχεθον· αἶψα δ' ἵκοντο φίλου πρὸς δώματα πατρός.

Kurz vor dieser Stelle findet sich eine andre cumulative, wo das Gastmahl des Autolykos beschrieben wird *).

αὐτίκα δ' εἰσάγαγον βοῦν ἄρσενα πενταέτηρον·
τὸν δέρον, ἀμφί θ' ἕπον, καί μιν διέχευαν ἅπαντα,
μίστυλλόν τ' ἄρ' ἐπισταμένως, πείράν τ' ὀβελοῖσιν,
ὤπτησάν τε περιφραδέως, δάσαντό τε μοίρας.

wo das *τε* ebenso ungescheut wiederholt wird, wie zuvor das *δέ*.

26. Hier gleich mag eine der allerhäufigsten Anknüpfungen der Homerischen Redeweise bemerkt werden; nämlich durch die Partikel *ἄρα* oder *ῥα*. Der Sinn ist weder copulativ, noch cumulativ; die Rede schreitet dadurch nicht fort; sie verbindet nicht eins und ein anderes; sondern sie bleibt auf derselben Stelle, oder bey dem, was man zunächst erwarten konnte; oder sie führt auf den Punct wieder zurück von dem sie ausging. Daher steht diese Partikel, wo es heisst, so habe Einer gesprochen. Z. B. Ilias XIII, 125: *ὣς ῥα κελευτιόων γαιήοχος ὦρσεν Ἀχαιούς*; Ilias XIII, 754: *ἦ ῥα, καὶ ὥρμηθη*; 821: *ὣς ἄρα οἱ εἰπόντι*. Oder bey Gleichnissen, wie Ilias XIII, 198:

ὥστε δύ' αἶγα λέοντε, κυνῶν ὑπὸ καρχαροδόντων
ἁρπάξαντε, φέρητον ἀνὰ ῥωπήϊα πυκνά,
ὑψοῦ ὑπὲρ γαίης κατὰ γαμφηλῇσιν ἔχοντε·
ὣς ῥα τὸν ὑψοῦ ἔχοντε δύω Αἴαντε κορυστὰ
τεύχεα συλήτην.

Desgleichen ebendaselbst 334:

ὡς δ' ὅθ' ὑπὸ λιγέων ἀνέμων σπέρχωσιν ἄελλαι
ἤματι τῷ, ὅτε τε πλείστη κόνις ἀμφὶ κελεύθους,
οἵτ' ἄμυδις κονίης μεγάλην ἰστᾶσιν ὁμίχλην·
ὣς ἄρα τῶν ὁμόσ' ἦλθε μάχη.

*) v. 420.

Und XV, 361:

ἔρειπε δὲ τεῖχος Ἀχαιῶν
ῥεῖα μάλ', ὡς ὅτε τις ψάμαθον πάϊς ἄγχι θαλάσσης,
ὅστ' ἐπεὶ οὖν ποιήσῃ ἀθύρματα νηπιέῃσιν,
ἄψ αὖτις συνέχευε ποσὶν καὶ χερσὶν, ἀθύρων.
ὣς ῥα σὺ, ἦϊε Φοῖβε, πολὺν κάματον καὶ ὀϊζὺν
σύγχεας Ἀργείων.

In andern Stellen findet sich dieselbe Partikel schon in den Gleichnissen eingeschaltet, mit der nämlichen Bedeutung, dass hier die Erzählung nicht fortschreitet, z. B. Ilias XIII, 795:

οἱ δὲ ἴσαν, ἀργαλέων ἀνέμιων ἀτάλαντοι ἀέλλῃ,
ἥ ῥά θ' ὑπὸ βροντῆς πατρὸς Διὸς εἶσι πέδονδε.

Ähnlichen Stillstand bezeichnet der Vers:

ὣς ἔφαθ'· οἱ δ' ἄρα πάντες ἀκὴν ἐγένοντο σιωπῇ.

Hier ist Stillstand in der Begebenheit, obgleich Fortschritt zu andern Personen; und auch so noch ist das *ἄρα* das Gegentheil von *δὲ*, durch welches immer die Vorstellungsreihe wächst, indem zu deren vorigen Gliedern ein neues hinzukommt *).

*) In der Schrift des Aristoteles von den Kategorien kommt das *ἄρα* nicht häufig, aber an folgenden Stellen vor:

1) III, 22: *εἰ μὴ ἄρα τις ἐνίσταιτο, φάσκων κ. τ. λ.*
2) IV, 9: *τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν αὐτὸ καθ' αὑτό, ἀλλ' ἢ ἄρα κατὰ συμβεβηκός.*
3) IV, 11: *εἰ μὴ ἄρα τὸ πολὺ τῷ ὀλίγῳ φαίη τις εἶναι ἐναντίον.*
4) IV, 14: *εἰ γάρ ἐστι τὸ μέγα τῷ μικρῷ ἐναντίον, τὸ δ' αὐτό ἐστιν ἅμα μέγα καὶ μικρόν· καὶ αὐτὸ ἑαυτῷ ἂν εἴη ἐναντίον. ἀλλὰ τῶν ἀδυνάτων ἐστιν, αὐτὸ ἑαυτῷ τι εἶναι ἐναντίον. οὐκ ἔστιν ἄρα τὸ μέγα τῷ μικρῷ ἐναντίον.*
5) VI, 20: *εἰ ἔστιν ἡ δικαιοσύνη τῇ ἀδικίᾳ ἐναντίον, ποιὸν δὲ ἡ δικαιοσύνη· ποιὸν ἄρα καὶ ἡ ἀδικία.*
6) VI, 26: *τῶν δὲ καθ' ἕκαστον οὐδὲν αὐτό, ὅπερ ἐστὶν, ἑτέρου λέγεται· οἷον ἡ γραμματικὴ οὐ λέγεταί τινος γραμματική· οὐδὲ ἡ μουσικὴ τινὸς μουσική. ἀλλ' ἢ ἄρα κατὰ τὸ γένος καὶ αὗται*

27. Man kann von hier übergehen zu dem *μέν* und *δέ*, dessen eigentliche Bedeutung in dem Auseinander-

τῶν πρός τι λέγονται· οἷον ἡ γραμματικὴ λέγεταί τινος ἐπιστήμη, οὐ τινὸς γραμματική· κ. τ. λ.

Vielleicht sind dies die sämmtlichen Stellen; viele andere wird man in der genannten Schrift nicht mehr finden. Wir wollen sie, den Zusammenhang andeutend, übersetzen. Man mag die Stellen im Zusammenhange nachlesen.

1. Der Begriff des Dinges gestattet Gegensätze, ohne sich zu vervielfältigen; ein und derselbe Mensch ist bald warm bald kalt, bald zu tadeln bald zu loben. Bey den andern Kategorien zeigt sich so etwas nicht, wenn nämlich hier nicht Jemand widerspricht, indem er sagt, u. s. w.

2. Ursprünglich nennt man Quantum nur das schon Erwähnte; alles andre nur gemäss einer Nebenbestimmung. — Also nur das Erwähnte; von Anderem hingegen nichts an und für sich, sondern, wie gesagt, nur gemäss einer Nebenbestimmung.

3. Wenn nicht hier Jemand sagt, Viel sey das Gegentheil vom Wenig.

4. Wenn das Grosse vom Kleinen das Gegentheil, und Einerley zugleich gross und klein ist (nämlich in verschiedenen Vergleichungen), so wäre Einerley sein eigenes Gegentheil. Aber das kann nicht seyn. Demnach ist das Grosse nicht das Gegentheil vom Kleinen.

5. Wenn die Gerechtigkeit das Gegentheil von der Ungerechtigkeit, und die Gerechtigkeit eine Beschaffenheit ist, so ist demnach auch die Ungerechtigkeit eine Beschaffenheit.

6. Einzelnes ist das, was es ist, nicht eines Andern. So die Grammatik nicht Grammatik von Etwas, Musik nicht Musik von Etwas. Sondern nur nach dem Gattungsbegriff, wie gesagt, gehören beyde zu dem, was sich auf Anderes bezieht. So ist die Grammatik ein Wissen von Etwas. (Kurz vorher hatte Aristoteles schon gesagt: *σχεδὸν ἐπὶ πάντων τῶν τοιούτων τὰ γένη τῶν πρός τι λέγεται.* Ebenso verhält es sich bey der zweyten der angeführten Stellen; es wird hier wie dort unzweydeutig eine Wiederholung durch das *ἄρα* zu erkennen gegeben.)

Nun heisst *ἄρα* nicht nämlich, denn nämlich bedeutet namentlich; es heisst nicht hier, denn hier bezeichnet einen Ort; es heisst nicht wie gesagt, denn das setzt ein Sagen voraus; es heisst auch nicht demnach, denn darin liegt ein Nach. Aber

treten nach verschiedenen Richtungen besteht, ohne dass jedoch eins über dem andern aus den Augen verloren wird; daher häufig der Sinn bloss copulativ zu seyn scheint, während man ihn bey genauerer Betrachtung vielmehr cumulativ findet, aber mit Unterscheidung dessen, was zusammengehäuft wird. In der nämlichen Rhapsodie der Ilias, woraus die vorigen Beyspiele entnommen waren, spricht Poseidon mit dem Idomeneus; am Ende des Gesprächs trennen sie sich, v. 239:

ὣς εἰπὼν, ὁ μὲν αὖτις ἔβη θεὸς ἀμπόνον ἀνδρῶν·
Ἰδομενεὺς δ' ὅτε δὴ κλισίην ἐΰτυκτον ἵκανεν, etc.

Ebenso Ilias XIV, 224, wo Here und Aphrodite sich trennen, und nach verschiedenen Seiten fortgehn:

ἡ μὲν ἔβη πρὸς δῶμα Διὸς θυγάτηρ Ἀφροδίτη,
Ἥρη δ' ἀΐξασα, λίπεν ῥίον Οὐλύμποιο

und daselbst 286, wo der Gott des Schlafs zurückbleibt,

ἔνθ' ὕπνος μὲν ἔμεινε, πάρος Διὸς ὄσσε ἰδέσθαι
— — —
Ἥρη δὲ κραιπνῶς προσεβήσατο Γάργαρον ἄκρον.

Auffallend ist das verlegene Hinschauen nach entgegengesetzten Seiten in den Worten des Eurymachos zum Odysseus, nachdem Antinoos gefallen war, Odyssee XXII, 45:

alle diese unsere Ausdrücke bezeichnen ein Stillstehen, Anhalten des Gedankenflusses. Dieses giebt das ἄρα zu erkennen. Daher passt es bey Einwendungen; bey Wiederholungen und Rückweisungen; bey Folgerungen, indem es auf deren Prämissen zurückweiset. Eben darum giebt es unzählige Stellen, worin man es mit also übersetzen kann, ohne dadurch ein Fortrücken des Gedankens auszudrücken. Im Anfange der Republik sagt Platon: *ἠνίξατο ἄρα, ὡς ἔοικεν, ὁ Σιμωνίδης ποιητικῶς τὸ δίκαιον ὃ εἴη*; und einige Zeilen weiter: *τὸ τοὺς φίλους ἄρα εὖ ποιεῖν, καὶ τοὺς ἐχθροὺς κακῶς, δικαιοσύνην λέγει.* In beyden Stellen wird nur ein Gedanke vestgehalten, der schon ausgesprochen war.

εἰ μὲν δὴ Ὀδυσσεὺς Ἰθακήσιος εἰλήλουθας,
ταῦτα μὲν αἴσιμα εἶπες, ὅσα ῥέζεσκον Ἀχαιοὶ,
πολλὰ μὲν ἐν μεγάροισιν ἀτάσθαλα, πολλὰ δ' ἐπ' ἀγροῦ.
ἀλλ' ὁ μὲν ἤδη κεῖται, ὃς αἴτιος ἔπλετο πάντων,
Ἀντίνοος — —
— —
νῦν δ' ὁ μὲν ἐν μοίρῃ πέφαται· σὺ δὲ φείδεο λαῶν.

Sehr verschieden würde hier das *μέν* im Deutschen lauten. „Wenn du denn wirklich gekommen bist — zwar jenes hast du mit Recht gesagt, — theils im Hause, theils auf dem Lande, — aber jener dort liegt gestraft — und Du schone." Das Gemeinschaftliche in allen diesen *μέν* ist nur der Gegensatz, in den jetzigen Umständen gegen die frühern, im Recht und Unrecht, in den Orten und den Personen.

Auf den ersten Blick scheint hiervon die cumulative Bedeutung, die man häufig findet, weit abzuweichen. Z. B. bey Xenophon gleich auf den ersten Blättern der Cyropädie, wo das *μέν* und *δέ* fast unserem nicht nur sondern auch entspricht: *Κύρῳ γοῦν ἴσμεν ἐθελήσαντας πείθεσθαι, τοὺς μὲν, ἀπέχοντας παμπόλλων ἡμερῶν ὁδὸν, τοὺς δὲ, καὶ μηνῶν, τοὺς δὲ, οὐδ' ἑωρακότας πώποτε αὐτὸν, τοὺς δὲ, καὶ εὖ εἰδότας, ὅτι οὐδ' ἂν ἴδοιεν.* Und weiterhin: *ὥςε πάντα μὲν πόνον ἀνατλῆναι, πάντα δὲ κίνδυνον ὑπομεῖναι τοῦ ἐπαινεῖσθαι ἕνεκα;* (nicht nur Mühe sondern auch Gefahr). Dagegen heisst es unmittelbar zuvor, wo die Eltern des Cyrus genannt werden, einerseits und andererseits, *πατρὸς μὲν — μητρὸς δέ.* Man bemerkt aber leicht, dass diese letztere Bedeutung in die cumulative übergeht, sobald dasjenige, was zu einem andern hinzukommen soll, zuvor als demselben gegenüberstehend betrach-

tet wird. Das deutsche nicht nur trägt eine Negation hinein, die in dem μέν genau genommen nicht liegt. Noch weniger aber darf man diese Negation in das griechische τε — τε, oder τε und καί hineinlegen, welche Partikeln beyde rein affirmativ sind, und nicht einmal den Gegensatz des Einerseits und Andererseits in sich tragen. Das μέν und δέ hält die Glieder, deren eins zum andern kommen soll, nur bestimmt auseinander; und die Cumulation wird nicht so unmittelbar ausgedrückt, wie die in dem τε und καί.

28. Die deutschen Conjunctionen Zwar und Aber führen dagegen immer auf einen solchen Gegensatz, der, ganz ausgesprochen, eine Negation erfodern würde. Z. B. zwar klein aber stark; zwar kräftig aber rauh; zwar stolz aber ehrlich. Bey der Kleinheit würde man die Stärke nicht erwarten, an dem Kräftigen ist die Rauhheit nicht zu loben, des Stolzes wegen will man den Charakter nicht verwerfen. Hier enthält das Aber die Verneinung, welche das Zwar schon von fern, als entgegentretend, anmeldete. Deutlicher trit beydes hervor, wenn die beyden Conjunctionen vor ganzen Sätzen stehn. Z. B. Zwar die Blüthe stand gut, aber die Frucht ist abgefallen; zwar der Vortheil ist gering, aber die Ehre ist gross. Hier enthält die Vorstellungsmasse, welche sich entwickelt, zwey Vorstellungsreihen, deren eine sich wider die von der andern herrührende Hemmung hervorarbeitet. Daher ist das Zwar nicht häufig im Munde der Kinder; die Hemmung hält es zurück. Eben dahin gehört das Obgleich, und überhaupt alle concessiven Conjunctionen. Viel freygebiger sind sie mit dem Aber, dem Doch, den adversativen Partikeln; in welchen die Negation hervorbricht,

und nicht erst, wie im Zwar, als eine künftige vorausgesehen wird. Übrigens mag bemerkt werden, dass ausser der, in dem Aber schon liegenden Negation auch eine unmittelbar ausgesprochene vorhanden seyn kann. Man vergleiche die vier Fälle:

zwar *M*, aber *N*,
zwar nicht *M*, aber *N*,
zwar *M*, aber nicht *N*,
zwar nicht *M*, aber auch nicht *N*,

welche Formeln sich leicht von Begriffen auf ganze Sätze erweitern lassen.

Den deutschen Adversativ-Conjunctionen entspricht das griechische ἀλλά, aber, sondern, doch. Z. B. Ilias I, 387, wo Achill über den Agamemnon klagt:

ἀλλ' οὐκ Ἀτρεΐδῃ Ἀγαμέμνονι ἤνδανε θυμῷ,
ἀλλὰ κακῶς ἀφίει, κρατερὸν δ' ἐπὶ μῦθον ἔτελλε.

Aber es gefiel ihm nicht, — sondern er gab übeln Bescheid. Etwas früher v. 280:

εἰ δὲ σὺ κάρτερός ἐσσι, θεὰ δέ σε γείνατο μήτηρ,
ἀλλ' ὅγε φέρτερός ἐστιν.

Wenn du stärker bist, er ist doch mächtiger. Man sieht hier den Unterschied des copulativen δέ vom adversativen ἀλλά.

Das deutsche Sondern ist das Gegenstück zum Zwar. Dies letztere lässt eine kommende Negation voraussehn; jenes, das Sondern, hält die Erinnerung an die schon vorübergegangene Negation vest, indem es dasjenige anmeldet, was an den Platz des Verneinten treten soll. Das Doch ist der Ausdruck des Bestehens wider eine Hemmung; es ist weniger geeignet, das Hemmende selbst zu bezeichnen. Man sagt etwa: ich möchte wohl, aber ich habe dazu kein Geld; nicht leicht hingegen:

ich möchte wohl, doch ich habe dazu kein Geld. Eher so: ich möchte wohl, doch will ich weder Geld noch Zeit daran wenden; welche Redensart das Veststehen anderer Entschlüsse ungeachtet dessen, was sie wankend machen könnte, verkündigt.

29. Im Begriff zu den disjunctiven Conjunctionen überzugehn, erwähnen wir das Weder — Noch; worin die Cumulation des Sowohl — Als auch verborgen liegt, aber mit der Verneinung verbunden, die auf dem Anstossen an die Hemmung beruht *). Aus dem Weder entspringt das Entweder, und hiemit auch das Oder. Das Entweder enthält eine Negation, die man zurückzunehmen bereit ist, wenn sie auf das andere Glied fiele, welches durch Oder angekündigt wird. Die lateinische Sprache hat dafür nicht bloss ihr *aut — aut*, sondern auch ihr *utrum, — an*, und überdies die Adjectiv-Form *uter*, so wie die griechische ihr *πότερον* und *πότερος*. Daneben besitzt jene noch das *uterque*, jeder von beyden, welches wir durch unser gewöhnliches beyde nur unvollkommen ersetzen, denn hier fehlt die Gegenüberstellung der zusammengefassten Glieder. Die griechische Sprache hat das *ἑκάτερος*, welches sammt dem *ἕκαστος* von *ἑκάς*, ferne, abstammt; und hiemit deutlicher als unser Je — Der anzeigt, man solle je-Einen getrennt vom andern betrachten, obgleich man sie so, wie zwey räumlich entfernte Gegenstände, beyde zugleich vor Augen hat.

Wenn für einen Zweck unter mehrern Sachen oder Personen soll gewählt werden: so wird das oder der erste sich darbietende entweder gefallen oder nicht. Gefällt es, so wäre die Wahl vollzogen, aber noch an-

*) Psychologie §. 123.

dere bieten sich dar; damit ist sie aufgeschoben. Es entsteht nun Ungewissheit, weil nur Eins kann gebraucht oder angeschafft werden. Gefällt es nicht: so wäre es verworfen; aber die andern sich darbietenden sind vielleicht nicht besser; damit ist das Verwerfen aufgeschoben. Es entsteht wieder Ungewissheit, weil Eins muss gebraucht werden. Im ersten Falle wird durch das Entweder Oder eine Position zurückgehalten; im andern eine Negation. In beyden Fällen aber bildet der Begriff des Zweckes einen vesten Punkt, von wo die Betrachtung nach zwey Richtungen ausgeht, zwischen denen sie schwankt.

Wenn wegen der möglichen Erfolge einer Begebenheit ein Entweder Oder bemerkt wird, so bildet die Begebenheit einen ähnlichen vesten Punct; die Schwankung ist der vorigen analog.

Wenn bey Eintheilungen das Entweder Oder vorkommt, so ist es der einzutheilende Begriff, welcher den vesten Punct ausmacht; die Theilungsglieder schliessen einander aus, wie jene verschiedenen möglichen Erfolge, oder die zur Wahl dargebotenen Gegenstände.

Wenn dagegen der blossen Willkühr, ohne vorausgesetzten Zweck, mehrere Güter oder mehrere Übel vorliegen, so würde die Willkühr eine Summe aus diesen Übeln machen, und jene sämmtlich ergreifen, diese sämmtlich verwerfen, wenn sie könnte. Hier fehlt ein vester Punct; und das Schwanken zwischen abwechselnden Gemüths-Zuständen während der Unentschiedenheit würde gar keine Zusammenfassung durch das Entweder Oder ergeben, wenn nicht die Person sich selbst ein Gegenstand der Beobachtung, und ihr Schwanken für sie selbst ein Schauspiel wäre. Hiemit aber kehrt dieser

Fall in jenen zurück, wo eine Begebenheit, nämlich die Anerbietung oder Zumuthung der Wahl, eine Mehrheit entgegengesetzter Folgen erwarten lässt.

30. Zunächst verwandt mit dem Entweder Oder ist die Disjunction Ob — oder Ob. Hier bemerkt man, dass eigentlich kein Oder nöthig ist; das blosse Ob kann für sich allein vorkommen. Alsdann ist von dem Entweder nur die Ungewissheit vorhanden; der andere bestimmte Punct, welchen das Entweder schon im Voraus erblicken liess, mangelt; und anstatt desselben schwebt in Gedanken ein unbestimmtes Oder nicht, welches die mannigfaltigsten Bestimmungen annehmen könnte. Den Übergang dazu macht das Entweder Oder in solchen Fällen, wo eine unübersehbare Menge derjenigen Glieder, die mit dem Oder könnten bezeichnet werden, aus dem Gesichte verloren wird. Man fragt zum Beyspiele, ob etwas an einem bestimmten Orte zu finden, oder zu einer bestimmten Zeit geschehen sey, wofür sich viele andre Orte und Zeiten denken lassen, so dass alsdann der bestimmte Ort oder Zeitpunct davon nicht besetzt seyn würde. Jener veste Beziehungspunct, für welchen das Entweder Oder seine entgegengesetzten Glieder zusammenhält, — jener Zweck, für welchen die Wahl zu treffen ist, jene Begebenheit, von welcher die möglichen Folgen erwartet werden, jener Begriff, welchem in der Eintheilung entweder dieses oder jenes Merkmal soll beygefügt werden, — kann bey dem Ob ganz füglich fehlen, da keine Zusammenfassung des Entgegengesetzten verlangt wird.

31. Logisch genommen lässt sich die Disjunction: Entweder *A* oder *B*, auflösen in die beyden Hypothesen: Wenn *A*, dann nicht *B*; und wenn *B*, dann nicht *A*.

Für hypothetische Sätze ist jedoch eine solche Verbindung zufällig; sie ist nur als ein specieller Fall derselben anzusehn. Daher sind die disjunctiven Sätze den hypothetischen logisch unterzuordnen. Allein für die Psychologie ist das Verhältniss umgekehrt. Das Vorstellen beginnt nicht vom Allgemeinen, sondern es erhebt sich zum Allgemeinen. Deshalb knüpfen wir die conditionalen Conjunctionen an die disjunctiven; und der Übergang liegt in dem eben erwähnten Ob. Zwar auch ohne dies ist der Gedankengang natürlich: *P* ist entweder *A* oder *B*; wenn nun *A*, dann *M*; wenn *B*, dann *N*. Allein man braucht nicht auf beyde Fälle sich einzulassen; man konnte einfach fragen, ob *P* wohl *A* sey? und fortfahren: wenn es *A* ist, so folgt *M*. Hier bleibt in dem Wenn die Ungewissheit des Ob; von dem Ungewissen aber geht der Gedanke als von einem neuen Anfangspuncte aus zu dem, was damit zusammenhängt.

Bey den bedingten Sätzen macht bekanntlich jede Sprache, besonders die griechische, einige Verschiedenheiten der Auffassung bemerklich. Die Verwandtschaft der hypothetischen mit den disjunctiven Sätzen trit mehr oder weniger hervor, je mehr oder weniger Rücksicht auf die in der Disjunction auszuschliessenden Fälle genommen wird. An diese erinnert unser deutsches falls und das griechische ἐάν, welches den Conjunctiv herbeyführt, nämlich so, dass sie zum Vorschein kommen können oder auch nicht. Der blossen Ungewissheit, ohne Erwartung dessen, was man noch erfahren wird, dient εἰ mit ἄν oder mit dem Optativ. Dagegen hat εἰ den Indicativ, wenn das, was wir nicht wissen, doch an sich bestimmt vorhanden oder nicht vorhanden ist. Versetzt man sich aber in eine andre Lage der Umstände, die

von der wirklichen abweicht, so entsteht die eigentlich conditionale Rede, die wie in einer Gedankenwelt fortläuft; und wo sie für die dahin gehörenden Vorstellungsreihen die Anfangspuncte durch wenn ausdrückt, findet sich im Griechischen das Imperfectum mit ἄν im Nachsatze, oder für die vergangene Zeit der Aorist. Im Deutschen: „wenn jenes geschehen wäre oder geschehen könnte, so würde ich dies oder das thun;" mit der hinzugedachten Negation: „nun geschah es aber nicht, also" —.

32. Von den beyden Merkmalen des Wenn, dass es eine Ungewissheit, also ein Schweben zwischen Position und Negation ausdrückt, und dass es den Anfangspunct einer neuen Vorstellungsreihe bezeichnet, kann eins oder das andre bleiben oder verloren gehn. Die Ungewissheit bleibt in dem concessiven Wenn auch, Wenn schon, Wenn gleich; während hier nicht eine damit zusammenhängende, sondern entgegengesetzte Vorstellungsreihe folgt; und der Begriff der Dependenz, den man den hypothetischen Sätzen zuzuschreiben pflegt, von der Verneinung getroffen wird. Die griechische Sprache, wo sie die Negation voranstellt, zeigt dies sehr deutlich. Z. B. Ilias IX, 385, wo Achill spricht:

οὐδ' εἰ μοι τόσα δοίη, ὅσα ψάμαθός τε κόνις τε,
οὐδέ κεν ὣς ἔτι θυμὸν ἐμὸν πείσει Ἀγαμέμνων.

— —

οὐδ' εἰ χρυσείῃ Ἀφροδίτῃ κάλλος ἐρίζοι,
ἔργα δ' Ἀθηναίῃ γλαυκώπιδι ἰσοφαρίζοι,
οὐδέ μιν ὣς γαμέω.

Diese Sätze sind weit verschieden von den hypothetischen mit negativem Nachsatze, nach der Formel:

Wenn *A B* ist, so ist *C* nicht *D*.

Denn hier wird der Satz, *C* sey *D*, verneint auf den Fall

dass *A* wirklich *B* sey; die Verneinung wird demnach als dependent anerkannt; hingegen bey dem Wenn-auch wird die Dependenz, welche jemand annehmen möchte, geleugnet.

Die Bezeichnung des Anfangspunctes einer neuen Reihe bleibt dagegen in dem Übergange des Wenn ins Weil, der conditionalen zu den causalen Conjunctionen, während hier die Ungewissheit verschwindet.

33. Von den causalen Conjunctionen erinnern wir nur, dass einige, das Weil und die verwandten, den Grund vorstellen können; das Denn hingegen ihn nachholt, also den Gang des Vorstellens umkehrt (von der Conclusion zu den Prämissen zurückweiset); das Damit aber, und die ähnlichen Redensarten, eine Absicht, deren Erfüllung in der Zukunft liegt, als Grund angiebt. Dies letztere hängt bekanntlich damit zusammen, dass im Lateinischen *quia* und *quod* zwar den Indicativ, *ut*, *ne*, *quo* hingegen den Conjunctiv regieren, indem die Zukunft stets etwas Ungewisses oder doch Unbestimmtes in sich trägt.

Die conclusiven und ordinativen Conjunctionen werden kaum einer Erläuterung bedürfen. Jene führen eine Gedankenreihe fort; diese weisen den Gliedern derselben ihre Plätze an.

Nur einen merkwürdigen Punct wollen wir hier noch berühren, der im Deutschen seltsamer aussieht als im Griechischen; diesen nämlich, dass bey einer vorausgesehenen, entfernten Negation eine Art von Rückzug auf einen vesten Punct geschehen kann, der sich in eine verstärkte Bejahung verwandelt. Man vergleiche unser deutsches und zwar mit dem griechischen γε. Letzteres sucht man bekanntlich im Lateinischen mit *quidem*

oder *certe* auszudrücken; im Deutschen minder treffend durch wenigstens. Dem Weniger, wohin sich das γε zurückzieht, steht ein grösserer Anspruch gegenüber, den man wohl machen möchte, der aber versagt werden könnte. In dieser vermutheten Verweigerung liegt eine Negation, der man entgegentrit, damit sie nicht zu weit greife. Man behauptet also das Wenigste; dieses aber um desto gewisser. Daher gewinnt das γε die Kraft der Bejahung. Viel wunderlicher erscheint auf den ersten Blick das deutsche und zwar; in solchen Redensarten, wie: ich will, dass es geschehe; und zwar sogleich. Hierin liegt kein Wenigstens; und doch dient die nämliche Partikel, die sonst eine entfernte Negation anmeldet, zur verstärkten Foderung oder Behauptung. Indessen ist der Fall dem vorigen ähnlich; denn eine Weigerung oder Leugnung wird vorausgesehn, welcher man entgegentrit. In jener Redensart liegt eine Ellipse. Ich will, dass es geschehe, und (zwar wird man zögern, doch will ich es) sogleich. Ebenso ists mit dem lateinischen *quidem*; die Sprachen unterscheiden sich mehr durch häufigern oder seltenern Gebrauch, als durch die Bedeutung der Worte. Sie kommen darin überein, eine Zuversicht ungeachtet der Beschränkung auszudrükken; nur enthält das griechische γε deutlicher eine Gewissheit mitten in der Ungewissheit.

34. Um die Art und Weise, wie die Vorstellungsmassen sich beym Aussprechen entfalten, vollständiger zu ergründen; oder (was dasselbe ist), um aus dem sprachlichen Ausdruck die wahre innere Construction einer Vorstellungsmasse zu erkennen: wird man sich noch auf die Satzbildung einlassen müssen. Es wäre erwünscht, wenn die Ausdrucks-Weise Homers auch hiezu

Winke an die Hand gäbe. Um ihr wenigstens Etwas abzugewinnen, erinnern wir zuerst an die oft bewunderten und gewiss bewundernswürdigen Umrisse der grössern Partien in den Homerischen Kunstwerken. Wir sehen nicht bloss ein scheinbar kunstloses Sammeln und Verknüpfen kleinerer Theile zu einem grössern Ganzen: — so erwächst in der Ilias aus dem Hader des Achill und Agamemnon, aus der *iniuria spretae formae* zweyer olympischer Damen, aus einem Siegstraum des Agamemnon, aus der Prahlerey des Paris und dem treulosen Pfeilschuss des Pandaros ganz allmälig die Gluth des Streits und die Gefahr für die Schiffe der Griechen. Und so häufen sich in der Odyssee die Leiden des Odysseus aus den mannigfaltigen Fehltritten seiner Gefährten, aus seiner Rache am Polyphem, aus dem Unfuge der Freyer und der Schwäche der Volksversammlung in Ithaka bis zu dem Grade, dass er im eignen Hause als Bettler auftreten und durch den gewagtesten Kampf sich Recht schaffen muss. Wir sehen noch mehr; nämlich eine kunstreiche Concentration der Erzählung dadurch, dass sie von einigen Hauptpuncten rückwärts sowohl als vorwärts greifend eine Menge von Anknüpfungen möglich macht; daher ein reich ausgestattetes Ganze sich zur Übersicht weit bequemer darbietet, als dies durch blosse Fortführung eines historischen Fadens geschehen würde. Wir sehen überdies das gemächlichste Fliessen der Erzählung durch die kleinsten Umstände, deren Geringfügigkeit mit der Grösse und Pracht anderer Schilderungen einen wohlthätigen Contrast hervorbringt, welcher kaum irgendwo das Gefühl der Überspannung aufkommen lässt, dagegen eher und öfter ein Verlangen der Abkürzung aufregt.

35. Man mag überlegen, ob etwas Analoges in dem Satzbau bey Homer zu erkennen ist. Mehrentheils bildet schon ein einziger Vers einen Satz; oft sind zwey Verse dazu nöthig; zuweilen drey, selten vier und noch seltener fünf. Also keine langen Perioden; auch nicht künstlich verschränkte Wortstellungen; der Vers aber wird manchmal durch eine für den Gedanken unnöthige Dehnung gefüllt. Sehr häufig findet man das Verbum in der Mitte, das Object wohl eben so oft als das Subject vorgeschoben, dann aber hinter dem Prädicat allerley nachgeholte Bestimmungen, und an diese noch mancherley angeknüpft, welches den weitern Verlauf der Rede veranlasst. Dabey eine sehr genaue Anordnung der Gedanken, wo es darauf ankommt, einen bestimmten Zusammenhang derselben auf einmal vorzulegen. Hiervon ein paar Proben; zuerst bey einem minder bedeutenden Gegenstande. Odysseus geht mit der Hekatombe zu Schiffe nach Chryse; Ilias I, 435.

— — *τὴν δ' εἰς ὅρμον προέρυσσαν ἐρετμοῖς.*
ἐκ δ' εὐνὰς ἔβαλον, κατὰ δὲ πρυμνήσι' ἔδησαν·
ἐκ δὲ καὶ αὐτοὶ βαῖνον ἐπὶ ῥηγμῖνι θαλάσσης·
ἐκ δ' ἑκατόμβην βῆσαν ἑκηβόλῳ Ἀπόλλωνι.
ἐκ δὲ Χρυσηὶς νηὸς βῆ ποντοπόροιο.

Hier wird die Vorstellung des Aussteigens vestgehalten, während vier verschiedene Reihen, in gehöriger Folge, von ihr auslaufen. Wichtiger ist die Zusammenstellung dreyer möglicher Fälle in Ansehung des Vertrags zwischen Griechen und Trojanern, Ilias III, 281:

εἰ μέν κεν Μενέλαον Ἀλέξανδρος καταπέφνῃ,
αὐτὸς ἔπειθ' Ἑλένην ἐχέτω καὶ κτήματα πάντα,
ἡμεῖς δ' ἐν νήεσσι νεώμεθα ποντοπόροισιν·
εἰ δέ κ' Ἀλέξανδρον κτείνῃ ξανθὸς Μενέλαος,

Τρῶας ἔπειθ' Ἑλένην καὶ κτήματα πάντ' ἀποδοῦναι,
Τιμὴν δ' Ἀργείοις ἀποτινέμεν ἥντιν' ἔοικεν,
Ἣ τε καὶ ἐσσομένοισι μετ' ἀνθρώποισι πέληται.
εἰ δ' ἄν ἐμοὶ τιμὴν Πρίαμος Πριάμοιό τε παῖδες
Τίνειν οὐκ ἐθέλωσιν, Ἀλεξάνδροιο πεσόντος,
αὐτὰρ ἐγὼ καὶ ἔπειτα μαχέσσομαι, εἵνεκα ποινῆς,
αὖθι μένων, εἵως κε τέλος πολέμοιο κιχείω.

Ähnliche Pünktlichkeit der Auseinandersetzung des Vergangenen, Jetzigen, Künftigen, nach allen Rücksichten, zeigt sich im Gebete des Achill, da er den Patroklos entsendet. Ilias XVI, 236:

ἦ μὲν δή ποτ' ἐμὸν ἔπος ἔκλυες εὐξαμένοιο.
τίμησας μὲν ἐμὲ, μέγα δ' ἴψαο λαὸν Ἀχαιῶν·
ἠδ' ἔτι καὶ νῦν μοι τόδ' ἐπικρήηνον ἐέλδωρ·
αὐτὸς μὲν γὰρ ἐγὼ μενέω νηῶν ἐν ἀγῶνι,
ἀλλ' ἕταρον πέμπω, πολέσιν μετὰ Μυρμιδόνεσσι,
μάρναασθαι· τῷ κῦδος ἅμα πρόες, εὐρύοπα Ζεῦ·
θάρσυνον δέ οἱ ἦτορ ἐνὶ φρεσίν, ὄφρα καὶ Ἕκτωρ
εἴσεται, ἦ ῥα καὶ οἷος ἐπίσταται πολεμίζειν
ἠμέτερος θεράπων, ἦ οἱ τότε χεῖρες ἄαπτοι
μαίνονθ', ὁππότ' ἐγὼ περ ἴω μετὰ μῶλον Ἄρηος.
αὐτὰρ ἐπεί κ' ἀπὸ ναῦφι μάχην ἐνοπήν τε δίηται,
ἀσκηθής μοι ἔπειτα θοὰς ἐπὶ νῆας ἵκοιτο,
τεύχεσί τε ξὺν πᾶσι καὶ ἀγχεμάχοις ἑτάροισιν.

Mit dieser glänzenden Klarheit, die keiner weitern Proben bedarf, ist jedoch keine Künstlichkeit der Einschaltungen verbunden. Man sehe z. B. Ilias XIV, 409, wo Ajas nach dem Hektor wirft:

τὸν μὲν ἔπειτ' ἀπιόντα μέγας Τελαμώνιος Αἴας
χερμαδίῳ, τά ῥα πολλὰ, θοάων ἔχματα νηῶν,
πάρ ποσὶ μαρναμένων ἐκυλίνδετο· τῶν ἓν ἀείρας,
στῆθος βεβλήκει.

Hier geht die Construction über die Einschaltung verloren, oder wird wenigstens so undeutlich durch das *τῶν ἔν ἀείρας*, dass man sie nur mit undankbarer Mühe vertheidigen würde. Anders wäre es, wenn *τῶν* wegfiele, und *χερμαδιῶν* als Genitiv dem *ἔν ἀείρας* voranginge.

Desto leichter verliert sich die Rede in Gleichnissen, verfolgt dieselben, und bedarf alsdann einer neuen Anknüpfung an den Hauptgegenstand. So Ilias XVI, bald nach dem vorhin angeführten Gebete; da die Myrmidonen ausziehn:

αὐτίκα δὲ σφήκεσσιν ἐοικότες ἐξεχέοντο
εἰνοδίοις, οὓς παῖδες ἐριδμαίνουσιν ἔθοντες,
αἰεὶ κερτομέοντες, ὁδῷ ἔπι οἰκί' ἔχοντας,
νηπίαχοι· ξυνὸν δὲ κακὸν πολέεσσι τιθεῖσι.
Τοὺς δ' εἴ περ παρὰ τίς τε κιὼν ἄνθρωπος ὁδίτης
κινήσει ἄεκων, οἱ δ' ἄλκιμον ἦτορ ἔχοντες
πρόσσω πᾶς πέτεται, καὶ ἀμύνει οἷσι τέκεσσιν.
τῶν τότε Μυρμιδόνες κραδίην καὶ θυμὸν ἔχοντες
ἐκ νηῶν ἐχέοντο.

Wer beym Lesen des Homer kritischer Laune ist, der möchte wohl, wenn auch die Myrmidonen durch die starkmüthigen Wespen schicklich bezeichnet werden, doch fragen, was denn der *ἄνθρωπος ὁδίτης* bedeuten solle; ja schon die spielenden Knaben könnten überflüssig erscheinen, da sie an sich nichts bedeuten, sondern blos den Zorn der Wespen erklären sollen. Anstatt aber solcher Kritik auch nur den mindesten Werth beyzulegen, wollen wir vielmehr dem Dichter, der seine Gedanken so rein und zwanglos ausspricht, vertrauen, er werde uns auch durch seinen Satzbau dasjenige bezeugen, was über die natürliche Entfaltung des Gedankens

zu sagen ist, der in der Form eines Satzes seinen Ausdruck sucht.

36. Bekanntlich rechnet man zum Satze vor allem Subject und Prädicat; dann die nächsten und entferntern Objecte, ferner die Nebenbestimmungen durch Adjective, Participien, Adverbien, oder vermittelst der Präpositionen; endlich die Conjunctionen, falls solche dem Zusammenhange nöthig sind. Der Gedanke, welcher soll ausgesprochen werden, ist die Verbindung aller dieser Theile; und wenn Jemand, der viel zu sagen hat, irgendwo unvorbereitet auftrit um zu reden, so entwickeln sich seine Gedanken erst während des Redens zu einer Reihenfolge von Worten. Wie wird diese Reihenfolge sich bilden?

Durch jeden Satz will er Etwas aussagen von den Gegenständen, die ihm vorschweben. Das, was er eigentlich sagen will, liegt im Prädicate; nur dass dieses nicht allgemein, sondern schon in der Bestimmtheit, wie es den Gegenständen zukommt, gedacht wird. Unter diesen Gegenständen ist der Unterschied des Subjects und Objects, wo beyde in dem Verhältniss des Thätigen und Leidenden stehn, nicht wesentlich; man kann die activen Sätze auch in gleichgeltende passive verwandeln, deren Subjecte die nämlichen Gegenstände sind, welche in der activen Form die Stelle der nächsten Objecte einnehmen. Da jedoch im activen Satze der Accusativ das Object anzeigt, so kann der Gegenstand, welcher als leidend gedacht wird, falls dessen Vorstellung mehr heraustrit, auch ohne Hülfe der passiven Form seinen Platz einnehmen, wenn nur die Sprache durch ihre Declinationsformen den Accusativ kenntlich genug macht.

Wir bedürfen hier der Beyspiele, und werden mit

deren Hülfe deutlicher seyn als es im Allgemeinen möglich wäre.

Μῆνιν ἄειδε, Θεὰ, Πηληϊάδεω Ἀχιλῆος
οὐλομένην.

Fragt man sich, in welcher Ordnung hier die Gedanken eigentlich hervortreten, so sieht man gleich, dass die einzelnen Worte und deren Folge darauf keine hinreichende Antwort geben. Ein Gesang wird verlangt; aber nicht ein beliebiger; auch nicht bloss von irgend einem Groll, sondern der verderbliche Groll des Achill soll besungen werden. In dem Worte *μῆνιν* liegt diese Bestimmung nicht, aber der Gedanke trägt dieselbe gleich in sich, und dieser Gedanke bleibt der stehende von Anfang bis zu Ende des Verses; und selbst noch weiterhin. Mitten im Verse steht das Wort *ἄειδε*, von welchem der Accusativ *μῆνιν οὐλομένην* abhängt. Demnach wird die Foderung eines Gesanges weder früher noch später gedacht; sie ist gleichzeitig mit dem ungetheilten Gedanken des zu besingenden Gegenstandes.

ἣ μυρί' Ἀχαιοῖς ἄλγε' ἔθηκε.

Hier, wo das Subject im Relativum liegt, steht das Verbum am Ende. Dies wird auf den ersten Blick zufällig erscheinen, besonders beym Dichter, dessen Wortstellung vom Verse grossentheils bestimmt wird; eine Einwendung, die bey jedem andern Verskünstler vom grössten Gewicht seyn würde. Bedenkt man indessen, dass die deutsche Sprache, die sonst das Prädicat dem Accusativ in der Regel voranschickt, davon bey relativer Anknüpfung regelmässig abweicht, so kann man aufmerksam werden. Nun ist zwar das Relativum beym Homer nicht sehr gewöhnlich; und man könnte mühsam nach Beyspielen suchen, um zu finden, ob die Mehrzahl

der Beyspiele jener Wortstellung gemäss sey; wenn nicht der Schiffskatalog deren eine Menge auf einmal vorlegte. Dort aber ist das *οἵ θ' Ὑρίην ἐνέμοντο, οἵ τ' Ἐλεῶν' εἶχον, οἵ τε Κορώνειαν, καὶ ποιήενθ' Ἁλίαρτον, οἵ τε Πλάταιον ἔχον* u. s. w. so dicht bey einander, dass die entgegengesetzte Wortstellung, wie *οἵ τ' ἔχον Αἴγιναν* (Ilias II, 562), gerade nur dazu dient, um zu zeigen, der Dichter sey nicht durch eine Sprachregel gebunden; er hätte können viel öfter, dem Verse zu gefallen, den Accusativ hinter das Verbum stellen, und hiemit auch nach dem Relativum das Prädicat in die Mitte bringen. Doch wir gehn weiter.

πολλὰς δ' ἰφθίμους ψυχὰς Ἄϊδι προΐαψεν
ἡρώων.

Hier gilt wieder, was bey der ersten Zeile bemerkt wurde; der Gedanke trifft ungetheilt die *ψυχὰς ἡρώων*; mitten zwischen den Worten steht das *Ἄϊδι προΐαψεν*, welches von jenen, als dem Gegenstande, ausgesagt wird; das Geschehen und der leidende Gegenstand sind hier gleichzeitig. Man folge dem Dichter immer weiter nach, so findet man die Verba *τεῦχε, — ἐτελείετο, — διαστήτην, — ξυνέηκε, — ὦρσε — ἠτίμησε* — u. s. w. so häufig zwischen den Worten, wodurch die Gegenstände bezeichnet werden, und verhältnissmässig so viel seltener am Ende oder im Anfange, dass schwerlich ein Zweifel übrig bleiben wird, welche Wortstellung sich als diejenige ankündige, die sich dem zu entwickelnden Gedanken am besten anschliesse. Doch wir wollen noch den Anfang der Odyssee vergleichen.

37. Es kann kaum unbemerkt bleiben, dass die beiden Ankündigungen der Ilias und Odyssee wie nach Einem Muster geformt sind.

Ἄνδρα μοι ἔννεπε, Μοῦσα, πολύτροπον, ὃς μάλα πολλὰ
πλάγχθη.

Nicht irgend ein Mann, sondern der vielfach Umhergeworfene soll besungen werden; die Worte *ἄνδρα πολύτροπον* bilden einen gleich anfangs hervortretenden, und mit dem *ἔννεπε* gleichzeitigen Gedanken, der im Begriff ist, sich noch weiter zu entwickeln. Das Relativum *ὅς* hat sein Verbum hinten, und die nächsten Worte

ἐπεὶ Τροίης ἱερὸν πτολίεθρον ἔπερσε

scheinen noch in derselben Abhängigkeit gedacht zu seyn. Hingegen in den folgenden Versen

πολλῶν δ' ἀνθρώπων ἴδεν ἄστεα, καὶ νόον ἔγνω·
πολλὰ δ' ὅγ' ἐν πόντῳ πάθεν ἄλγεα ὃν κατὰ θυμόν.

steht wieder das *ἴδεν* und das *πάθεν* in der Mitte; und dem Verse

αὐτῶν γὰρ σφετέρῃσιν ἀτασθαλίῃσιν ὄλοντο

folgt gleich ein Zusatz, so dass beym *ὄλοντο* der Gedanke nicht sinken kann:

νήπιοι, οἳ κατὰ βοῦς ὑπερίονος Ἠελίοιο
ἤσθιον· αὐτὰρ ὁ τοῖσιν ἀφείλετο νόστιμον ἦμαρ.

Anstatt nun weiter die Beyspiele zu häufen, welches zu nichts führen würde, wollen wir nur auf ein früheres zurückblicken, und ein einziges Paar beyfügen. In jener Stelle, welche das Anlanden bey Chryse beschreibt, ist der Hauptgedanke das Aussteigen; und alle drey Verse, welche das Wort *βαίνειν* enthalten, haben es in der Mitte. Giebt es ferner irgend eine Stelle im Homer, welche Ruhe auszudrücken bestimmt ist, so ist es der schöne Vers (Odyssee XIII, 92)

δὴ τότε γ' ἀτρέμας εὗδε, λελασμένος ὅσσ' ἐπεπόνθει.

Dieser schliesst zwar mit einem Zeitwort, aber mit dem,

welches von dem relativen ὅσα abhängt; der Hauptgedanke liegt in dem εὗδε, welchem noch das λελασμένος als Zusatz zum Subjectbegriffe nachfolgt. Nicht anders ist es ebendaselbst 79:

καὶ τῷ νήδυμος ὕπνος ἐπὶ βλεφάροισιν ἔπιπτε
νήγρετος, ἥδιστος, θανάτῳ ἄγχιστα ἐοικώς,

wo ebenfalls über das ἔπιπτε hinaus die Bezeichnung des Subjects sich verlängert.

38. Bloss des Contrastes wegen, und damit das eben Gesagte noch besser hervortrete, erinnern wir nun an die bekannte Gewohnheit der römischen Wortstellung. Beym Cäsar, der ohne Zweifel der Sprache vollkommen mächtig war, und sich in der Beschreibung seiner Kriege zum Künsteln keine Zeit nahm, finden wir zwar Stellen, welche dem Anschein nach, der Homerischen Redeweise ähnlich sind; insbesondere bei geographischen Beschreibungen, wo auf allgemeine Fragen nach der Lage, Grösse, Eintheilung des Landes, Antwort zu geben ist. Gallia est omnis divisa in partes tres, — una pars initium capit a flumine Rhodano, continetur Garumna — attingit Rhenum — vergit ad Septemtriones. Belgae — pertinent ad inferiorem partem Rheni. Ebenso, wie hier im Anfange der Bücher vom Gallischen Kriege, läuft auch der Faden der Rede im vierten Buche, cap. X. Mosa profluit ex monte Vogeso, qui est in finibus Lingonum, et parte quadam Rheni recepta — insulam efficit Batavorum. Rhenus autem oritur ex Lepontiis etc. Man könnte versucht werden, diese Stellung, nach welcher das Verbum in der Mitte oder vorn seinen Platz bekommt, bey allen Beschreibungen zu erwarten. Allein um sich vom Gegentheil zu überzeugen, braucht man nur die Stelle im sechsten Buche aufzuschlagen, wo die Druiden, und

weiterhin die Germanen beschrieben werden. Selbst in den kürzesten Sätzen, wo die Functionen der Druiden aufgezählt werden, trit der Gegenstand voran; das Verbum folgt nach. Illi rebus divinis intersunt, sacrificia publica et privata procurant, religiones interpretantur; ad hos magnus adolescentum numerus disciplinae causa concurrit. De controversiis constituunt, et si quod est admissum facinus, si caedes facta, si de hereditate, de finibus controversia est, iidem decernunt. — Germani multum ab hac consuetudine differunt, nam neque Druides habent, qui rebus divinis praesint, neque sacrificiis student. Eher findet man in lebhaften Erzählungen Stellen, wo das Verbum vorangeht; z. B. VI, 38: Erat aeger in praesidio relictus P. Sextius Baculus, qui — diem iam quintum cibo caruerat. Hic diffisus suae ac omnium saluti, inermis ex tabernaculo prodit; *videt* imminere hostes, atque in summo esse rem discrimine; *capit* arma a proximis — *sequuntur* hunc centuriones, — *relinquit* animus Sextium, — *procurrunt* equites, etc. Aber hier bilden die voranstehenden Verba eine Reihe von Zuständen, welche Reihe soll zusammengefasst werden. Auf ähnliche Weise soll aus den Zügen, wodurch die Nervier charakterisirt werden (II, 15), ein Bild hervorgehn; quorum de natura moribusque Caesar quum quaereret, sic reperiebat: nullum aditum esse ad eos mercatoribus; nihil pati vini, reliquarumque rerum ad luxuriam pertinentium, inferri; quod his rebus relanguescere animos, eorumque remitti virtutem existimarent. Esse homines feros, magnaequae virtutis; increpitare atque incusare reliquos Belgas, qui se populo Romano dedidissent, et patriam virtutem proiecissent. Confirmare, sese neque legatos missuros, neque ullam conditionem pacis acceptu-

ros. Beyläufig bemerken wir hier, dass die Nebensätze, welche mit quod, qui, oder in Form des Accusativs mit dem Infinitiv angefügt sind, das Verbum auch hier hinten haben. Was die Lebhaftigkeit der Schilderung anlangt, so würde diese allein schwerlich eine Abweichung von der gewohnten Wortstellung veranlasst haben. Cäsar konnte eher etwas aufgeregt seyn, als er den Angriff der Nervier beschrieb (II, 19) Subito omnibus copiis provolaverunt, impetumque in nostros milites fecerunt. His facile pulsis ac perturbatis, incredibili celeritate ad flumen decucurrerunt, ut paene uno tempore et ad silvas, et in flumine, et iam in manibus nostris hostes viderentur. Eadem autem celeritate adverso colle ad nostra castra, atque eos, qui in opere occupati erant, contenderunt. Caesari omnia uno tempore erant agenda. Vexillum proponendum, quod erat insigne, cum ad arma concurri oporteret. Signum tuba dandum; ab opere revocandi milites; qui paullo longius, aggeris petendi causa, processerant, arcessendi; acies instruenda, milites cohortandi, signum dandum: quarum rerum magnam partem temporis brevitas et incursus hostium impediebat. Noch lebhafter hebt sich die Erzählung da, wo der beynahe unglückliche Ausgang, welchen die Schlacht schon zu nehmen drohte, beschrieben wird. Ein Unfall folgte dem andern; quibus rebus permoti Treviri, quorum inter Gallos virtutis opinio est singularis, qui, auxilii caussa a civitate missi, ad Caesarem venerant, quum multitudine hostium castra nostra compleri, legiones premi et paene circumventas teneri, calones, equites, funditores Numidas, diversos dissipatosque in omnes partes fugere vidissent, desperatis nostris rebus domum contenderunt; Romanos pulsos superatosque, castris impedimentisque

eorum hostes potitos, civitati renuntiaverunt. Caesar, ab decimae legionis cohortatione ad dextrum cornu profectus, ubi suos urgeri, signisque in unum locum collatis duodecimae legionis milites confertos sibi ipsis ad pugnam esse impedimento, quartae cohortis omnibus centurionibus occisis, signiferoque interfecto, signo omisso, reliquarum cohortium omnibus fere centurionibus aut vulneratis aut occisis, in his primipilo P. Sextio Baculo, fortissimo viro, multis gravibusque vulneribus confecto, ut iam se sustinere non posset, reliquos esse tardiores, et nonnullos a novissimis desertos proelio excedere ac tela vitare; hostes neque a fronte ex inferiore loco subeuntes intermittere, et ab utroque latere instare, et rem esse in angusto vidit, neque ullum esse subsidium, quod submitti posset: scuto ab novissimis uni militi detracto (quod ipse eo sine scuto venerat), in primam aciem processit; centurionibus nominatim appellatis, reliquos cohortatus milites, signa inferre et manipulos laxare iussit, quo facilius gladiis uti possent. Huius adventu spe illata militibus, ac redintegrato animo, cum pro se quisque in conspectu imperatoris etiam extremis suis rebus operam navare cuperet, paullum hostium impetus tardatus est.

Der Moment, da Cäsar, den ersten besten Schild ergreifend, vortrat, hat ihm ohne Zweifel in der Erinnerung schon vorgeschwebt, indem er die Worte: ubi suos urgeri niederschrieb, und das dazu gehörige vidit noch aufschob, um sich das Gedränge zu vergegenwärtigen, welches durch die lange Einschaltung geschildert ist. Die ganze Masse der Ereignisse musste sich in den Vordersatz zusammenpressen, damit Raum wurde für den Umschwung, den seine Entschlossenheit herbeygeführt hatte.

Man sieht hier in einem grossen Beyspiele und nach einem grossen Maassstabe, das Verhältniss eines Vordersatzes, der seine Abhängigkeit gleich anfangs durch die, an die Spitze gestellte, Conjunction ankündigt, zu dem Nachsatze, welcher den eigentlichen Hauptgedanken enthält. In diesem liegt die treibende Kraft der ganzen Aussage.

39. Es lässt sich nicht leugnen, dass im Ganzen die römische Prosa sich zu der Gewohnheit neigt, diejenigen Verba, welche den Hauptgedanken des Prädicats ausdrücken, nach hinten zu bringen; allein wenn man die kunstreichen Perioden des Cicero näher betrachtet, so findet man sehr oft eine Ähnlichkeit mit dem Homerischen Satzbau, nach welchem das Prädicat in der Mitte liegt, und gewissermaassen als der Träger des Ganzen erscheint, welches auf ihm ruhend sich gemächlich verbreitet. Von unzähligen Beyspielen nur wenige Proben. Gleich im ersten Capitel des ersten Buchs de oratore findet sich folgendes: neque vero nobis cupientibus atque exoptantibus fructus otii datus est ad eas artes, quibus a pueris dediti fuimus, celebrandas, interque nos recolendas. — Tibi neque hortanti deero, neque roganti, nam neque auctoritate quispiam apud me plus valere te potest, neque voluntate. Ganz in ähnlicher Art geht der Vortrag fort. Weiterhin: quocumque te animo et cogitatione converteris, permultos excellentes in quoque genere videbis non mediocrium artium, sed prope maximarum. Und um noch eine Probe herzusetzen von der Art, das conditionale si, welches sonst an der Spitze des Vordersatzes seinen Platz hat, gleichsam einzuwickeln, entnehmen wir folgende wenige Worte aus den 28sten Capitel: quae singularum rerum artifices singula si me-

diocriter adepti sunt, probantur, ea, nisi omnia summa sunt in oratore, probari non possunt. Eine solche Stellung ist aber offenbar nur Ausnahme; im Allgemeinen muss nicht nur das Wenn, sondern auch das Weil vorangehn; die Prämissen verdienen ihren Namen, so wie der Vordersatz den seinigen; und es ist immer eine Art von Inversion, wenn die Behauptungen früher ausgesprochen werden als die Beweise. Doch dies hängt zusammen mit dem Verhältnisse des Subjects und Prädicats; und eben davon ist jetzt genauer zu sprechen, um das Vorige zusammenfassen und erläutern zu können.

40. Zunächst blicken wir zurück auf die Verschiedenheit der Thatsachen, welche uns beschäfftigt haben; und zwar in Bezug auf die Frage, in wie weit diese Thatsachen geeignet sind, der psychologischen Untersuchung einen erwünschten Stoff darzubieten. Auf Bequemlichkeit ist hier nicht zu rechnen. Das am meisten Interessante ist dasjenige, was an Unbestimmtheit und Schwankung am meisten leidet. Ganz vest liegt nur das Factum, dass die Laute der Worte, die Buchstaben, in einer einmal geläufig gewordenen Sprache, sich bey jedem Gebrauche in der nämlichen Reihenfolge reproduciren. Nicht so ganz bestimmt lässt sich das Thatsächliche in Ansehung der Conjunctionen hervorheben, sondern das Conventionelle der Sprachen macht sich hier fühlbar. Lange genug wird man darüber streiten können, — wenn auch ohne Grund und ohne Gewinn, — ob das griechische δέ mehr als eine copulative, oder als eine adversative Conjunction zu betrachten sey? Ob das ἄρα zu den conclusiven gehöre, da man es mit also zu übersetzen, oder kaum zu beachten pflegt? Ob das μέν noch eine concessive Conjunction heissen dürfe, da man

weiss, dass oft genug die Übersetzung durch unser zwar ganz unpassend ist? Ob eben dies deutsche zwar, dessen Stellung gegen das nachfolgende aber klar genug ist, einen Zusammenhang mit dem streng veststellenden und zwar habe, wodurch andre, abweichende Auffassungen zurückgewiesen werden? Dies, und so vieles Andre, was die Grenzbestimmung zwischen den Conjunctionen disputabel macht, erinnert uns, dass wir hier nicht mit solchen Thatsachen zu thun haben, die gleichen Ranges mit denen, welche im vorigen Hefte behandelt wurden, für die Theorie zu Prüfsteinen dienen könnten; sondern mit solchen, die von der Theorie ihre Auseinandersetzung erwarten. Zu der grossen Klasse der letztern gehören nun vollends die, welche der Periodenbau darbietet; denn die Bemerkungen, zu denen er veranlasst, müssen von Beyspielen hergenommen werden, welchen man, wie zahlreich sie auch seyn möchten, immer noch andre Beyspiele entgegensetzen kann; so dass dem Zweifel Raum bleibt, als habe hier der Vers, dort der Wohlklang, und mehr als beyde die Gewohnheit über die Sprache geherrscht. In solchen Fällen lässt sich der blossen Beobachtung, der Zusammenstellung dessen, was factisch vorliegt, bey allem auch noch so grossen Reichthum an Thatsachen, doch nicht unmittelbar ein klares und entscheidendes Resultat abgewinnen. Vielmehr muss die Theorie eintreten, um das Wesentliche vom Zufälligen, das Ursprüngliche von den Umbildungen zu unterscheiden. Hier eröffnet sich ein weites Feld, welches durch nachstehende Bemerkungen vollständig zu durchlaufen wir keinesweges gemeint sind.

41. Anknüpfend bey dem, was schon oben (36.) gesagt war, bemerken wir zuerst, dass im Prädicate jedes

Satzes dasjenige zu suchen ist, was vom Subjecte soll gesagt werden. Mag ein verbum activum oder passivum, oder intransitivum zum Prädicate dienen, in jedem dieser Fälle drückt zwar das Wort, welches der Sprechende gebraucht, den allgemeinen Begriff eines Thuns, Leidens, Zustandes aus: allein derselbe versetzt sich nicht in den weiten Umfang dieses Begriffs, sondern ihm schwebt gerade der bestimmte oder doch begrenzte Fall vor, welcher das Subject betrifft. Bey dem Satze: Cäsar eroberte Gallien, denkt Niemand an die Franken, welche auch Gallien erobert haben. Bey dem Satze: alle Körper sind theilbar, denkt Niemand an die Theilbarkeit einer Erbschaft, oder an die logische Theilbarkeit der Sphäre eines Allgemeinbegriffs. Während nun auf den Umfang des Prädicats nichts ankommt: ist dagegen der Inhalt des Subjects in Betracht zu ziehn. Dieser hat noch andre Merkmale ausser denen, welche das Prädicat angiebt; und sehr gewöhnlich bezeichnet das letztre eine Veränderung des Zustandes; insbesondere ist immer das Thun oder Leiden im Gegensatze gegen die vorige Ruhe. Sagt man im Frühjahr: die Bäume werden grün, oder im Sommer: die Früchte werden reif, oder im Herbste: die Blätter fallen ab, so hat man Bäume, Früchte, Blätter in ihrem früheren Zustande vor Augen; aus welchem sie jetzt heraustreten, um die Prädicate anzunehmen. In Bezug auf Urtheile dieser Art kann man sagen: das Prädicat (sofern es in dem Satze vorkommt und gedacht wird,) ist ganz verschmolzen mit dem Subjecte; hingegen das Subject nur theilweise mit dem Prädicat. Verfolgen wir die Reihe jener Beyspiele bis zum Winter, und sprechen etwa: der Schnee ist weiss, so entsteht die Frage: ob wohl Je-

mand wirklich im Winter eine so triviale Bemerkung vorbringen möchte? Und warum nicht? Hier ist das Subject: Schnee, ganz verschmolzen (oder vielmehr complicirt) mit dem Prädicate weiss. Wer aber freylich zur logischen Übung, etwan im Vortrage der Logik, vom Schnee aussagt, er sey weiss, kalt, locker, krystallinisch, der bildet aus den Merkmalen eine Reihe, und nachdem diese Reihe auseinander getreten ist, findet sich, dass man den Schnee auch von andern Seiten betrachten konnte. Nun ist die so zerlegte Vorstellung des Schnees nur theilweise, nämlich insofern man auf die Farbe reflectirt, in Verbindung mit dem Prädicate; und damit fällt dieses, sammt allen ähnlichen Urtheilen, mit den vorerwähnten wieder in Eine Klasse.

Hieraus ergiebt sich nun zunächst, weshalb das Subject als das Vorhergehende, das Prädicat als das Nachfolgende angesehen, und meistens auch so ausgesprochen wird.

Man blicke zurück zu dem, was gleich anfangs (3.) von dem Worte Hamburg gesagt worden. Der vorhergehende Vocal *a* war im Sinken begriffen, als der Vocal *u* vernommen wurde. Darum ist *a* theilweise mit dem ganzen (oder beynah ganzen) *u* verschmolzen. Weiterhin ergab sich, dass hierin unter Voraussetzung eines Widerstandes der Grund liegt, weshalb *a* früher als *u* reproducirt wird. Das nämliche ist nun auf Subject und Prädicat anzuwenden.

42. Allein eben dies gilt auch vom Prädicate und Objecte. Nicht bloss vom Cäsar wäre mehr zu sagen, als dass er Gallien eroberte, sondern auch von Gallien mehr, als dass es vom Cäsar erobert wurde. Der nämliche Antrieb, vermöge dessen dieses Ereigniss ausge-

sprochen wird, kann demnach sowohl Gallien als den Cäsar voranstellen. Dennoch ist die passive Form: Gallien wurde von Cäsar erobert, nicht ganz so natürlich als die active: Cäsar eroberte Gallien. Der Unterschied liegt hier nicht in der Art, wie Subject und Object mit dem Prädicate verbunden sind; sondern in der Natur einer Handlung. Diese geht vom Thätigen zum Leidenden; darum wird mit Recht die active Form als die primitive angesehen; die passive als die umgewandte.

43. Nun aber treten in Ansehung derjenigen Entwickelungen, welche dem Subjecte, dem Prädicate, dem Objecte angehören, die grössten Verschiedenheiten hervor. Jedes von diesen kann sich zu einer Reihe, oder zu einem Geflechte von mehrern Reihen ausdehnen. Ist der thätige, oder auch der leidende Gegenstand (letzterer entweder in der passiven Form als Subject, oder in der activen, vermöge des Accusativs) vorangestellt worden, und soll nun gleich seine Reihe sich ausdehnen, so muss das Prädicat warten, bis es zum Worte gelangen kann; dieser Stillstand ist aber nicht ohne Zwang gegen den psychischen Mechanismus möglich. Gemächlicher fliessen die Gedanken, wenn bald nach Ankündigung des Gegenstandes (gleichviel ob des leidenden oder thätigen) das Prädicat ausgesprochen wird, und nun erst die vestgehaltene Vorstellung des Gegenstandes sich vollends ausbreitet, fortwährend getragen durch das immer noch gegenwärtige Prädicat.

Es wird kaum nöthig seyn, hier noch gegen eine Einbildung zu warnen, die nur dem ganz oberflächlichen Beobachter begegnen könnte, nämlich als ob wirklich die Gedanken so kämen und gingen, wie die Wortlaute nach einander ins Ohr fallen, oder wie die Buchstaben

sich vor den Augen in Reih' und Glied stellen. Die ganze Bewegung der Vorstellungen ist, wie man längst weiss, nur ein Schwanken mit geringem Übergewicht der einen über der andern. Man rufe zurück, was oben (36.) über den Homerischen Satzbau gesagt wurde.

44. Offenbar jedoch ist diese bequeme Art, die Vorstellung des Gegenstandes gleichsam über das Prädicat hinweg fortfliessen zu lassen, nicht immer möglich. Dann nämlich nicht, wenn beyde, Subject und Prädicat, oder vollends alle drey, Subject, Object und Prädicat, auf eine weitere Entwickelung Anspruch machen. Hier verengen sie sich den Raum, treten einander in den Weg; und es bleibt nichts übrig, als dass eins aufs andre warte, bis Platz wird.

Dies nun ist ganz besonders bey Vordersätzen und Nachsätzen der Fall; das heisst, da, wo das, was man eigentlich sagen will — der Nachsatz — nur als verbunden mit einer Voraussetzung, die selbst schon die Form eines Satzes hat, vorgetragen wird. Der Vordersatz bildet hier das Subject, der Nachsatz das Prädicat. Anderwärts (in der Logik) ist bemerkt, dass die sogenannten kategorischen Sätze (wie: *A* ist *B*), wenn man sie streng nur als Urtheile auffasst, in die Klasse der hypothetischen zurückfallen (wenn und inwiefern *A* gedacht wird, kommt ihm *B* als Merkmal zu). Hier können wir beyfügen, dass der gewohnten Art, kategorische Sätze mit Voraussetzung des Daseyns oder doch der Gültigkeit ihrer Subjecte auszusagen, diejenigen Vordersätze analog sind, welche mit weil oder nachdem, oder irgend einer solchen Partikel beginnen, wodurch das schwankende wenn von der Ungewissheit, die es ausdrückt, und von dem Vorbehalt, es zurückzunehmen, befreyet wird.

In allen solchen Verbindungen, wo ganze Sätze an die Stelle der blossen Begriffe treten, wird jenes Ausdehnen nöthig; und auch Homer konnte hier seinen sonst so bequemen Satzbau nicht anbringen. Eine andre kunstreiche Verbindung bietet er uns in jenem Beyspiele des Vertrags mit den Trojanern dar (35.). Agamemnon will sagen: auf den Fall, dass, wenn Paris unterliegt, die Trojaner mir nicht genügen, so werde ich den Krieg fortsetzen. Hier liegt eine Bedingung in der andern; eine neuere Sprache möchte sich vielleicht nicht besser zu helfen wissen, als durch das copulative und. „Wenn Paris fällt, und wenn alsdann" u. s. w. Diese Copulation bildet zwar eine richtige Zeitreihe; aber sie drückt die Bedingtheit der Bedingung, dass die Trojaner nicht genügen, nämlich durch die Voraussetzung, Paris sey gefallen, nicht ganz so deutlich aus, als dieses die Homerischen Worte: Ἀλεξάνδροιο πεσόντος leisten, welche dem: εἰ δ' ἄν ἐμοὶ τιμὴν τίνειν οὐκ ἐθέλωσιν beygefügt sind. Nachdem auf diese Weise der Vordersatz beseitigt ist, bleibt offener Raum für die kräftige Erklärung, der Krieg solle fortgehn, bis die Trojaner werden gebüsst haben.

45. Es wird nun, im Allgemeinen wenigstens, einleuchten, dass für solche Darstellungen, worin bey jedem Gegenstande auf Vielerley zugleich Rücksicht zu nehmen ist, also für den rhetorischen, historischen, philosophischen Vortrag, sich ein Periodenbau allmälig ausbilden musste, worin, durch die Entwickelung des Subjects und der Vordersätze, das Prädicat mit den ihm angehörigen Bestimmungen nach hinten gedrängt wurde; so dass nun mehr Kunst dazu gehörte, es nur nicht immer ans Ende zu stellen, sondern zur Abwechselung es

manchmal der Mitte näher zu bringen, und wenigstens dem Verbum einen frühern Platz zu verschaffen, über welchen dann ein Theil der Rede hinwegfliessen mochte.

Nur Eines Umstandes erwähnen wir noch, der oben schon berührt wurde; dessen nämlich, dass in Zwischensätzen, die mit dem Pronomen relativum beginnen, das Verbum noch häufiger als sonst, nach hinten zu rücken pflegt. Wenn das Subject schon im Vorhergehenden liegt, und nur durchs Relativum noch braucht darauf hingewiesen zu werden, so wirkt der vom Prädicate ausgehende Antrieb, welchem in Ansehung des Subjects schon genügt ist, desto eher aufs Object; und umgekehrt, wenn auf das Object, als dem schon Hervorgehobenen, nur hinzudeuten ist, dann treibt das Prädicat desto leichter aufs Subject; in beyden Fällen bekommt das Verbum die letzte Stelle; doch wird man sich nicht wundern, wenn in den beweglichen Sprachen des Alterthums der geringste Umstand irgend eines Nachdrucks, der auf dies oder jenes Wort soll gelegt werden, einer so wenig nothwendigen Anordnung entgegentreten und dieselbe abändern kann.

46. Was die Conjunctionen anlangt, so liegt der Unterschied der cumulativen von den copulativen offenbar darin, dass bey jenen die Vorstellungen zusammen im Steigen begriffen sind, während bey diesen das vorige Glied sinken mag, indem das folgende dazu trit. Hierüber ist eine frühere Abhandlung *) zu vergleichen; und nur dabey zu erinnern, dass dort von einfachen Vorstellungen die Rede war, hier aber von Gedanken, die nicht bloss ganze Worte, sondern oft schon ganze Sätze zu ihrer Bezeichnung nöthig haben. Schien dort der Fall,

*) Die letzte des ersten Heftes.

dass ein vorhergehendes Glied einer Reihe sinkt, während ein folgendes steigt, verhältnissmässig selten, und der andre Fall, dass die frühere Vorstellung noch steigt, während sie von der folgenden überstiegen ist, häufiger vorzukommen: so wird dagegen bey zusammengesetzten Vorstellungen zu erwarten seyn, dass die oben (20.) erwähnte specifische Schwere derselben ein Hinderniss des Steigens ausmachen werde; daher dann die Cumulation leicht seltener werden kann, als die blosse Copulation. Bekanntlich zeigen aber die alten Sprachen oft genug die Cumulation bestimmt an, während es in den neuern bey der Copulation sein Bewenden hat.

47. Von dem Zwar und Aber, desgleichen vom Entweder Oder ist kaum nöthig noch etwas anzumerken. Da hierin Negationen verborgen sind, so sieht man sogleich, dass in Einer Vorstellungsmasse mehrere Reihen liegen, die in ihrer Entwickelung sich gegenseitig hemmen. Man gehe nun zurück in den Anfang der Betrachtung (32. 24.). Was gegen die Hemmung anstösst, ist insofern ein Verneintes, worüber das Allgemeine längst anderwärts vorgetragen worden *). Dass eine Verneinung als bevorstehend sich anmeldet in dem Zwar, sich ausspricht im Aber, in Erinnerung gebracht wird durch das Sondern, zurückgewiesen wird durch das Doch, liegt in den obigen Entwickelungen; das Entweder Oder ist ebenfalls betrachtet worden; man weiss, dass es einen Punct voraussetzt, von wo mehrere Vorstellungsreihen ausgehn; überdies, dass es ausser der gegenseitigen Verneinung noch die Ungewissheit des Wenn in sich schliesst. Wir brauchen jetzt nicht auch noch an das Ob und das Damit zu erinnern, um zum Resultate zu gelangen.

*) Psychologie §. 123.

Es ist nämlich nun leicht genug, den Hauptgedanken aus Allem, was über die Conjunctionen gesagt worden, hervorzuheben; — und hiemit zugleich die Verwandtschaft der Conjunctionen mit den Kantischen Kategorien, sofern dieselben aus der Urtheilsform entsprungen seyn wollen, darzuthun. Indessen ist zu bevorworten, dass von der metaphysischen Bedeutung der Begriffe, welche Kant unter die Kategorien versetzte, keinesweges die Rede ist; mithin weder von der Substanz noch von der Ursache — worüber auf die Metaphysik zu verweisen wäre, — sondern vom kategorischen und hypothetischen Denken, vom Fortschreiten des Vorstellens im Bereiche des Vielen, sey es Mehr oder Weniger, von der stärkern oder schwächern Assertion, wenn das Wirkliche zwischen dem Möglichen und Nothwendigen erscheint; kurz von dem, was von den Kategorien übrig bleibt, wenn man die eigenthümliche Bedeutung jedes einzelnen Begriffs bey Seite setzend bloss den Umstand vesthält, dass ihr ursprünglicher Sitz in den Urtheilsformen sollte nachgewiesen werden. Was war in diesen Urtheilsformen zu finden?

48. Auf drey Puncte, auf die Reihenform, die Negation, die Gewissheit, lässt sich das Wesentliche reduciren.

Der Reihenform gehören die copulativen und cumulativen Conjunctionen; auch das ἄρα, welches auf seiner Stelle stehen bleibt oder auf die alte Stelle zurückweiset, ebenso das μέν und δέ, welches sich nach verschiedenen Richtungen verbreitet. Der Reihenform gehört in den Urtheilen das Umherwandern im Gebiete der Vielheit, möge man sich zur Allheit ausdehnen oder auf Einheit concentriren.

Das Reich der Negation haben wir bey den Conjunctionen gross und mannigfaltig genug gefunden; während das Ja und Nein von der Urtheilsform gerade die Grundlage ausmacht.

Gewissheit trit im Weil und Denn, und im kategorischen Urtheile hervor, sofern man es (gleichviel hier ob logisch gültig,) dem hypothetischen Urtheile entgegensetzt. Ungewissheit dagegen findet sich im Wenn, im Entweder Oder, vollends im Ob. Die nämliche Ungewissheit liegt im hypothetischen und disjunctiven Urtheile; und überdies auch in dem Gegensatze des bloss Möglichen gegen das Wirkliche und gegen dessen gesteigerte Gewissheit im Nothwendigen; wobey zu bemerken, dass der Unterschied der Gewissheit und Ungewissheit zwar nicht ausschliessend aber doch vorzugsweise von dem Unterschiede zwischen den zugleich sinkenden und den zugleich steigenden Vorstellungen herrührt. Denn die letztern sind es, welche sich eine Gedankenwelt bauen, deren meistens sehr unsicheres Verhältniss zur wirklichen die Erfahrung jeden Augenblick von neuem in Erinnerung bringt. Aus solchen Erinnerungen entspringt die Gewohnheit des Rückzugs aus dem Ungewissen ins Gewisse, welchen das den Griechen habituelle γε ausdrückt.

49. Was nun die Reihenform und die Gewissheit anlangt, so kann zwar das Urtheil von dort her Bestimmungen annehmen; aber sie entspringen nicht aus ihm; sie sind der Urtheilsform nicht wesentlich. Wenn man spricht: das Brod ist theuer, so ist der Quantität nach das Urtheil allgemein für den Ort, wo es theuer ist; aber particulär für die Zeit, denn nicht immer war und bleibt es theuer; die Quantität hängt ab von der Auffassung des Subjects. Wer da spricht: wenn der Mond

aufgeht, so wird der Weg hell genug zum Reisen, der mag wissen oder nicht wissen, ob es jetzt Neumond oder Vollmond sey; die Urtheilsform bleibt die nämliche, obgleich das Urtheil zwischen Gewissheit und Ungewissheit schwankt. Wesentlich für die Form des Urtheils ist von den angegebenen Arten allein das Ja und Nein; wenn dies weggenommen wird, giebt das Urtheil keine Entscheidung; es ist nicht mehr Urtheil sondern Frage. Denn in der Frage liegt das Verhältniss zwischen Subject und Prädicat, welches vom Urtheil nur die erste Grundlage ausmacht.

Sollte also den Eintheilungen der Urtheile, welche in der Logik vorkommen, noch etwas Mehr abgewonnen werden als die Kategorien Realität und Negation, — oder, wie es eigentlich hätte heissen sollen, die Begriffe des Bejahten und Verneinten *), — so mussten tiefer liegende Gründe, sowohl von den Vorstellungen der Reihenform, als der Gewissheit und Ungewissheit, aufgesucht werden. Das Wesentliche der Urtheilsform reichte nicht hin. Und selbst von der Verneinung würde man umsonst versuchen nachzuweisen, dass sie ausschliesslich nur in den Urtheilen entspringe, während sie vielmehr dem Vermissen und Entbehren verwandt ist.

50. Kant hat zwar von seinen Kategorien die mannigfaltigsten Anwendungen gemacht; besonders von den vier Begriffen Quantität, Qualität, Relation und Modalität, die eigentlich seine Haupt-Kategorien, nicht aber blosse Überschriften und Rubriken sind. Allein an der Stelle der Vernunftkritik, wo der Sitz der Lehre ist,

*) Von eigentlicher Realität kann hier gar nicht die Rede seyn. Vergl. Metaphysik I. §. 37.

sieht man ihn weit weniger mit der Verschiedenheit der Kategorien, als vielmehr mit der Behauptung beschäfftigt: die Kategorien seyen sämmtlich nur zum Erfahrungs-Gebrauche bestimmt. Hier ist die Gegend, von wo späterhin die Fichtesche Ichlehre ausging.

51. Fichte gerieth in die Widersprüche des idealistischen Ich, welches sich als Totalität der Realität setzen sollte, statt dessen aber sich durch ein ungeheures Nicht-Ich (die gesammte Aussenwelt) begränzt setzt, und hiemit sich selbst verneint. Dabey kam der Widerspruch in dem, seiner nothwendigen Beziehungen beraubten, nackt hingestellten Begriffe des Ich zum Vorschein, nach welchem sich das Ich nicht bloss in Object und Subject spaltet, sondern auch mitten in der Spalte das wahre Ich liegen soll, nämlich die Identität beyder Entgegengesetzten. Dass die blosse Analyse der Ichheit, wenn man die nothwendige synthetische Untersuchung (die nicht im Ich stecken bleiben darf) unterlässt, nichts Anderes ergeben kann als diesen Widerspruch, daran zu denken war Kant weit entfernt. Ihn beschäfftigte eine ganz andre Synthesis; eine solche, die längst vor Augen lag, und die er viel zu weit herholte, indem er dazu eigener Handlungen des Geistes zu bedürfen meinte. Er fragte sich: wie doch das Mannigfaltige der Wahrnehmung in die Vorstellung Eines Objects zusammentreten möge? Und er antwortete: „die Einheit der Apperce-„ption ist diejenige, durch welche alles in einer An-„schauung gegebene Mannigfaltige in einen Begriff vom „Object vereinigt wird" *). Ferner: „unter der Synthe-„sis der Apprehension verstehe ich die Zusammensetzung „des Mannigfaltigen in einer empirischen Anschauung,

*) Kritik der reinen Vernunft §. 18.

„wodurch Wahrnehmung möglich wird" *). Und einige Zeilen weiterhin: „Wenn ich die empirische Anschauung „eines Hauses durch Apprehension des Mannigfaltigen der- „selben zur Wahrnehmung mache, so liegt mir die noth- „wendige Einheit des Raums zum Grunde; — wenn ich „das Gefrieren des Wassers wahrnehme, so apprehendire „ich zwey Zustände, Flüssigkeit und Vestigkeit als solche, „die in einer Relation der Zeit gegen einander stehen." Nun sollen, nach Kant, Raum und Zeit schon selbst Anschauungen seyn; sie sollen ein Mannigfaltiges enthalten, verbinden, vereinigen; sie sollen Bedingungen aller Wahrnehmung seyn, und hiemit auch die Bedingung der Synthesis aller Apprehension enthalten. Und diese Synthesis soll eine andere voraussetzen, die nicht den Sinnen angehört. Denn: „die synthetische Einheit (welche als Bedingung der Synthesis aller Apprehension schon mit jenen Anschauungen gegeben ist), kann keine andre seyn, als die Verbindung des Mannigfaltigen einer gegebenen Anschauung überhaupt in einem ursprünglichen Bewusstseyn, den Kategorien gemäss, nur auf unsere sinnliche Anschauung angewandt." Schon vor dieser Stelle findet man **) den Satz: „die Einheit der Anschauung ist allein möglich durch die ursprüngliche synthetische Einheit der Apperception"; und noch früher ***) ist diese ursprüngliche Apperception erklärt als dasjenige Selbstbewusstseyn, was, indem es die Vorstellung: *Ich denke* hervorbringt, die alle andern muss begleiten können, — und in allem Bewusstseyn ein und dasselbe ist, — von

*) Kritik der reinen Vernunft §. 26.

**) Ebendas. §. 20.

***) Ebendas. §. 16.

keiner weiter begleitet werden kann. — So sehr verlegen war Kant wegen der Verbindung aller, zur Wahrnehmung eines Objects (des Hauses, des Wassers u. dgl.) gehörigen Theil-Vorstellungen, dass er, anstatt unmittelbar deren Gestaltung in Betracht zu ziehn, erst den Raum, „als Gegenstand vorgestellt, wie man es in der Geometrie bedarf", und auf ähnliche Weise die Zeit, zu Hülfe rief; und dann noch den Verstand in Bewegung setzte, um vermittelst der Kategorien endlich den vesten Einheitspunkt des Selbstbewusstseyns zu erreichen. Denn so lautet seine Aussage: „Ein Mannig-„faltiges, das in einer Anschauung, die ich die meinige „nenne, enthalten ist, wird durch die Synthesis des „Verstandes als zur nothwendigen Einheit des Selbstbe-„wusstseyns gehörig vorgestellt, und dieses geschieht „durch die Kategorie" *).

Fichte hingegen scheint aus der, nicht wenig verworrenen Kantischen Kategorien-Lehre sich vorzugsweise den Satz heraus gelesen zu haben: „Wie aber das Ich, der ich denke, von dem Ich, das sich selbst anschauet, unterschieden, und doch mit diesem letztern als dasselbe Subject einerley sey; wie ich also sagen könne: Ich, als Intelligenz und denkendes Subject, erkenne mich selbst als gedachtes Object, sofern ich mir noch überdas in der Anschauung gegeben bin (nur, gleich andern Phänomenen, nicht wie ich vor dem Verstande bin, sondern wie ich mir erscheine), hat nicht mehr und nicht weniger Schwierigkeit, als wie ich mir selbst überhaupt ein Object, und zwar der Anschauung und innerer Wahrnehmungen seyn könne." Hätte sich Kant selbst ernstlich mit dieser Frage beschäff-

*) Ebendas. §. 21.

tigt, so wäre seine Lehre, und hiemit die ganze neuere Philosophie, eine andere geworden.

52. Ein starkes Zeichen, dass Kant diesen Theil seiner Untersuchungen nicht durchgearbeitet, nicht zur Reife gebracht hatte, liegt in der gänzlich vernachlässigten, und dennoch sich unmittelbar aufdringenden Frage: warum wird nicht das Haus mit dem Baum daneben, mit dem Menschen davor, — warum nicht das Wasser mit seinem Gefässe als Eins aufgefasst? Die Synthesis, welche in der Vorstellung des Raums schon liegt, die Einheit des Selbstbewusstseyns, worin jene Vorstellungen als die meinigen zusammentreten, sammt dem begleitenden: ich denke, und sammt allen Kategorien, alles dies steht bereit, um noch viel mehr Mannigfaltiges, als das, was zu Einem Objecte gehört, zu vereinigen. Woher nun Begränzung und hiemit Gestaltung der Objecte?

Das ist leicht, möchte Einer sagen. Man sieht ja die Dinge sich bewegen. Die Menschen gehn vor dem Hause vorüber; das Wasser wird ins Gefäss hinein und wieder heraus gegossen.

Aber diese natürliche Antwort scheint sehr fern gelegen zu haben; denn Kant sagt in einer Note: „Bewegung eines Objects im Raume gehört nicht in eine reine Wissenschaft, folglich nicht in die Geometrie; weil, dass etwas beweglich sey, nicht a priori, sondern nur durch Erfahrung erkannt werden kann. Aber Bewegung, als Beschreibung eines Raumes, ist ein reiner Actus der successiven Synthesis des Mannigfaltigen in der äussern Anschauung überhaupt durch productive Einbildungskraft (später ein Lieblingswort Fichte's,) und gehört nicht allein zur Geometrie, sondern sogar zur Trans-

scendental-Philosophie." So vertieft war Kant in die Synthesis, dass ihn die Frage nach der Sonderung und Gegenüberstellung der Objecte gar nicht zu berühren schien. Und doch, wenn ein Gegenstand verschiedene Theile hat, kann er nicht einmal als Ein Ganzes aufgefasst werden, bevor seine Theile gesondert sind; denn ohne Theile giebt es kein Ganzes.

53. Will man sich in die Kantische Kategorien-Lehre vollständiger hinein versetzen, so ist dienlich, jene berühmte Stelle in Betracht zu ziehen, welche der Unterscheidung zwischen Phänomenen und Noumenen voransteht. „Wir haben jetzt das Land des reinen Verstandes nicht allein durchreiset, und jeden Theil davon sorgfältig in Augenschein genommen, sondern es auch durchmessen, und jedem Dinge auf demselben seine Stelle bestimmt. Dieses Land aber ist eine Insel, und durch die Natur selbst in unveränderliche Gränzen eingeschlossen. Es ist das Land der Wahrheit, umgeben von einem weiten und stürmischen Ocean, dem eigentlichen Sitze des Scheins, wo manche Nebelbank und manches bald wegschmelzende Eis neue Länder lügt; und indem es den auf Entdeckungen herumschwärmenden Seefahrer unaufhörlich mit leeren Hoffnungen täuscht, ihn in Abentheuer verflicht, von denen er niemals ablassen, und sie doch auch niemals zu Ende bringen kann." Diese Stelle schon drohet der rationalen Psychologie, den antinomischen Sätzen, der speculativen Theologie; es sind kritische Zwecke, welche dem Kritiker vorschweben, und der Hauptsatz seiner Kategorien-Lehre ist der: „die Kategorie hat keinen andern Gebrauch zur Erkenntniss der Dinge, als ihre Anwendung auf Gegenstände der Erfahrung."

Für den kritischen Zweck nun schien nicht nöthig, dem Ursprunge der Kategorien tiefer nachzuforschen. Daher die Behauptung: „Von der Eigenthümlichkeit un„seres Verstandes, nur vermittelst der Kategorien, und „nur gerade durch diese Art und Zahl derselben, Ein„heit der Apperception a priori zu Stande zu bringen, „lässt sich eben so wenig ferner ein Grund angeben, als „warum wir gerade diese und keine andre Functionen „zu urtheilen haben; oder warum Zeit und Raum die „einzigen Formen unsrer möglichen Anschauung sind."

In demselben Sinne fortfahrend würde ein Grammatiker sagen: von der Eigenthümlichkeit unserer Sprache, nur vermittelst der Conjunctionen, und nur gerade durch diese Art und Zahl derselben, Zusammenhang in den Ausdruck unserer Gedanken zu bringen, lässt sich eben so wenig ferner ein Grund angeben, als warum zu einem Satze ein Hauptwort und ein Zeitwort gehört, und warum Sätze zu Perioden verbunden werden können.

54. Was war denn nöthig für den kritischen Zweck? — Nichts weiter, als die Sache so liegen zu lassen, wie sie in der Kantischen Ansicht schon lag? Freylich nach dieser Ansicht standen nun einmal das Mannigfaltige der Empfindung und die Einheit des Bewusstseyns einander gegenüber; zwischen beyden gewisse Formen, die sich geschickt zeigten, das Mannigfaltige in sich aufzunehmen. War es nun genug, auszusprechen: Seht! diese Formen sind die Eurigen; gebraucht sie, wozu sie gut sind —?

In der That enthält die Stelle der Vernunftkritik *), wo der Gebrauch der Kategorien auf Erfahrung beschränkt wird, sonst nichts Wesentliches. Es heisst dort:

*) A. a. O. §. 22.

„Zur Erkenntniss gehören zwey Stücke: erstlich der Begriff, wodurch überhaupt ein Gegenstand gedacht wird (die Kategorie); und zweytens die Anschauung, wodurch er gegeben wird."

Wie, wird man fragen, zuerst der leere Gedanke, und dann erst das Gedachte? was ist denn ein Denken ohne Gedachtes?

Unbekümmert um solche Fragen fährt Kant fort: „Denn, könnte dem Begriffe eine correspondirende An„schauung gar nicht gegeben werden, so wäre er ein Ge„danke der Form nach, aber ohne allen Gegenstand, — — „und durch ihn gar keine Erkenntniss von irgend ei„nem Dinge möglich; weil es, soviel ich wüsste, „nichts gebe, noch geben könnte, worauf mein Ge„danke angewandt werden könnte."

„Nun ist alle uns mögliche Anschauung sinnlich, „also" —

Das Übrige versteht sich von selbst; die vorgebliche intellectuelle Anschauung wird sich dadurch nicht widerlegt bekennen.

55. Was unternahm aber Kant für seinen kritischen Zweck durch seine Kategorien-Lehre?

Die vorhandenen Formen, welche zur Aufnahme des Mannigfaltigen (seiner Meinung nach) bereit standen, mussten wenigstens aufgesucht, und durchmustert werden. Mangel an Vollzähligkeit, Aufraffen dessen, was sich gerade dargeboten habe, wirft er dem Aristoteles vor; in die weite Schatzkammer der Sprache hineinzugehn mochte ihm als Anlass zu ähnlichem Aufraffen bedenklich scheinen. Das Capitel von den Urtheilen in der Logik ist freylich nicht so gross, dass man wegen der Weite des Raumes sich darin verirren könnte!

Eben hier nun meinte er den Leitfaden zur Entdeckung aller reinen Verstandesbegriffe zu finden.

Das Wesentliche, worauf er sich stützt *), ist die Behauptung: jeder Begriff sey als Prädicat eines möglichen Urtheils zu denken. „Er ist also nur dadurch Begriff, dass unter ihm andre Vorstellungen enthalten sind." Darum, meint er, könne der Verstand von Begriffen keinen andern Gebrauch machen, als dass er dadurch urtheile. Natürlich ist nun der Schluss: also lernt man alle Arten des Verstandesgebrauchs kennen, wenn man die Arten der Urtheile kennt.

Sind denn aber die sämmtlichen Begriffe nicht anders zu gebrauchen, ausser so, dass sie in den Urtheilen die Stelle des Prädicats einnehmen? Woher dann die Subjecte für diese Prädicate? Und wie sollen sich die Arten des Verstandesgebrauchs in Kategorien verwandeln, d. h. in Begriffe von den Gegenständen, welche mögen erkannt werden? Gesetzt z. B. es gebe eine kategorische Urtheilsform, vermöge deren man sagen könne: grosse Hitze und Kälte sind tödlich, — ist denn nun diese kategorische Art, den Begriff tödlich als Prädicat für Hitze und Kälte zu gebrauchen, etwa die Kategorie der Substanz? Und was ist nun die Substanz in diesem Beyspiele? der Begriff tödlich gewiss nicht, denn eine Substanz ist nur Subject und nicht Prädicat. Sind denn etwa die Subjecte Hitze und Kälte, beyde auf gleiche Weise, für Substanzen erklärt oder auch nur dafür gehalten und angenommen, weil einer-

*) A. a. O. im Eingange zum §. 9; unmittelbar vor der Tafel der Eintheilungen der Urtheile.

ley Prädicat ihnen kategorisch beygelegt wurde? Oder stehen hier etwa Hitze und Kälte am unrechten Orte, indem sie nicht als Prädicate auftreten, wiewohl sie freylich Prädicate anderer möglicher Urtheile seyn können? Es scheint schwer, hier nur irgendwie den Kantischen Zusammenhang der Gedanken zu errathen.

Begriffe treten so oft und überall in den Platz des Subjects, dass kaum zu begreifen ist, wie auf den Umstand, dass sie auch als Prädicate vorkommen, irgend ein Gewicht mochte gelegt werden *). Wo von Bäumen und Steinen, von Menschen und Thieren etwas ausgesagt wird, da wird geurtheilt, und indem die Begriffe Baum, Stein, Mensch, Thier, anstatt sichtbarer Gegenstände gebraucht sind, liegt der Act des Urtheilens darin, dass ihnen selbst, als den Repräsentanten dieser Gegenstände, irgend welche Prädicate beygelegt werden. Darum sind sie Subjecte, wiewohl sie auch Prädicate seyn könnten.

Man mag alles Vorerwähnte — die gesuchte Vereinigung des Mannigfaltigen in der Wahrnehmung, damit ein Begriff vom Object herauskomme, also die Synthesis der Apprehension, die Einheit der Apperception, das begleitende: Ich denke, selbst jene successive Synthesis durch productive Einbildungskraft, — kurz Alles, was in dieser speculativen Angelegenheit wesentlich schien, zusammennehmen: damit erreicht man noch immer keine Erklärung des Misgriffs, die Kategorien nach Anleitung der Verschiedenheit in den logischen Urtheilsformen zusammen zu suchen. Auch ist in den andern Schulen,

*) Wir wollen hier nicht wiederholen, was gegen den Fehler, den Begriffen schon als solchen einen Umfang beyzulegen, anderwärts ist gesagt worden. Man vergleiche Psychologie §. 120.

die späterhin aus der Kantischen hervorgingen, dieser Misgriff allmälig unwirksam geworden.

Selbst der Satz: „die logische Form aller Urtheile besteht in der objectiven Einheit der Apperception der darin enthaltenen Begriffe" *), konnte Anlass zu besserer Überzeugung geben. Denn die objective Einheit der Apperception lässt keine nothwendigen Verschiedenheiten der logischen Formen erblicken; als ob in ihr, als dem eigentlichen Sitze aller Urtheile, etwas von Quantität, Qualität, Relation, Modalität begründet wäre. Dagegen hatte man Jahrhunderte lang in den Vorträgen der Logik das *A, E, I, O* unterschieden, ohne an objective Einheit der Apperception zu denken.

56. Schon die Gerechtigkeit gegen Kant erfodert, an den wahren und richtigen Anfangspunct seiner Betrachtungen zu erinnern. Diesen erkennt man am leichtesten aus der Art, wie er seine Lehre von Raum und Zeit einführt. Er sagt: „Damit gewisse Empfindungen auf etwas ausser mir bezogen werden, desgleichen „damit ich sie als ausser und neben einander vorstellen „könne, dazu muss die Vorstellung des Raumes schon „zum Grunde liegen."

Also bis auf die Empfindungen ging Kant zurück. Der Zusatz, die Vorstellung des Raums müsse schon zum Grunde liegen, ist zwar nichts als eine *petitio principii;* aber was die Empfindungen anlangt, so ist unbestreitbar, dass in dem Grün, Gelb, Hart, Weich, jedes einzeln genommen, kein Ausser-Einander liegt; und dass hieraus vorläufig eine Ungewissheit folgt, woher die Vorstellung — zwar nicht des Raums, der noch nicht hieher gehört, — aber des Räumlichen, als einer Sonde-

*) Kritik der reinen Vernunft §. 19.

rung des Empfundenen, wohl kommen möge? Die Auseinandersetzung, und ebenso das Nacheinander-Setzen, bedarf einer Erklärung, denn das Gegebene scheint, wenn man es in alle Partial-Vorstellungen auflösen könnte, die nämliche Summe derselben zu enthalten, wenn auch die Gestaltung verändert würde.

Über den Fehlschluss aus der Nothwendigkeit der Vorstellung des Raums, desgleichen über die unrichtige Behauptung, der Raum werde als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt, ist anderwärts gesprochen *).

Diese Unrichtigkeiten hindern nicht, dass man jene Bemerkung über die Empfindungen weiter benutze. Im Gegentheil, die nämliche Bemerkung trifft die sämmtlichen Formen der Erfahrung.

Dass nun die Synthesis in Raum und Zeit, die Synthesis in den Begriffen von Substanz und Accidens, Ursach und Wirkung, die Synthesis in den Urtheilen, die Synthesis im Selbstbewusstseyn, dem anscheinend unverbundenen Mannigfaltigen der Empfindung gegenüber hervortrat; dass Kant hierauf seine ganze Aufmerksamkeit richtete, dass er hierin die ursprüngliche Mitgabe des menschlichen Geistes zu finden glaubte: — dies Alles, fehlerhaft wie es ist, konnte bleiben wie es war, ohne dass deshalb die Erkenntnissbegriffe, die Kategorien, in den Arten der Urtheile brauchten gesucht zu werden.

57. Hingegen würde dies Alles sich plötzlich bedeutend verändert haben, wenn Kant sich die Frage vorgelegt hätte: wie ist Beobachtung möglich?

Denn in der Beobachtung eines gegebenen Gegen-

*) Psychologie §. 144.

stands hängt die Synthesis von der Empfindung ab. Bedürfte man keiner Empfindung, um zu den Bestimmungen des Objects zu gelangen, so könnte man die Mühe des Beobachtens sparen; was man a priori besitzt, bringt man schon mit; aber damit erfährt man nichts von dem: Wie lang? wie breit? wie früh? wie spät? — Nichts von den Umständen, welche bey einem Experiment wesentlich oder zufällig sind. Zu allem diesen gehört Sehen, Hören, Tasten, also Empfinden.

Und die Empfindung bestimmt nun wirklich die verlangte Synthesis. Also war es eine unrichtige Meinung, dass sie nur ein unverbundenes Mannigfaltiges liefere. Also ergiebt sich, dass Verbindung zwar nicht im Empfundenen liegt, aber mit dem Empfundenen gegeben wird, indem das Empfundene sich unter einander verbindet.

58. Daraus folgt nun eine gänzliche Umkehrung der Kantischen Ansicht über jene Synthesen; und über die vorgeblich bereit stehenden Formen.

Die Synthesis versteht sich überall von selbst, weil keine Scheidewände im Bewusstseyn (eigentlich in der Seele) vorhanden sind.

Dem gemäss sollte Alles in ein ungeschiedenes Eins zusammenfallen. Insbesondere der Raum, — von welchem Kant bemerkt, er enthalte Zusammenfassung des Mannigfaltigen in eine anschauliche Vorstellung, — sollte völlig in einander schwinden, so dass es kein Aussereinander mehr gäbe; die Zeit sollte ebenso ihr Nacheinander verlieren, und nur ihr Zugleich behalten. Das ereignet sich aber nicht. Und dass es sich nicht ereignet, davon sind die Gründe aufzusuchen, weil es keiner Gründe der Synthesis bedarf.

Man weiss, dass wir damit beschäfftigt waren und sind; denn von nichts Anderem ist die Rede, als von den gegenseitigen Hemmungen unter den dazu geeigneten Vorstellungen. Es kam hier nur darauf an, gelegentlich den Gegensatz gegen die Kantische Lehre zu bezeichnen. Formen der Hemmung (anstatt der Formen der Synthesis), wie wenn dergleichen ursprünglich in der Seele lägen, wird Niemand hier erwarten; und es ist nicht daran zu denken, obgleich sich dadurch das Gegenstück vollenden würde. Dennoch sind Raum und Zeit allerdings eben sowohl Formen der Trennung, als Formen der Zusammenfassung. Doch wir kehren zurück zu den Kategorien; und zwar zunächst zu den Kantischen.

59. Es ist aus dem Vorhergehenden offenbar, dass man dieselben in doppelter Hinsicht betrachten kann, erstens als Begriffe von den Verschiedenheiten in den Formen der Urtheile, zweytens als Erkenntniss-Begriffe. Nach ihrem Ursprunge können sie nur das erste, nach ihrer Bestimmung sollen sie das zweyte seyn.

Der erste Gesichtspunkt veranlasst zwar zuvörderst die Frage, ob die vier Eintheilungen der Urtheile richtig aufgestellt seyen? Darüber können wir indessen uns hier hinwegsetzen. Denn von der logischen Geltung ist nicht die Rede; für die Psychologie aber ist die Thatsache, dass die bekannten zwölf Arten der Urtheile wirklich vorkommen, und beym Gebrauch unterschieden werden, nicht zu bezweifeln; der Anspruch auf Vollständigkeit kommt, wie man bald sehen wird, nicht in Betracht. Allein wenn wir nun die Tafel jener Eintheilungen nehmen wie sie vorliegt, so können wir doch unmöglich einräumen, dass die Kantischen Kategorien

daraus abzuleiten seyen; denn es ist kaum zu begreifen, wie man je daran denken konnte, blosse Bejahung für den Begriff der Realität, kategorisches Urtheilen für Anzeige der Substantialität, logische Dependenz, wenn sie auch wirklich immer das Verhältniss von Grund und Folge enthielte, für Ursach und Wirkung, Disjunction für reale Gemeinschaft gelten zu machen. Da dies Alles gänzlich unzulässig ist, müssen wir zuerst diejenigen Begriffe hinstellen, welche wirklich das Verschiedene der zwölf Urtheilsformen anzeigen *). Sie mögen so benannt werden:

	Quantität	
	Allgemeines	
	Besonderes	
	Einzelnes	
Qualität		Relation
Bejahung		Entscheidung
Verneinung		Bedingung
Begränzung		Schwankung
	Modalität	
	Zulassung	
	Annahme	
	Behauptung	

60. Jetzt fragt sich: haben diese Begriffe da, wo sie sich finden, nämlich in den Urtheilen, auch ihren Grund und Boden; dergestalt dass, wenn sie noch anderswo vorkommen, nöthig sey, sie als abgeleitet aus solchen Functionen unseres Geistes, wie Bejahen, Verneinen, Entscheiden, Bedingen, Zulassen, Annehmen u.s.w. anzuerkennen? — (Den Ausdruck: Functionen, bietet

*) Aus Nachgiebigkeit ist hier die Begränzung an ihrer gewohnten Stelle gelassen; es ist hier nicht nöthig, dagegen Einspruch zu erheben. Man vergleiche unten 68 und 71.

uns Kant, der von der logischen Function des Verstandes in Urtheilen redet, und kurz zuvor von den Functionen der Einheit in den Urtheilen.)

Gesetzt, man müsse diese Frage bejahen, so entsteht die Aufgabe, jene Conjunctionen der Sprache, die copulativen und adversativen, die conditionalen, causalen, conclusiven, sammt den disjunctiven und concessiven, aus dem Innern der Urtheile, aus den Formen jener Einheit, worin sich das Prädicat dem Subjecte anfügt, abzuleiten. Jenes Zusammenfassen also, was vollständig in der Form des allgemeinen, minder vollständig in der des particulären Urtheils liegt, müsste von dorther, wo Alle oder Einige als Subject auftreten, herüber gewandert seyn, um sich in die engen Behausungen solcher Wörtchen, wie: Und, Sowohl als auch, τε und καί (allenfalls auch μέν und δέ,) zu begeben. Dies um desto gewisser, wenn die logische Allgemeinheit sich in Allheit, die logische Particularität in Vielheit transformiren soll. Ferner müsste das Nein, welches zwischen Subject und Prädicat steckt, seinen dortigen, vermeintlich ursprünglichen, Wohnsitz verlassen haben, um die verschiedenen Gestalten des Zwar, Aber, Sondern, Doch, Weder Noch, Entweder Oder anzunehmen. Am Entweder Oder würde sich dann auch das Bedingen und Schwanken einen Antheil vindiciren. Aus dem Zulassen und Bedingen möchte man das Ob, sammt den Verwandten, dem Obgleich und Wenngleich, zu construiren versuchen; doch bey letzteren würde auch etwas vom Verneinen sich einmischen. Um aber vollends das Weil, und Dann, und Damit zu erreichen, möchte wohl das Annehmen, ja das Behaupten sich mit dem Bedingen in irgend eine Verbindung einlassen müssen.

Man mag nun hier die obigen Auseinandersetzungen (45—47, sammt dem was vorhergeht) vergleichen.

61. Hat man vom psychischen Mechanismus, und von der möglichen Verschiedenheit und Bewegung der Vorstellungsmassen, auch nur den ersten Begriff gefasst: so weiss man, dass zwar alle Sprachen der Welt, sammt allen ihren Conjunctionen und Hülfsmitteln jeder Art, immer nur einen unvollkommenen Ausdruck für die Structur der Vorstellungsmassen liefern können; dass aber die Urtheilsformen davon noch viel weiter entfernt sind, indem selbst der Periodenbau mit aller seiner Mannigfaltigkeit noch lange nicht hinreicht, um das Innere völlig auszusprechen. Gleichwohl liegt in den Perioden und deren Verknüpfungen das Bestreben, sich auszusprechen; die Urtheile, als Bestandtheile der Perioden, müssen zur Äusserung jenes Bestrebens beytragen, soviel sie können. Kein Wunder also, dass Etwas von dem, was man in den Conjunctionen vollständiger wahrnimmt, auch schon in den Urtheilen zu sehen ist; nur kann man aus den Urtheilen nicht mehr herausnehmen, als was in ihnen liegt; die Verbindung der mehrern Urtheile in der Periode, der Perioden in der Rede, endlich der aus der Gedanken-Masse hervortretenden Rede in dieser Masse selbst, welche der Schooss und Ursprung von dem Allen ist, — bleibt die Hauptsache; und diese Hauptsache ist weder in den einfachen Urtheilen, noch in dem Wenigen, was die Logik von den zusammengesetzten (den hypothetischen und disjunctiven) Urtheilen zu sagen pflegt, gehörig zu erkennen.

Hatte nun Kant einmal die Richtung genommen, Reflexionen über die, thatsächlich vorhandenen, in der Logik verzeichneten, Formen der Urtheile anzustellen; ge-

dachte er die wahre Natur unseres Verstandes durch solche Reflexionen zu ergründen; wollte er davon einen kritischen Gebrauch machen: so musste diese Art von Kritik einen viel breitern Boden bekommen, und sie konnte ihn erreichen, wenn von Urtheilen zu Perioden, von Perioden zum Bau der Sprachen überhaupt fortgegangen wurde. Dann wäre der unglückliche Name: transscendentale Logik, wodurch dem Worte Logik ganz falsche Nebenbedeutungen angehängt wurden, wahrscheinlich niemals in Gebrauch gekommen; denn die philosophische Untersuchung über den Sprachbau, der das blosse Aneinanderreihen der Worte zu verbessern sucht, damit die wahre Configuration der Gedanken zu erkennen sey, — würde sich wohl passendere Benennungen gewählt haben.

Durch solches Fortschreiten in der einmal eingeschlagenen Richtung hätte sich nun freylich Kant noch weiter vom Aristoteles entfernt; aber die Folge wäre kein Nachtheil, sondern sehr annehmlich gewesen. Die Kategorien, welche man schon in einzeln stehenden Worten entdeckt, wären dem Aristoteles als sein Eigenthum verblieben; den Zusammenhang derselben mit dem psychischen Mechanismus hätte Kant noch immer aufzudecken Gelegenheit genug behalten.

62. Soll nun zweytens (nach 59.) auch noch von der Bestimmung der Kantischen Kategorien gesprochen werden: so ist zuvörderst offenbar, dass dieselbe den Kreis der Aristotelischen nicht überschreitet. Aristoteles redet von Erfahrungs-Gegenständen; selbst seine *οὐσία*, die man unpassend mit *substantia* übersetzt hat, ist ein sinnliches Ding, wie Mensch, Pferd; und er findet zunächst nur nöthig, dem Worte eine zwiefache Bedeutung zu ge-

ben, nämlich so, dass es erstlich und vorzugsweise (*πρώτως καὶ μάλιστα*) das Individuum, dann zweytens die Art (*εἶδος*) bedeute. Erst gegen das Ende der Betrachtung bemerkt er, die *οὐσία* könne, ohne sich zu vervielfältigen, entgegengesetzte Bestimmungen annehmen (*ἡ οὐσία, ἓν καὶ ταὐτὸν τῷ ἀριθμῷ ὂν, δεκτικὴ τῶν ἐναντίων ἐστίν*). Dabey aber fällt ihm noch immer nicht ein, den Kreis der Sinnendinge zu überschreiten. Der Mensch, sagt er, kann warm und kalt, besser und schlechter werden *).

Dass die Kantischen Kategorien ebenfalls bestimmt waren, den Erfahrungskreis nicht zu überschreiten, liegt am Tage; denn wir lesen ausdrücklich bey ihm den Satz: „die Kategorie hat keinen andern Gebrauch zur Erkenntniss der Dinge, als ihre Anwendung auf Gegenstände der Erfahrung."

Ob er diesem Satze treu geblieben sey, ist eine andre Frage. Er lehrt weiterhin: bey allem Wechsel der Erscheinungen beharret die Substanz, und das Quantum derselben wird in der Natur weder vermehrt noch vermindert. Er fährt fort: „Ich treffe von diesem synthetischen Satze nirgends auch nur den Versuch von einem Beweise an. In der That ist der Satz, dass die Substanz beharrlich sey, tautologisch. Denn bloss diese Beharrlichkeit ist der Grund, warum wir auf die Erscheinung die Kategorie der Substanz anwenden; und man hätte beweisen müssen, dass in allen Erscheinungen etwas Beharrliches sey, an welchem das Wandelbare

*) Kaum ist noch der Mühe werth, etwas so Offenbares zu bestätigen, sonst könnte wegen des Worts *οὐσία* noch auf des Porphyrius isagoge II, 24 verwiesen werden, wo es heisst: *ὥσπερ ἡ οὐσία, ἀνωτάτω οὖσα τῷ μηδὲν εἶναι πρὸ αὐτῆς γένος, ἦν τὸ γενικώτατον κ. τ. λ.*

nichts als Bestimmung seines Daseyns ist." Also in den Erscheinungen inwohnend soll etwas Beharrliches seyn? Das müsste selbst erscheinen, und brauchte dann nicht erst bewiesen zu werden. Dass aber in die Erscheinungen etwas hineingedacht wird, welches als der gemeinsame Träger (das *substratum*) aller simultanen und successiven sinnlichen Merkmale Eines und desselben Dinges angesehen wird: das ist eine Thatsache nicht des Erscheinens sondern des Denkens. Dabey erhebt sich die zwiefache Frage: erstlich, ist das Denken richtig und gültig? Zweytens: wenn richtig und gültig, ist es auch vollendet? oder nur ein angefangenes, weiter fortzuführendes? — Als solches haben wir es längst nachgewiesen und entwickelt; hier ist nicht der Ort, diese rein metaphysische Betrachtung zu erneuern *). Der Kanti-

*) Man wird leicht bemerken, dass die vorliegende Abhandlung weit davon entfernt ist, sich auf den Standpunct zu stellen, von wo eine umfassende Kritik der Kantischen Lehre möglich seyn würde. Die Kategorien, von denen hier gesprochen wird, sind zu den einzelnen fehlerhaften Parthien dieser Lehre zu rechnen, dergleichen überhaupt nicht hätten vorkommen können, wenn die Anlage der ganzen Arbeit richtig gewesen wäre. Bey Kant ist zwischen den Erscheinungen und der intelligibeln Welt eine unübersteigliche Kluft, weil die Motive, derentwegen diese zu jenen muss hinzugedacht werden, nämlich die Widersprüche in den Formen der Erfahrung, bey ihm gänzlich im Dunkeln bleiben. Daher sieht seine ganze Speculation so aus, als käme es nur darauf an, sich mit guter Manier aus einem verwickelten Handel zu ziehn. Dass die Späteren in den Widersprüchen stecken blieben, war ihr Fehler, den man jedoch durch Rückschritte zur Kantischen Lehre nicht wieder gut machen würde. Die vermeinte Kluft kann nicht bloss überstiegen werden, sondern das muss in so weit geschehen, als Psychologie und Naturphilosophie den menschlichen Erfahrungskreis zu ergänzen dienen; nur darf damit nicht eine Schwärmerey verbunden werden, als ob man jenseits der Milchstrasse eine Reise gemacht hätte, und davon zu erzählen wagen

sche Beweis aber ist lediglich charakteristisch für Kants Ansichten. „Die Zeit — bleibt und wechselt nicht. Die Zeit aber kann für sich nicht wahrgenommen werden. Folglich — muss in den Gegenständen der Wahrnehmung das Substrat anzutreffen seyn, welches die Zeit überhaupt vorstellt. Es ist aber das Substrat alles Realen die Substanz."

Dieser vorgebliche Beweis ist nun eine unpassende Darstellung jener Thatsache des Denkens; denn die Zeit ist hier unnöthig, und der Einheitspunct schon der simultanen Merkmale verfehlt. Das Gold muss schon als Substanz gedacht werden, wenn es als das Eine aufgefasst wird, welches ausgedehnt, starr, gelb, glänzend, schwer, und in gewissem Grade hart, zugleich ist; man hat gar nicht nöthig, es auch noch als dasjenige zu denken, welches zu anderer Zeit dehnbar, schmelzbar, feuerbeständig, und seinen chemischen oder merkantilischen Verhältnissen angemessen befunden wird. Die Zeit dagegen muss als die Form des Wechsels gedacht werden; und bevor dies geschehen ist, lässt sich in den Worten: sie bleibe und wechsele nicht, auch nicht einmal ein Sinn finden. Das Beharrliche bloss als solches kann gar keine Zeit vorstellen; es ist das Zeitlose, und geräth in die Zeit nur durch das, was als zufällig an ihm wechselnd angesehen wird. Auf das seltsame Postulat: die Zeit müsse wahrgenommen werden,

dürfte. Übrigens bleibt das grosse Verdienst Kants, die praktische Philosophie gänzlich unabhängig von der theoretischen hingestellt zu haben, hier unberührt und unbestritten. Man mag vergleichen, was im ersten Bande der Metaphysik über die Kantische Lehre gesagt worden.

welches dem vorgeblichen Beweise zum Grunde liegt (denn ohne diese Voraussetzung wäre nicht abzusehen, warum ein Repräsentant der Zeit auftreten müsste), brauchen wir uns hier nicht einzulassen.

Also während Aristoteles sich im Kreise der Erfahrung hält, geht Kant wider seinen Willen darüber hinaus, indem er vom Substrat alles Realen redet, welches jenseits der Erscheinung liegt, und niemals in den Kreis derselben eintreten kann. War dies Hinausgehen einmal geschehen, so musste es fortgesetzt werden; wir wollen es als nicht geschehen betrachten; denn wir wollen für jetzt im Kreise der Kategorien, ihrer angekündigten Bestimmung gemäss, bleiben.

63. Die am gehörigen Orte *) längst gegebene Anzeige der vier Haupt-Kategorien, Ding, Eigenschaft, Verhältniss, Verneintes, war der Hauptsache nach nicht als etwas Neues anzusehn. Sie trifft ganz nahe mit der Angabe des Aristoteles zusammen; wie auch schon dort hinreichend bemerklich gemacht worden. Es kommt zuerst darauf an, dass die οὐσία (ohne Anspruch an die metaphysische Bedeutung des Seyenden) an die Spitze gestellt werde, oder vielmehr stehen bleibe, wie Aristoteles sie gestellt hatte. Denn die Kategorien sollen Erkenntniss-Begriffe seyn; das setzt den Gegenstand voraus, worauf unmittelbar und zunächst das Erkennen sich richtet. Dann trit die Urtheilsform hinzu; nämlich die ganz allgemeine aller Urtheile, ohne Erwähnung irgend welcher Arten und Eintheilungen. Das Allgemeinste, was selbst die Frage mit dem Urtheile gemein hat, ist die Anknüpfung des Prädicats an das Subject; der

*) Psychologie §. 124.

bestimmte Unterschied des Urtheils von der Frage liegt im Ja und Nein. Das Nein aber liegt in der Kategorie des Verneinten, und entspringt mit ihr aus den wider eine Hemmung anstossenden Vorstellungen, wo sie mit dem Vermissten, Entbehrten, Begehrten einerley Grund und Boden hat. Die Kategorie für jedes Prädicat würde Eigenschaft seyn, wenn nicht sehr viele Prädicate ihren Sitz bloss im zusammenfassenden Denken hätten; so dass ein Unterschied hervortrit, je nachdem ein Gegenstand für sich allein, oder in Verbindung mit andern aufgefasst war. Nur im ersten Fall kann das Prädicat ihm selbst zugeeignet werden, so dass er es behalte, auch wenn Anderes kommt und geht. Im zweyten Falle, wo der Gegenstand nur für die Zusammenfassung mit Andern ein Prädicat annimmt, welches wegfällt sobald die Zusammenfassung verschwindet oder sich ändert, entsteht die Kategorie des Verhältnisses. Diese letztre, wenn man ganz genau seyn will, beruht auf dem bedingten Verneinen; nämlich auf dem Wegfallen des Prädicats nach aufgelöseter Zusammenfassung; allein bey veränderter Zusammenfassung wird das Aufhören der vorigen wenig bemerkt; daher natürlich genug Eigenschaft und Verhältniss einander können gegenüber gestellt werden.

Nun hat Aristoteles in den letzten Capiteln der Schrift von den Kategorien einige Nachträge hinzugefügt; der erste davon ist der Begriff des Entgegengesetzten. *Λέγεται ἕτερον ἑτέρῳ ἀντικεῖσθαι τετραχῶς· ἢ ὡς τὰ πρός τι, ἢ ὡς τὰ ἐναντία, ἢ ὡς στέρησις καὶ ἕξις, ἢ ὡς κατάφασις καὶ ἀπόφασις.* Dass hier die Verneinung zum Grunde liegt, bedarf keiner Erläuterung. Das *πρός τι* war schon in der ersten Angabe der Kategorien mit

aufgeführt. Das *ποσόν* und *ποιόν* haben wir als Unterabtheilung der Eigenschaft betrachtet, worüber weiterhin noch eine Bemerkung folgen soll. Was die übrigen Aristotelischen Kategorien anlangt, so ist das *ἔχειν*, wie das letzte Capitel aussagt, vieldeutig, jedenfalls aber den vorigen unterzuordnen; das *ποῦ*, *ποτὲ*, *κεῖσθαι*, *ποιεῖν*, *πάσχειν* gehören sämmtlich in die Klasse des *πρός τι*.

64. Für den Mangel bey Kant, dass dort an der Spitze der Kategorien die *οὐσία* fehlt, kann man auf den ersten Blick glauben, dreyfachen Ersatz bey ihm zu finden. Unter der Rubrik: Qualität (gemäss dem was bey den Urtheilen Qualität heisst) hat er die Realität; unter der Rubrik: Relation führt er die Subsistenz auf; endlich bey der Modalität bietet er noch die Wirklichkeit an. Ist nun die *οὐσία*, das Ding, unter der Realität, oder Subsistenz, oder Wirklichkeit zu verstehen? Vielleicht unter allen dreyen; vielleicht unter keiner von diesen. Was er bey der Realität gedacht hat, zeigt die sogenannte Anticipation der Wahrnehmung, das Reale, was Gegenstand der Empfindung ist, habe intensive Grösse, oder einen Grad. Es ist nun schon ein sehr wunderlicher Ausdruck, von einem Gegenstande der Empfindung zu reden. Empfindungen sind Zustände; nämlich in uns, nicht aber etwas, das uns gegenüber steht. Dass aber die Gegenüber-Stellung nicht und niemals in der Empfindung liegen kann, war gerade der Hauptgedanke (55.), aus welchem die nothwendigsten Betrachtungen über Raum und Zeit hervorgingen. Für den Begriff des Grades oder der intensiven Grösse sollte ein Platz gesucht werden. Diesen räumen wir ihm unbedenklich bey der Empfindung ein; eben

darum aber kann das Empfundene nicht dasjenige Bejahte seyn, welches dem Begriffe des Dinges entsprechen soll. Oder was würde wohl Aristoteles gesagt haben, wenn man ihm zugemuthet hätte, bey Mensch und Pferd, als Beyspielen der οὐσία, vollends bey den allgemeinen Begriffen davon, die er als eine zweyte Art von Dingen betrachtet wissen will, an den Grad der Empfindung zu denken, welcher, wenn wir jene Gegenstände sehen, von der stärkern oder schwächern Beleuchtung, wenn wir den Menschen reden und das Pferd wiehern hören, von der Stärke des Schalls bey der weitern oder geringern Entfernung abhängt? Soll Realität das Bejahte der Empfindung, Negation das Mangelnde der Empfindung bedeuten, so hat jene nicht die Bedeutung des Dinges, diese nicht die Bedeutung des Verneinten.

Was zweytens die Subsistenz anlangt, so hat ihr Kant das Correlatum: Inhärenz ausdrücklich vorgeschoben. Da hätten wir auf einmal die beyden Kategorien Ding und Eigenschaft, wenn nicht beyde für Eine gelten wollten, und wenn nicht diese Eine sich schon unter die Rubrik Relation gefügt hätte. Nun ist ein Ding gewiss keine Relation. Wohl aber kommt eine sehr wichtige Relation zum Vorschein, wenn Ein Ding viele Eigenschaften — zum Theil gleichzeitig, zum Theil nach einander — besitzt; denn da sollen die Vielen, obgleich sie viele sind, doch auf das Eine, welches nicht Vielerley seyn darf, bezogen werden. Dass Kant nicht an die simultane, wohl aber voreilig an die successive Vielheit dachte, und dass er hiemit auch in die allerdings sehr natürliche Versuchung gerieth, den Erfahrungskreis zu überschreiten, wurde schon oben bemerkt (61). Also bey der Subsistenz ist das Ding über-

sprungen, was bey der Realität, welche in der Empfindung gesucht wurde, noch nicht erreicht war.

Wie steht es denn um die Wirklichkeit, welche zwischen der Möglichkeit und Nothwendigkeit Platz genommen hat? Kants eigne Aussage lautet: „Die Kategorien der Modalität haben schon das Eigene an sich, dass sie den Begriff, dem sie als Prädicate beygefügt werden, als Bestimmungen des Objects nicht im mindesten vermehren, sondern nur das Verhältniss zum Erkenntnissvermögen ausdrücken." Also das Object setzen sie voraus; das Ding muss schon da seyn, ehe man überlegen kann, ob und wie man es in ein weiteres Gebiet der Möglichkeit hineindenken könne. Wiederum war demnach bey der Wirklichkeit der Begriff des Dinges schon übersprungen.

Das Resultat ist: unter den Kantischen Kategorien fehlt die erste und nothwendigste aller Kategorien. Weder die Realität, noch die Subsistenz, noch die Wirklichkeit kann dafür gelten.

65. Ungeachtet alles Redens von der Synthesis also, und von der objectiven Einheit der Apperception, — ungeachtet jener viel zu weit offenen Einheit des begleitenden: Ich denke, in welche nicht bloss die gegebene Einheit der Merkmale Eines Dinges, sondern die sämmtlichen, gegebenen und gedachten, Dinge hineinfallen, — sieht doch die Reihe der Kategorien so aus, als ob jene Synthesis entweder noch bevorstände, oder schon andern Reflexionen Platz gemacht hätte. In dem wahren Erfahrungsbegriff des Dinges ist dagegen die Synthesis der Merkmale vorhanden, noch ehe und bevor deren Vielheit unterschieden und die Synthesis bemerkt wird. Weit eher werden viele Dinge unter-

schieden, ehe die Vorstellung Eines Dinges in das Vielerley der Eigenschaften zerlegt wird. Hievon musste Rechenschaft gegeben werden, wenn es darauf ankam, den psychischen Process der Auffassung von Erfahrungs-Gegenständen psychologisch zu entwickeln.

Aber der Satz: die Kategorien seyen nur zum Erfahrungs-Gebrauche bestimmt, sollte der Metaphysik den Weg sperren. Das half nichts; denn bey der Zerlegung kommt das Vielerley der Eigenschaften Eines Dinges doch zum Vorschein; die vorhandene Synthesis wird nicht bloss zum Räthsel, sondern es wird auch noch überdies ihre Gültigkeit bezweifelt; wie dieses in Ansehung des veränderlichen Dinges, und seiner wechselnden, entgegengesetzten Merkmale, schon bey den Alten, namentlich den Eleaten und dem Platon, so deutlich hervortrit, dass eben der Veränderung wegen das Sinnliche als Schein verworfen, höchstens als Gegenstand des Meinens, aber nicht des Wissens, betrachtet wird.

Wir haben anderwärts erinnert, dass Kant den Widerspruch fühlte, an welchen jene Alten Anstoss nahmen *); aber auch, dass er ihn seltsam genug bedeckte. Eben dahin gehört das Obige (62.), dass er die Substanz bloss als das Beharrliche bezeichnet, und sie zum Repräsentanten der Zeit macht. Freylich enthält die Zeit nichts von den entgegengesetzten wechselnden Merkmalen, denn die Zeitpuncte werden als gleichartig vorgestellt. Wer seinen Blick lediglich auf die Zeit richtet, der übersieht gerade das, worauf es bey den Sinnengegenständen ankommt, sobald sie als Substanzen gedacht werden.

*) Psychologie §. 142, in der Anmerkung.

Wie ist es denn aber nur möglich, dies zu übersehen? Gerade dadurch ist es möglich, dass der Begriff des Dinges viel früher vorhanden, viel tiefer in der allgemeinen Gewohnheit gewurzelt ist, als der Begriff der Substanz. Den meisten Menschen fällt es gar nicht ein, die Einheit, welche der Substanz zukommt, zu unterscheiden von dem Aggregat der Merkmale und dem Faden der Veränderungen, wodurch das Ding als ein ungeschiedenes Eins gedacht wird.

Wo nun der Begriff des Dinges nicht gehörig vestgestellt wird, da ist für den Erfahrungsgebrauch nicht einmal der gehörige Anfangspunct bezeichnet; natürlich wird also auch die Fortsetzung verfehlt, welche dem rechten Anfange würde entsprochen haben. So konnten die Kantischen Kategorien ihre Bestimmung, als Erkenntnissbegriffe, (58.) nicht erreichen.

66. Während man nun hiemit der heutigen Zeit nichts Neues sagt, — denn die heutigen dreyzackigen Systeme legen wenig Werth auf die Kantischen Kategorien, — ist es doch nicht überflüssig, die „artigen „Betrachtungen, welche vielleicht erhebliche „Folgen in Ansehung der wissenschaftlichen „Form aller Vernunft-Erkenntnisse haben „könnten" *), wieder ins Gedächtniss zu rufen. In diesem Puncte hat Kant einen unbegreiflichen Gehorsam erlangt. Wo Quantität, Qualität, Relation und Modalität vergessen sind, wo man sich um das Verbot, den Erfahrungsgebrauch der Kategorien nicht zu überschreiten, schon längst nicht mehr kümmert, da ist gleichwohl noch jene Symmetrie der Dreytheilungen im hohen Grade beliebt, welche Kant zwar nicht bey den vier Haupt-

*) Krit. d. r. V. §. 11.

Kategorien (die man als blosse Überschriften gering schätzt), aber bey den untergeordneten einführte. Es ist der Mühe werth, von der langen Geschichte dieser Symmetrie den Anfang zu beleuchten.

Die artige Betrachtung selbst, welche hieher gehört, lautet so: „dass allerwärts eine gleiche Zahl der Kate„gorien jeder Klasse, nämlich drey sind; welches zum „Nachdenken auffodert, da sonst alle Eintheilung a priori „durch Begriffe, Dichotomie seyn muss *). Dazu kommt „noch, dass die dritte Kategorie allenthalben aus der „Verbindung der zweyten mit der ersten ihrer Klasse „entspringt. So ist die Allheit (Totalität) nichts Anderes „als die Vielheit als Einheit betrachtet, die Einschrän„kung nichts Anderes als Realität mit Negation verbun„den; die Gemeinschaft ist die Causalität einer Substanz „in Bestimmung der andern wechselseitig; endlich die „Nothwendigkeit, nichts Anderes als die Existenz, die „durch die Möglichkeit selbst gegeben ist."

Ehe wir uns auf dieses — an Spinoza erinnernde — *nihil aliud* einlassen, — waren denn wirklich allerwärts Drey, noch vor dem Nachdenken, zu welchem sie auffodern? Man sollte meinen, das Nachdenken hätte vorangehn, und die Drey herbeyführen sollen. Vermuthlich setzen Manche, die sich noch jetzt die gemächliche Dreyzahl wohl gefallen lassen, im Stillen voraus, das Nachdenken sey, bey einer so zur Sitte gewordenen Manier, schon durch ihre Vorgänger lange abgethan.

Bey Kant ist es ernstlich zu nehmen, dass die Drey allerwärts — erst sind, und dann zum Nachdenken auffodern. Denn am Ende des nächstvorhergehenden

*) Bekanntlich nach dem contradictorischen Gegensatze, dessen Vollständigkeit sicher ist.

Paragraphen sagt Kant: „Die Fächer sind einmal da; es ist nur nöthig, sie auszufüllen." Wo sind denn diese Fächer? Antwort: „Dieselbe Function, welche den „verschiedenen Vorstellungen in einem Urtheile Einheit „giebt, die giebt auch der blossen Synthesis verschiede„ner Vorstellungen in einer Anschauung Einheit, welche, „allgemein ausgedrückt, der reine Verstandes-Begriff „heisst. Auf solche Weise entspringen gerade so viel „reine Verstandes-Begriffe, als es in der vorigen „Tafel logische Functionen in allen möglichen Urtheilen gab; denn der Verstand ist durch gedachte Func„tionen völlig erschöpft, und sein Vermögen dadurch „gänzlich ausgemessen." Die vorige Tafel ist keine andere als jene der eingetheilten Urtheile. Wenn also neben dem alten *A*, *E*, *I*, *O*, die einzelnen, und die unendlichen Urtheile weggelassen werden, so fehlt in der entsprechenden Kategorientafel die Einheit und die Limitation; wenn Jemand die disjunctiven Urtheile auf verkürzte hypothetische zurückführt (31.), oder gar den logischen Unterschied der kategorischen von den hypothetischen Urtheilen nicht gelten lässt, so fehlt dort die Kategorie der Gemeinschaft, hier gar die der Substanz; und es ist, als hätte man dem Verstande sein Urrecht auf sein angebornes Eigenthum bestritten. Kein Wunder, dass einige Kantianer für die Eintheilungen der Urtheile wie *pro aris et focis* gestritten haben.

An das eben erwähnte *nihil aliud* sind folgende Bemerkungen in der Kürze anzuknüpfen:

1) Die Allheit erfodert, dass von dem Vielen, welches als vereinigt aufzufassen ist, nichts unvereinigt übrig bleibe.

2) Einschränkung setzt den Versuch der weitern

Ausdehnung des Bejahten voraus. Ein Baum ist nicht darum eingeschränkt, weil er nicht spricht und nicht leuchtet, sondern wenn er in einem schlechten Boden oder einem rauhen Klima nicht gehörig wächst, blüht, Früchte trägt.

3) Unter Gemeinschaft versteht Kant erst Einfluss („wie eine Substanz Ursache von etwas in einer andern Substanz werden könne",) dann Wechselwirkung („wie in einem Körper, dessen Theile einander wechselseitig ziehen und auch widerstehen"). In beyden Fällen entsteht die Frage, ob er bey der Causalität noch nicht an die Ursache als Substanz gedacht hatte, da erst die Kategorie aus der Verbindung jener beyden (Substanz und Ursache) entstehen soll?

4) Wäre Nothwendigkeit die durch blosse Möglichkeit gegebene Existenz, so hätte die Möglichkeit mehr gegeben, als sie hat, und geben kann.

Aber Kant liess sich durch solche Bedenken nicht abschrecken. Am Ende der Einleitung zur Kritik der Urtheilskraft (jener reflectirenden Urtheilskraft, welche in der Natur eine Art von Zweckmässigkeit nicht finden, sondern in sie hineintragen, und, wenn das etwa zuweilen gelänge, sich daran wie an einer erreichten Absicht freuen sollte, — gewiss eine der seltsamsten Paradoxien, womit je ein geistreicher Kopf gespielt hat,) macht er einen Unterschied zwischen analytischen (den gewöhnlichen logischen) und synthetischen Eintheilungen, welche letzteren allemal dreytheilig ausfallen sollten. Denn — es sollen dazu gehören: 1) Bedingung, 2) ein Bedingtes, 3) der Begriff, der aus der Vereinigung des Bedingten mit seiner Bedingung entspringe. Ungefähr wie wenn Jemand ein Urtheil so

eintheilen würde: 1) Subject, 2) Prädicat, 3) das Urtheil selbst, welches aus der Vereinigung des Subjects und Prädicats entspringt. Nämlich Bedingung und Bedingtes beziehen sich auf einander; das heisst, jedes setzt das andere voraus; es giebt keine Bedingung ohne Bedingtes, und kein Bedingtes ohne Bedingung; der Begriff der Bedingtheit umfasst beyde, so wie der Begriff eines Urtheils Subject und Prädicat umfasst. Nun giebt es zwar für jede Beziehung, auch wenn sie nur einseitig ist, eine Theilung; man kann Bezogenes und Beziehungspunct von einander unterscheiden; aber die Theilung ist keine Eintheilung; am wenigsten darf man die Beziehung selbst noch als ein Drittes neben jene beyden Theile hinzählen, denn sie lag schon in beyden als deren Voraussetzung.

67. Gleichwohl wurde in der Periode des Kantianismus das Kunststück nicht bloss angestaunt, sondern nachgeahmt.

Zwar lässt sich die Confusion, die Fichte anrichtete, als er analytische und synthetische Urtheile mit bejahenden und verneinenden, den Satz des Grundes mit einer Vereinigung Entgegengesetzter durch den Begriff der Theilbarkeit, ja sogar Spinoza's Substanz mit dem Substrat der Theilbarkeit, worin beyde, das Ich und Nicht-Ich, — Spinoza's Intelligenz und Ausdehnung — gesetzt seyen, durch einander warf und vermengte *), nicht vollständig aus den vorerwähnten Kantischen Misgriffen ableiten oder dadurch entschuldigen; vielmehr liegt die wahre Entschuldigung darin, dass zu jener Zeit, da die schon von den Alten bemerkten Widersprüche der Erfahrungsfor-

*) Fichte Wissenschaftslehre vom Jahre 1794, S. 31 — 48.

men in tiefer Vergessenheit begraben lagen, doch endlich einmal Einer der Erste seyn musste, der in den Wald dieser Widersprüche hinein gerieth; wozu denn allerdings die nähere Betrachtung des Ich einen hinreichenden Anlass darbieten konnte. Dass aber hiebey so verkehrt zu Werke gegangen wurde, daran hatten allerdings die Kantischen Kategorien und vermeinten Synthesen einen bedeutenden Antheil. Ich, Nicht-Ich, gegenseitige Begränzung beyder, wurden auf die Kantischen Kategorien der Qualität gedeutet. Fichte schliesst seinen ersten Theil *) ausdrücklich mit den Worten: „Wenn von der bestimmten Form des Urtheils, dass es „ein entgegensetzendes oder vergleichendes, auf einen „Unterscheidungs- oder Beziehungsgrund gebautes ist, „völlig abstrahirt, und bloss das allgemeine der Hand„lungsart, — das, eins durchs andre zu begränzen, — „übrig gelassen wird, haben wir die Kategorie der Be„stimmung, Begränzung, bey Kant Limitation. Nämlich „ein Setzen der Quantität überhaupt, sey es nun Quan„tität der Realität, oder der Negation, heisst Bestim„mung."

Was ferner die Kantischen Synthesen anlangt, — jene Synthesis in der Apprehension des Mannigfaltigen, wodurch etwa die Anschauung eines Hauses zur Wahrnehmung gemacht wird, (50.) — dann jenen reinen Actus der successiven Synthesis durch productive Einbildungskraft, vermöge dessen Bewegung als Beschreibung eines Raumes, vorgestellt wird, (51.) — überdies jene Synthesis des Verstandes, wodurch ein Mannigfaltiges der Anschauung als zur nothwendigen Einheit des Selbstbewusstseyns gehörig gedacht wird

*) A. a. O. S. 48.

(51.): so wollen wir denselben zur kurzen Probe eine Aussage Fichte's*) gegenüber stellen.

„Keine Antithesis ist möglich ohne eine Synthesis; denn die Antithesis besteht ja darin, dass in Gleichen das entgegengesetzte Merkmal aufgesucht wird"; —

(Darin besteht sie nun zwar nicht; wohl aber erfodert sie, dass in Einem Vorstellen die Entgegengesetzten zusammen gehalten seyen;)

„aber die Gleichen wären nicht gleich, wenn sie nicht erst durch eine synthetische Handlung gleichgesetzt wären. In der blossen Antithesis wird davon abstrahirt, dass sie erst durch eine solche Handlung gleichgesetzt worden: sie werden schlechthin als gleich, ununtersucht woher, angenommen";

(soll heissen: nach der Möglichkeit des Zusammenhaltens der Entgegengesetzten wird nicht gefragt;)

„bloss auf das Entgegengesetzte in ihnen wird die „Reflexion gerichtet, und dieses dadurch zum klaren „und deutlichen Bewusstseyn erhoben."

(Also in der Reflexion steigen die Vorstellungen, in der Abstraction sinken sie im Bewusstseyn).

„So ist auch umgekehrt keine Synthesis möglich, ohne eine Antithesis. Entgegengesetzte sollen vereinigt werden; sie wären aber nicht entgegengesetzt, wenn sie es nicht durch eine Handlung des Ich wären, von welcher in der Synthesis abstrahirt wird, um bloss den Beziehungsgrund durch Reflexion zum Bewusstseyn zu erheben."

Hier handelt zwar nicht dies oder jenes Erkenntnissvermögen, Sinnlichkeit, Einbildungskraft, Verstand; sondern das Ich, welches zuvor als Grund aller Realität

*) A. a. O. S. 35.

proclamirt worden, trit selbst handelnd auf; dennoch hat es von den Kantischen Seelenvermögen sein Handeln gelernt, und setzt nur unter etwas veränderten Bestimmungen fort, was jene begonnen hatten.

Kein Wunder, dass nun das Sinken und Steigen der Vorstellungen im Bewusstseyn mit solchen Namen Abstraction und Reflexion, belegt wird, als ob auch dazu eigne Handlungen von dem Ich müssten vorgenommen werden. Das Fichtesche Ich hat überhaupt das Schicksal, Vieles zu thun, wovon es nichts weiss, und dies Nichtwissen erst durch eine späte Selbsterkenntniss zu verbessern. So lesen wir unter andern S. 286. der Wissenschaftslehre: „Da alle diese Functio„nen des Gemüths mit Nothwendigkeit geschehen, so „wird man seines Handelns sich nicht bewusst, und „muss nothwendig annehmen, dass man von aussen er„halten habe, was man doch selbst durch eigne Kraft „nach eignen Gesetzen producirt hat."

So lautet die Sprache des Idealisten, der den psychischen Mechanismus nicht kennt, aber sucht, indem er allerdings speculative Bedürfnisse empfindet, von denen die Menge nichts merkt und begreift.

68. Durch Anführung jener Stelle, welche besagt, ein Setzen der Quantität heisse Bestimmung, Begränzung, bey Kant Limitation, haben wir es Fichten überlassen, eine Bemerkung auszusprechen, die freylich beym Anblick der Kantischen Kategorientafel sich Jedem leicht aufdringen kann; nämlich, dass die Limitation, welche dort unter der Rubrik: Qualität, erscheint, in das Gebiet der Quantität zurückgreift. Dieser Punct wurde oben (63.) schon vorläufig erwähnt. Ohne uns hier auf den offenbaren Kantischen Fehler weiter

einzulassen, haben wir mit Fichten — und mit dem Aristoteles zu thun.

Fichte will zwar den Begriff der Schranken nicht analytisch aus der Vereinigung der Realität mit der Negation entwickeln. Aber ein Paar Seiten weiter hin schreibt er: „Alles Entgegengesetzte $= -A$ ist ent-„gegengesetzt einem A; und dieses A ist gesetzt. Durch „das Setzen eines $-A$ wird A aufgehoben, und doch auch „nicht aufgehoben. Mithin wird es nur zum Theil „aufgehoben." Wir unterbrechen ihn hier; denn unabhängig von dem anscheinend räthselhaften Fortgange seiner Rede ist hier eine Entwicklung nöthig.

A ist hier zum Gegenstande einer Bejahung und Verneinung gemacht; und gefodert wird, dass die Verneinung nicht als auslöschend das Bejahte angesehen werde. Also das Bejahte bleibt stehen; das Verneinte bleibt auch stehn. So steht zweymal A; einmal für die Bejahung, das andremal für die Verneinung. Es sind zwey Exemplare von A gedacht worden; beyde fallen unter Einen allgemeinen Begriff, den Begriff von A, welcher, wie jeder Multiplicandus, logisch höher steht, als die Anzahl der vorhandenen Exemplare. Wie nun jedem höhern Begriffe ein Umfang zugeschrieben wird, so hat auch hier der allgemeine Begriff des A eine Sphäre, und in diese theilen sich die Exemplare. Das Seltsame, demjenigen A, welches Gegenstand der Verneinung seyn soll, einen Platz in der Sphäre des Begriffs A anzuweisen, mildert sich etwas, indem Fichte gleich weiterhin ein B einführt, welches durch das Setzen des A nicht gesetzt, und in so fern ein verneintes A sey; darauf fährt er fort: „Durch das

Gleichsetzen beyder ($B = A$) wird weder A noch B, sondern irgend ein X gesetzt, welches $= X$ und $= A$ und $= B$ ist." Was er damit sagen will, zeigen etwas weiterhin die Beyspiele. Der Vogel ist ein Thier (der Beziehungsgrund soll seyn: animalisch belebte Materie, der Unterscheidungsgrund: zwey oder vier Füsse u. dgl.). Eine Pflanze ist kein Thier (Beziehungsgrund: Organisation; Unterscheidungsgrund: specifische Differenz zwischen Pflanze und Thier). Die Beyspiele zeigen eine logische Theilung logischer Sphären. Damit ist nun noch immer nicht der Begriff der Limitation gewonnen; wohl aber allerdings eine Annäherung an denselben. Man braucht nur in das letzte Beyspiel noch den Begriff der Zoophyten einzuführen, und mit ihnen einerseits die verschiedenen, mehr ausgebildeten Pflanzen, andererseits die mehr ausgebildeten Thiere zu vergleichen, so bilden in dieser Vergleichung die Zoophyten einen Übergang aus einem Gebiete in ein anderes, nachdem jedes dieser Gebiete für sich eine Weite der Ausdehnung bekommen hatte, worin mancherley gradweise musste unterschieden werden. Der Übergang setzt eine Gränze voraus; und der Begriff der Limitation entsteht da, wo Vieles mehr oder minder Entgegengesetzte zusammengehalten, und nach entgegengesetzten Richtungen zusammengefasst wird.

Um Fichtes eigentliche Absicht an dieser Stelle, das absolute Ich als den Grund und Boden darzustellen, worauf das beschränkte Ich und das beschränkte Nicht-Ich neben einander stehen sollten, bekümmern wir uns nicht weiter, da unsre Absicht bloss auf die Kategorie der Quantität gerichtet ist; welche wir am gehörigen Orte der Qualität coordinirt, beyde aber dem höheren

Begriffe der Eigenschaft subordinirt haben. Zur Erläuterung mag Aristoteles veranlassen.

69. Aristoteles stellt zwar ganz gemächlich sein *ποσὸν* und *ποιον* neben einander; ja er lässt in der nähern Betrachtung noch das *πρός τι* dazwischen kommen, welche Einschiebung wenigstens nicht mehr pflegt nachgeahmt zu werden. Allein die fernere Entwickelung zeigt Quantitäts-Begriffe, wo man dergleichen nicht erwarten möchte, wenn man die Aufzählung der Kategorien als eine reine Auseinandersetzung ansieht. Ob bey den einzelnen Kategorien ein Mehr oder Minder vorkomme? dies wird bey ihm zur vielfach wiederkehrenden Frage. Bey der *οὐσία* und dem *ποσὸν* wird die Antwort verneinend, bey dem *πρός τι*, dem *ποιὸν*, dem *ποιεῖν* und *πάσχειν* wird sie bejahend gegeben. Zwar auf die Individuen soll der Begriff der *οὐσία* mehr passen, als auf die Arten und Gattungen; aber in der Anwendung dieser Kategorie auf einen und denselben Gegenstand soll kein Mehr und Minder (kein Comparativ des Seyn) vorkommen. Beym *ποσὸν* wird das Maass von zwey Ellen, die Zahl Drey oder Fünf beyspielsweise angeführt; darin nun, dass ein Gegenstand durch solches Maas oder solche Zahl bestimmt ist, liegt kein Mehr oder Minder. Hingegen bey einigen Verhältnissbegriffen passt, nach Aristoteles, ein Mehr oder Weniger; Ähnlichkeiten sind grösser oder kleiner. Bey den Beschaffenheiten gleichfalls; Weisses kann noch weisser werden; Warmes noch wärmer; der Traurige noch trauriger; daher auch das Erwärmen, Betrüben, und das solchem Handeln entsprechende Leiden (Categ. VI, 21; VII, 3).

Hätte nun Aristoteles auf dasjenige Weisse, welches,

obgleich es weisser seyn könnte, doch nicht weisser ist, — oder auf dasjenige Warme, welches, obgleich es wärmer seyn könnte, doch nicht wärmer ist, reflectirt: so würde er seinen Satz von dem *ποσὸν* haben anbringen können, dass hier, nämlich in der Anwendung einer einmal veststehenden Gradbestimmung, kein Mehr und kein Minder Statt finde. Allein er scheint sich mit intensiven Grössen nicht sonderlich befreundet zu haben. Bey dem *ποσὸν* beginnt er seine Betrachtung damit, discrete und stetige Grössen zu unterscheiden. Zu jenen rechnet er nicht bloss die Zahlen, sondern auch die Worte, mit dem etwas harten Satze: *οὐ γάρ ἐστι κοινὸς ὅρος, πρὸς ὃν αἱ συλλαβαὶ συνάπτουσιν, ἀλλ' ἑκάστη διώρισται αὐτὴ καθ' αὑτήν.* Dagegen erkennt er dem Raume und der Zeit die Continuität zu. Nachdem nun noch ein Unterschied zwischen Lage und Ordnung gemacht worden (jene für das Räumliche, diese für Zeit und Zahl:) fährt er fort: *κυρίως δὲ ποσὰ ταῦτα λέγεται μόνα τὰ εἰρημένα· τὰ δὲ ἄλλα πάντα κατὰ συμβεβηκός· εἰς ταῦτα γὰρ ἀποβλέποντες καὶ τὰ ἄλλα ποσὰ λέγομεν. οἷον πολὺ τὸ λευκὸν λέγεται, τῷ γε τὴν ἐπιφάνειαν πολλὴν εἶναι· καὶ ἡ πρᾶξις μακρά, τῷ γε τὸν χρόνον πολὺν εἶναι· καὶ ἡ κίνησις πολλή· οὐ γὰρ καθ' αὑτὸ ἕκαστον τούτων ποσὸν λέγεται· — καὶ τὸ λευκόν ποσόν τι ἀποδιδοὺς, τῇ ἐπιφανείᾳ ὁρίζει· ὅση γὰρ ἂν ἡ ἐπιφάνεια εἴη, τοσοῦτον καὶ λευκὸν φήσειεν ἂν εἶναι.* Wo bleibt hier jenes Mehr oder Minder des Weissen, welches noch weisser werden kann? Daran erinnert sich Aristoteles erst beym *ποιὸν*. An solche Quantitäten und Begränzungen, wie jene innerhalb der logischen Sphären (68.) scheint er bey den Kategorien vollends nicht zu denken.

70. Wer die Weisse der Leinwand, des Papiers, des Bleyweisses, des Mondes, des Schnees vergleicht, der bekümmert sich nicht um die grössere oder kleinere Oberfläche; wohl aber findet er bestimmte Grade der Weisse, zwischen welchen ein Mehr oder Weniger liegen könnte. Er findet ein *ποσὸν*, ein bestimmtes, intensives Quantum Weisse des Schnees, von dem die minderen Grade als Brüche zu betrachten sind. Bey wachsender Beleuchtung würden diese Grade zugleich wachsen; und wenn die Leinwand auf dem Schnee liegt, so wachsen sie beym Anbruch des Tages wirklich zugleich für den Zuschauer.

Wer eine Melodie von mehrern Stimmen zugleich singen hört, der hört stärkere Töne von Vielen, schwächere von einer kleinern Zahl der Sänger; und wenn zu den vorigen Sängern auf einmal zehn neue hinzutreten, so überspringt die Verstärkung des Tons auf einmal alle diejenigen geringern Verstärkungen, welche durch einen oder zwey, durch acht oder neun Beytretende wären erreicht worden. Allein wenn der Hörende sich dem Gesange allmählig nähert, so wird für ihn die Stärke des Tons continuirlich wachsen; und die Distanzen jener sprungweisen Verstärkungen werden für ihn ausgefüllt seyn.

Wenn Jemand in eine schwache Salzlauge eine Handvoll Salz auf einmal nachschüttet, so wird der salzige Geschmack sprungweise stärker werden; während die allmählige Verstärkung durch langsames Zugiessen einer gesättigten Salzlösung konnte bewirkt werden.

Auf den Unterschied der stetigen und der discreten Verstärkung ist hier deshalb hingewiesen, weil beym Aristoteles das *μᾶλλον καὶ ἧττον* einen weitern Umfang

bekommen hat als das *ποσὸν*. Es sieht aus, als hätte er in der intensiven Grösse nicht vesten Fuss fassen können, und als wäre es ihm zwar leicht geworden, ein unbestimmtes Mehr oder Weniger in Gedanken zu verfolgen und vorüber schweben zu lassen, aber schwer, das Schwebende in irgend einem Puncte vestzuhalten, wobey es sich in ein bestimmtes Quantum würde verwandelt haben.

Am leichtesten findet es dagegen Aristoteles, mit Hülfe der *θέσις* und *τάξις* Raum- und Zeit-Grössen aufzufassen. Freylich ist das: *ποῦ ἕκαστον κεῖται* hier bequem anzugeben; das aber wird gewöhnlich nicht bemerkt, dass man in die Widersprüche der Continuität eben deshalb hineingeräth, weil das Intensive hier nicht an seiner rechten Stelle, und doch nicht zu verscheuchen ist. Der Raum sollte ein reines Ausser-Einander, die Zeit ein reines Nach-Einander seyn; die nächsten Theile aber fliessen in einander, und ihre Unterscheidung darf nicht vestgehalten werden. Alte Gewohnheit bedeckt hier die Schwierigkeit. Doch zurück zur Hauptsache.

71. Eben deshalb, weil bey den Erfahrungs-Gegenständen das *ποσὸν* sich überall ins *ποιὸν* eindrängt, — weil man Beschaffenheiten ohne Quantitäten nirgends angeben kann, — und weil die Kategorien ihre Bestimmung in dem Erfahrungskreise haben (59. 62.), und so genommen werden müssen, wie sie dort vorkommen: haben wir in der Psychologie bey der Haupt-Kategorie der Eigenschaft (63.) sogleich Qualität und Quantität zusammengestellt. Auf die Frage: was für ein Ding? kommen desto gewisser, je bestimmter man sie beantworten will, beyde zugleich zur Sprache; bald die Quantität der Qualität — der Grad; bald die Qualität der Quantität — die

Gestalt, der Rhythmus u. dgl. m. Dies nun hindert zwar nicht, dass man Quantität und Qualität als zwey Kategorien unterscheide; vielmehr behält Aristoteles Recht, dass unter den sprachlichen Ausdrücken (*των λεγομένων*) einige das Wieviel, andre das Wiebeschaffen anzeigen. Allein beyde müssen zusammen der Kategorie des Verhältnisses, dem *πρός τι*, gegenübertreten, bey welchem die allgemeine Frage Was? überschritten, und von einem zu einem andern hingeschauet wird. Quantität und Qualität bleiben noch bey Einem Dinge, oder bey Einem Aggregat von Dingen; ihr Unterschied ist ein subordinirter; er gehört nicht in die Reihe der Haupt-Kategorien. Fragt man nun aber nach der rechten Stelle für den Begriff der Limitation, so sieht man, dass eine neue Unterordnung nöthig wird. Ohne Zweifel gehört Begränzung zu den Quantitäts-Begriffen; mit blosser Position und Negation ist hier nichts auszurichten. Die Gränze erfodert ein Feld, in welchem sie laufe; oder mindestens ein zwiefaches Quantum nach entgegengesetzten Seiten; wenn nicht ein wirklich zurückweisendes, so doch ein gesuchtes für den Versuch, jenseits der Gränze noch etwas zu setzen, wäre es auch nur das Leere, wo das Etwas vermisst wird. Bis an die Gränze muss ein Zusammenfassen stattgefunden haben, welches nicht weiter geht, aber den Gedanken des Weiter in sich trägt. Darum haben wir bestimmte Quantität von der unbestimmten unterschieden; dergestalt, dass Einheit und Allheit zu jener, die blosse Vielheit aber zu dieser gehören.

In dem nämlichen Zusammenhange, da der Ursprung der Kategorien sollte angezeigt werden, musste denn auch der natürlichen Neigung, alle Grössen als exten-

sive vorzustellen, Erwähnung geschehn. Der Ursprung liegt in den Reproductionsgesetzen. „Ohne die Reproductionsgesetze, die Eins zwischen Anderes setzen, würde es eben so wenig jemals eine Kategorie der Quantität gegeben haben, als einen Raum und eine Zeit; denn die Einheit der Seele würde die Theile des Vielen so völlig verschlingen und in sich versenken, dass gar kein Mannigfaltiges mehr in ihm könnte geschieden werden. Was insbesondere die Zahlen anlangt, so scheint hier alles Zwischen-Liegende, welches die darin enthaltenen Einheiten trennen könnte, zu mangeln. Allein dies beweiset, dass die Zahlbegriffe nichts Primitives sind. Die ursprünglichen Zahlen sind Anzahlen gesonderter Gegenstände. Diese zeigten sich den Versetzungen unterworfen. Also hemmten sich die bestimmten Reihen, welche die Wahrnehmung erzeugt hatte. Dennoch blieb das Streben zur Sonderung. Alle Zahlen suchen, sich auseinander zu setzen; sie streben zur Gestaltung. Daher die allgemeine Neigung, sie bald als Abscissen und Ordinaten darzustellen, bald als figurirt zu betrachten; bald sogar ihnen mystische Eigenschaften beyzulegen."

Diese Stelle mag an ihrem Orte *) im Zusammenhange nachgelesen werden. Die τάξις, welche Aristoteles der Zeit und der Zahl zuschreibt, verwandelt sich in eine θέσις, sobald die Zeit (wie das merkwürdige Wort Zeitraum andeutet) zwischen bestimmten Gränzen zusammengefasst, oder vollends nach Kant als dasjenige angesehen wird, „welches bleibt und nicht wechselt" (62.); und sobald zwischen den Zahlen Brüche eingeschaltet, Irrationalgrössen gesucht, die immer dichter liegenden Wurzeln grösserer Zahlen in Betracht gezo-

*) Psychologie §. 124.

gen werden. Dies geschieht, obgleich man keinen Zeitraum nach Fussen und Zollen ausmessen, keiner Distanz zweyer Zahlen, für sich allein betrachtet, eine bestimmte Grösse beylegen kann. Es geschieht, weil jeder Unterschied der Zeiten oder Zahlen zum Maassstabe für andere gleichartige, grössere oder kleinere, Unterschiede genommen werden kann, indem es dabey bloss auf Vergleichungen und Verhältnisse ankommt. Was aber möchte Aristoteles zu der heutigen Unterscheidung von Sternen erster, zweyter, dritter, vierter Grösse u. s. w. gesagt haben? Hätte er seinen Satz vesthalten wollen: das Quantum des Weissen werde nach der Grösse der Oberflächen bestimmt (68.), so müsste er auf den Schluss gekommen seyn, der Sirius gebe uns eben so, wie der Jupiter, viel Weisses zu sehn, nämlich wegen einer grossen Oberfläche; die schwächern Sterne weniger wegen kleinerer Oberflächen; während heutiges Tages Jedermann weiss, dass die Fixsterne für uns mathematischen Puncten gleichen, bey denen wir nur die Intensität unserer Licht-Empfindung einer Grössenschätzung nach Zahlen unterwerfen können. Diese Grössenschätzung schwankt; aber nur in unserm Denken, welches die Empfindung zu seinem Gegenstande macht. Dabey liegt die Voraussetzung zum Grunde, dass die Intensität jeder einzelnen Licht-Empfindung nicht etwan auch eben so schwanke, wie der Gedanke, der in den angegebenen Zahlen einen Ausdruck sucht, ohne ihn genau verbürgen zu können; dass vielmehr jedesmal jede gegebene Licht-Empfindung an sich eine bestimmte intensive Grösse besitze, die nicht an sich maasslos, sondern nur für die Künste unserer Photometrie unerreichbar ist. Läge diese Voraussetzung nicht zum Grunde, so hätte

man niemals, auch nicht bey solchen Vergleichungen, die mehr oder minder erreichbar sind, an eine Photometrie denken können; denn was an sich schwankt, davon kann Niemand hoffen eine veste Auffassung zu gewinnen. Übrigens wollen wir das blosse Abzählen einer Folge bemerkbarer Unterschiede (wie bey den Sternen) auf keine Weise mit einer Messung vergleichen; dagegen aber wollen wir uns erinnern, dass Zahlbegriffe ihrem wahren Sinne nach weder mit Extension noch mit Intension etwas gemein haben. Zahlen sind Multiplicatoren, welche über die Frage, von welcher Art ihr Multiplicandus sey, überall nichts bestimmen.

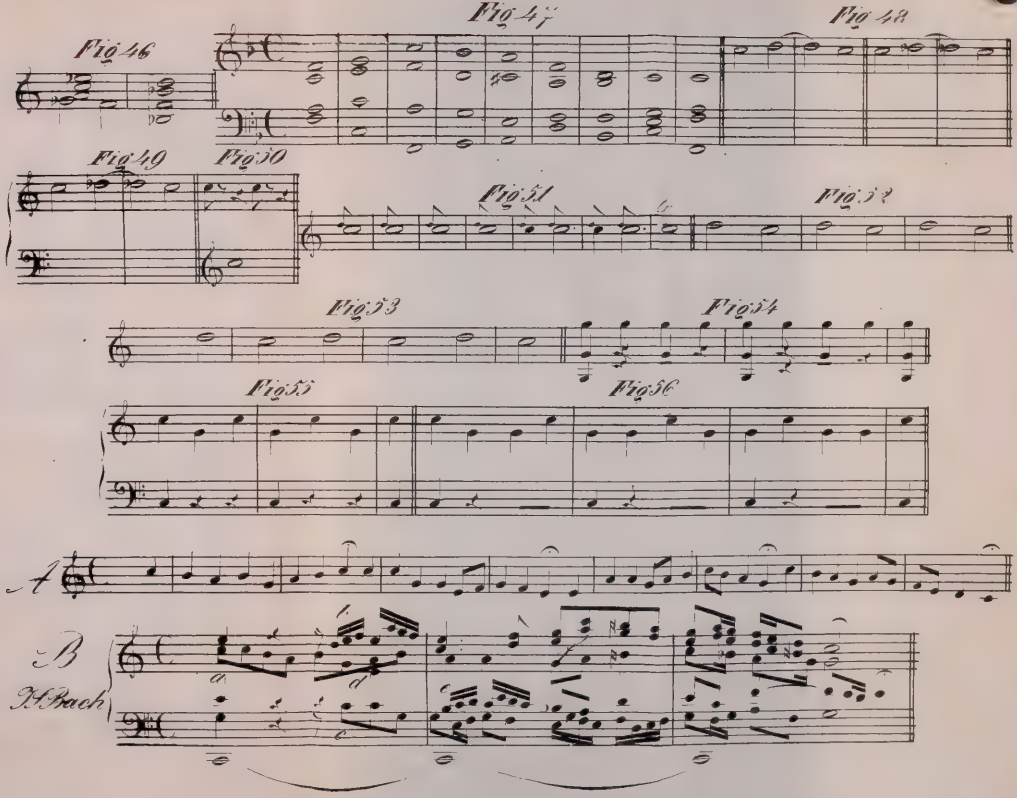


Fig. 46
Fig. 47
Fig. 48
Fig. 49
Fig. 50
Fig. 51
Fig. 52
Fig. 53
Fig. 54
Fig. 55
Fig. 56
A
B
J. S. Bach

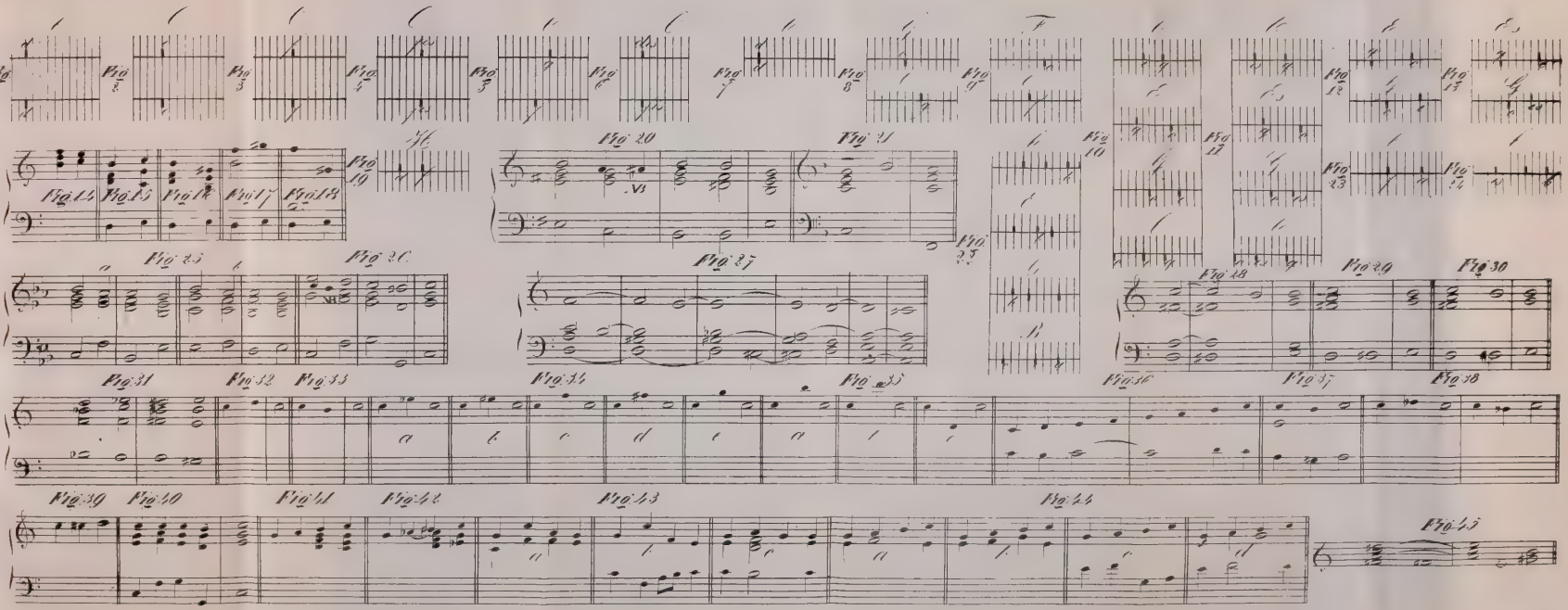
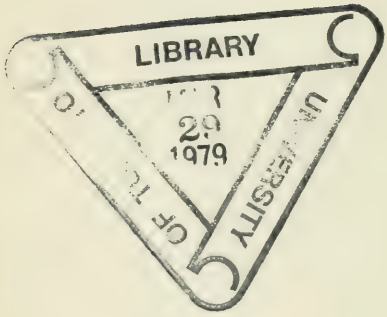


Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26
Fig. 27
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 30
Fig. 31
Fig. 32
Fig. 33
Fig. 34
Fig. 35
Fig. 36
Fig. 37
Fig. 38
Fig. 39
Fig. 40
Fig. 41
Fig. 42
Fig. 43
Fig. 44
Fig. 45


LIBRARY
1979
UNIVERSITY

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

BRIEF
BF
0030347

01831338

UTL AT DOWNSVIEW
D RANGE BAY SHLF POS ITEM C
39 10 02 14 10 006 0